Dupl. ad 54 e.39.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
3 F
20

Ex libris Dominici ...

59. 6. 44.

Digitized by Google

Bartholomæi
Pitiſci Grunbergenſis
Sileſij.

TRIGONOMETRIÆ

Siue,
De dimenſione Triangulo;

LIBRI QVINQVE. *Item*

PROBLEMATVM VARIORV̄
nempe
Geodæticorum,
Altimetricorum,
Geographicorum,
Gnomonicorum, et
Aſtronomicorum:

LIBRI DECEM.

EDITIO TERTIA.
Cui recens acceſsit Problematum Architectonicorum liber unus.

FRANCOFURTI.
Typis Nicolai Hoffmanni.
Sumptibus Ionæ Roſæ.
M. DC XII.

Coll. Rom. Societ. IESV
207
BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE
BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE
Digitized by Google

Auctor Lectori S.

In hac tertia Trigonometriæ meæ editione, præter vetera omnia nitidius impreſſa, hæc duo inſunt plane nova:

I. Inventio ſubtenſæ, tertiæ vel quintæ, vel cujuſcunq; imparis partis alicujus arcus, ex data ſola ſubtenſa illius arcus; etiam per communem Arithmeticam, & ſine omni adminiculo Algebræ. Quæ inventio hactenus credita fuit impoſſibilis.

II. Liber Problematum Architectonicorum, in quo præcipua Architecturæ militaris myſteria reſerantur.

Quæ duo, qualia ſint, & quanti precii, malo te ex tuo ſenſu, quàm ex verbis meis æſtimare. V.

Digitized by Google

ILLUSTRISSIMO PRINCIPI AC DOMINO,

DOMINO FRIDERICO IV.

COMITI PALATINO AD RHENUM, S. ROM. IMPERII ARCHIDApifero & Electori, Duci Bavariæ, &c. Domino ſuo Clementiſſimo.

ILLUSTRISSIME Princeps Elector, Domine Clementiſſime, Niſi nota eſſet Illuſtriſſimæ Celſitudini Tuæ tota vita mea; prolixè me excuſarem, quod ego homo Theologus, quaſi oblitus vocationis meæ, & Matheſin excolam, & eius generis ſcripta in lucem edam. Nec enim dubito, quin multi ſint hoc ſtudium meum calumniaturi, niſi paratam mihi apud Illuſtriſſimã Celſitudinem Tuam defenſionem eſſe ſciant. Et certè ſi ego tempus, quod

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

meditationi rerum divinarum debeo, in dinumerationem aſtrorum conferrem, culpa minimè vacarem. Nunc autem, quando non aliis horis hæc ago, quàm quibus horis alij ociantur: nec in alium finem, quàm ut Illuſtriſſimæ Tuæ Celſitudini, de his rebus crebrò ſciſcitanti, promptè & dextrè reſpondere poſſim: quis eſt qui vel luſus meos ingenuos aliorum deſidiæ poſtponat, vel voluntatem Illuſtriſſimæ Celſitudinis Tuæ cōmodis inſerviendi reprehendat? Abrahamo Patriarchæ laudi datur à Joſepho, quòd & ipſe mathematicas artes calluerit, & alios in iiſdem inſtituerit. Et in encomiis Danielis hoc non eſt poſtremum, quòd inſtructus fuerit omni ſapientia Chaldæorum: quæ ſapientia præcipuè in matheſi conſiſtebat. Neq; minus Theologis, quàm aliis quibuſcunq; hominibus opera Dei idcirco ſunt propoſita, ut iis contemplandis ſapientiam Dei admirari, potentiam metuere, & bonitatem magnifacere diſcant. Omnes autem iſti affectus ſine dubio tantò ſunt ferventiores, quanto intelligentia operū divinorum eſt in homine pio maior. Intuetur idiota quiſpiam Solem: miratur claritatem lucis: poteſtatem caloris: velocitatem curſus: certitudinem

itine-

Digitized by Google

itineris: neſcius interim, quæ ſit forma & magnitudo Solis, & quam longinquum iter, quod quotidie permeat. Si eidem dicas, & ex Aſtronomia demonſtres: Solē eſſe globum, globo terreno centies ſexagies ſexies maiorē; & circulum curſus ipſius quotidiani cōtinere plus quam quadragies centena millia milliarium Germanicorū: non amplius admirabitur, ſed plane obſtupeſcet ad tanta naturæ miracula; & exclamabit cum Davide: Iehova Deus noſter, quā admirabile eſt nomen tuum in univerſa terra! Et, quid eſt homo, quod tu, tantarū rerum conditor & effector, es memor eius? Adde, quod ſemper ita iudicatum eſt, poſt arcanam operationem Spiritus Dei, nihil eſſe quod hominē manſuetiorem reddat, quā cæleſtis illius Philoſophiæ cultura. Manſuetudo autem bone Deus, quantum, & quam rarum eſt Theologorum ornamentum! Et quam optandum eſſet hoc ſeculo, omnes Theologos eſſe mathematicos, hoc eſt, homines tractabiles & manſuetos. Quanquam, ne quis meo exemplo abuſus plus nimio his ſpeculationibus tribuat; & interim officium ſuum negligat: aperte fateor, ut privata & modica harū rerum exercitatio nemini nocet: ita publicā & aſſi-

duam earum tractationẽ non poſſe non aliquid incommodi afferre ijs, qui & corporis & ingenij vires aliis laboribus exantlandis integras cõſervare debẽt. Quod cum hoc ſemeſtri deprehendiſſem: & ipſe mihi propoſui, nihil amplius in hoc genere ſcribere, & aliis mei ordinis hominibus, ut idem ſibi proponant, autor ſum. Verè enim Ludovicus Vives: Ingenium, inquit, vividius eſt, non nimis defatigatũ. Et ſeverè Chriſtus: Mortui, inquit, ſepeliant mortuos ſuos, tu autem vade & annuncia regnum Dei. Hoc igitur deinceps agamus. Quæ verò huc uſq; ſcripſi, quia non tantum Tibi, Illuſtriſſime Princeps Elector, ſed & aliis multis uſui eſſe poſſunt; cur invidioſe premam? Id enim abſq; iactantia me dicere poſſe confido, doctrinam Triangulorũ in hunc uſq; diem à nemine tam perſpicuè explicatam, & uſum eius in tot artibus, tam familiariter monſtratũ eſſe. Præſertim delectabit, ſat ſcio, omnes rectè iudicantes, quod in problematib⁹ de motu Solis & Lunæ videbunt, motus cœleſtes omnes (nam cæterorum eadem eſt ratio) abſque omni tàm Alphonſinarum, quàm Prutenicarum tabularũ ope, per ſolum Canonem Triangulorum; & per cõmunem Arithmeticam,

eadem

Digitized by Google

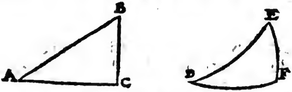
*eadem facilitate, certitudine autem & iucũditate, quàm per tabulas, multo maiore, ſupputari poſſe. Qua ex re etiam Celſitudinem Tuam maximam ſuo tempore voluptatem capturam eſſe minimè dubito. Poſtquam enim Arithmeticam Celſitudo Tua totam perdidicit: & in Geometria etiam fundamẽta non cõtemnenda iecit: nihil impedire poterit, quo minus etiam iſtam ſcientiã ſuperſtruat, qua nomen pluſquam regium ſibi ad omnem poſteritatem eſſet comparatura. Quò rariores enim ſunt Principes, qui hæc intelligant: tanto maior laus eſt, ſi intelligãt. Et ſcit Illuſtriſsima Tua Celſitudo, Ill*ᵐ *ſuũ avunculũm, VVilhelmum, p. m. Haßiæ Landgravium, etſi aliis quoq; rebus geſtis clarus eſſet, non aliunde tamen maius, quam ex Aſtronomiæ ſtudio nomen ſibi acquiſiviſſe. De Alphonſo verò Caſtellæ Rege vulgò notum eſt, eius memoriam iam pridem fuiſſe ſepultam, niſi Tabulæ cœleſtium motuum ipſius cura & ſumtibus editæ in literatorum manibus verſarentur. Hos igitur laudatiſsimos Reges & Principes imitari, laudem vere regiam eſſe, Illuſtriſsima Celſitudo Tua putet. Quam ad rem ſi quid ego cõferre potero: non patiar, vel fidem, qua Illuſtriſsimæ*

Tuæ

BARTHOLO-
mæi Pitiſci Grunbergenſis
TRIGONOMETRIÆ
LIBER PRIMVS.
De generibus & affectionibus Triangulorum.

I. Trigonometria eſt doctrina de dimenſione Triangulorum.

II. Triangulum eſt figura tribus lateribus tres angulos comprehendens: *Vt ſunt figuræ ABC & DEF.*

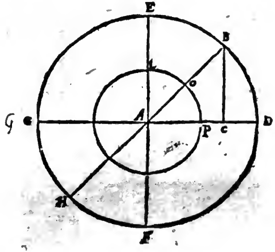


III. Latera duo quælibet ſunt crura anguli à ſe comprehenſi: tertium, baſis. *vt latera AB & AC ſunt crura anguli BAC: latus BC eſt eiuſdem anguli baſis.*

IV. Latus vnumquodq; dicitur ſubtendere angulum ſibi oppoſitum. *Vt latus AB ſubtendit angulum ACB. Latus AC ſubtendit angulum ABC. Latus BC ſubtendit angulum BAC.*

V. Latera maiora maiores angulos ſubtendunt. *Subintellige*: Et minora minores, & æqualia æquales. *Veritas theorematis per ſe manifeſta eſt. Demonſtratur tamen apud Euclidem ad 18. & 19. p. 1. & apud Regiomontanum ad 42. & 43. prop. 3. Luculenter etiam confirmabitur infra per ſecundũ axioma libri tertii, & per tertium quarti.*

VI. Anguli menſura eſt circuli ex angulari puncto deſcripti arcus, inter crura ſatis prolongata interceptus: *Vt, in Triangulo ABC, anguli BAC menſura eſt arcus OP vel BD.*



VII. Circulus in trigonometria omnis diuiditur in partes ſiue gradus 360. & gradus ſinguli rurſum in 60. ſcrupula, ſiue minuta prima, & vnum primum in totidem ſecunda, &c. Quæ partes tanto ſunt maiores, quanto circulus eſt maior. Arcus autem, qui eodem partium numero conſtant, in circulis æqualibus æquales, in circulis inæqualibus ſimiles dicũtur: *Vt, arcus BD & GH ſunt æquales: arcus verò BD & OP ſunt ſimiles. Sicut enim BD, verbi gratia, eſt 40 partium in circulo magno EBD: ita OP eſt 40. partium in circulo parvo LOP. &c.*

VIII. Igitur circuli dicti quadrans eſt arcus 90. partium.

IX. Arcus quadrante minoris complementum eſt, quod ipſi ad 90. partes deeſt. *Vt, arcus BD. 40. partium, complementum eſt arcus BE. 50. partium: & viciſſim.*

X. Ar-

X. Arcus quadrante maioris exceſſus ſupra quadrantem eſt, quod ipſi ſupra 90. partes adeſt. *Vt, arcus GEB, 140. partium, exceſſus ſupra quadrantem eſt arcus EB. 50. partium.*

XI. Semicirculus eſt arcus 180. partium.

XII. Arcus ſemicirculo minoris complementum eſt, quod ipſi ad 180. partes deeſt. *Vt, arcus GEB. 140. partium, complementum eſt, arcus BD. 40. partium.*

XIII. Anguli per crucem oppoſiti ſunt æquales. *Vt, anguli BAD & GAH ſunt aquales. Similiter etiam anguli GAB & HAD. ſunt aquales. Idem fit in Sphæricis. Veritas theorematis per ſe patet. Demonſtratur tamen apud Euclidem de lineis rectis ſeſe mutuo ſecantibus ad 15. p. 1.*

XIV. Angulus eſt rectus vel obliquus.

XV. Angulus rectus eſt, cuius menſura eſt quadrans. *Vt, EAD.*

XVI. Angulus obliquus eſt obtuſus vel acutus.

XVII. Angulus obtuſus eſt, cuius menſura eſt arcus quadrante maior. *Vt BAG.*

XVIII. Angulus acutus eſt, cuius menſura eſt arcus quadrante minor. *Vt BAD.*

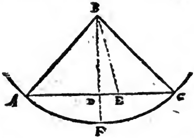
XIX. Angulorum complementa dicuntur, vt arcuum.

XX. Anguli quilibet ſuper eadem linea vtrinq; protenſa concurrentes ſimul ſumti ſunt æquales duobus rectis. *Vt, anguli BAD, EAB. & EAG. concurrentes ad punctum A, ſuper linea GD, ſunt aquales duobus rectis GAE. & EAD. per ſtructuram.*

XXI. Itaque ſi obliqui duo ſuper eadem linea vtrinque protenſa concurrant, alter eſt alterius ad duos rectos complementum. *Vt, anguli GAB. complementum ad duos rectos eſt angulus BAD, & is huius viciſſim.*

XXII. Triangulum primò eſt laterum quorundam æqualium vel omnium inæqualium.

XXIIII. Si Triangulum ſit laterum quorundam æqualium, perpendicularis à concurſu laterum æqualium, biſecat baſin & angulum baſi oppoſitum: *Et contra. Vt, In Triangulo laterum æqualium AB & BC. perpendicularis BD biſecat baſin AC: & angulum baſi oppoſitum ABC. Biſecat baſin AC: quia ſi non biſecaret, ſed caderet extra medium punctum D. verbi gratia, in E, non eſſet perpendicularis: quippe non breuiſſima inter punctum B & rectam AC. Biſecat etiam angulum baſi oppoſitum ABC & eius menſuram AFC. quia anguli ſunt vt latera, per 5. huius.*



XXIV. Triangulum laterum quorundam æqualium eſt æquicrurum vel æquilaterum.

XXV. Triangulum æquicrurum eſt, quod duo tantùm habet latera æqualia.

XXVI. Triangulum æquicrurum eſt ad baſin æquiangulum, & contra: *per 5. huius.*

XXVII. Triangulum æquilaterum (*per excellentiam ita dictum*) eſt, quod omnia latera habet inuicem æqualia.

XXVIII. Triangulum æquilaterum eſt æquiangulum, & contra: *per 5. huius.*

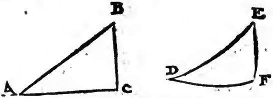
XXIX. Triangulum deinde eſt rectangulum vel obliquangulum.

XXX. Triangulum rectangulum eſt, quod vel vnum habet rectum.

XXXI. In Triangulis, rectangulis, vnum tantum rectum habentibus, ſubtendens rectum ſpeciatim hypotenuſa dicitur: includentia verò rectum, perpendiculum & baſis: pro libitu, *Vt, in triangulis ABC, & DEF, latera AB & DE ſunt hypotenuſa:*

BC &

BC & EF perpendicula: AC & DF baſes: vel contra, AC & DF perpendicula: BC & EF baſes.



XXXII. Triangulum obliquangulum eſt, quod omnes angulos habet obliquos.

XXXIII. Triangulum obliquangulum, eſt vel obtuſangulum vel acutangulum.

XXXIV. Triangulum obtuſangulum eſt, quod vel vnum habet obtuſum.

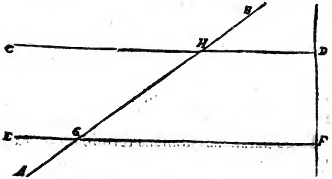
XXXV. Triangulum acutangulum eſt, quod omnes angulos habet acutos.

XXXVI. Triangulum deniq; eſt planum, vel ſphæricum: planum, in plano: ſphæricum, in globo.

XXXVII. Trianguli plani ſub Trigonometriam cadentis latera ſunt tantum lineæ rectæ.

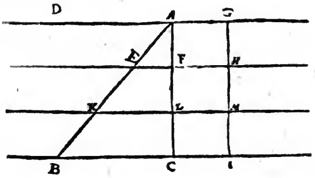
De lineis rectis ad Trigonometriam rectè intelligendam prænoſſe oportet ea, quæ ſequuntur theoremata.

XXXVIII. Si linea recta in rectas parallelas incidat, angulos ſimiles ſimiliterq; aut alternatim ſitos facit æquales: *& contra.*



Vt, ſi recta AB incidat in parallelas CD & EF: angulos ſimiles ſimiliterque ſitos BHD & BGF, item alternatim ſitos CHG & HGF, &c. facit æquales. Et contra: Si recta AB in rectas CD & EF incidens, prædictos angulos ſimiles ſimiliterque aut alternatim ſitos, hoc eſt, acutos acutis, & obtuſos obtuſis facit æquales, rectæ CD & EF ſunt parallelæ. Eſt 29. primi Euclidis. Lucem habet naturalem. Nam, ſi AB recta eſt, rectæ CD & EF æqualiter interſe diſtare non poſſunt, niſi ad rectam AB æqualibus angulis inclinentur. Hinc, ſi plures rectæ in eandem rectam ſint perpendiculares, ſunt inuicem parallelæ. *Vt rectæ CD & EF. ſunt inuicem parallelæ, quia ſunt in eandem rectam DF perpendiculares.*

XXXIX. Si plures rectæ pluribus rectis parallelis interſecentur, interſegmenta ſunt proportionalia. *Verbi gratia, ſi duæ rectæ AB & AC interſecentur parallelis DG, EH & BI. dico interſegmenta AE & AF ſimiliterque EB & FC eſſe inter ſeſe proportionalia, hoc eſt, Si AE ſit tertia pars rectæ AB: etiam AF fore tertiam partem rectæ AC, &c. Ratio eſt: quia recta EH de toto*

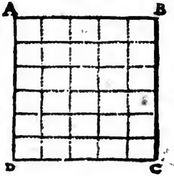


ſpatio DGIB abſcindit partem tertiam. Ergo etiam de ſingulis lineis per totum iſtud ſpatium ductis.

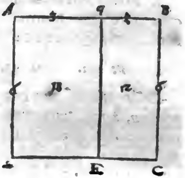
Hinc parallelæ parallelis terminatæ ſunt æquales, & contra: *vt parallelæ AF & GH terminatæ parallelis AG & FH ſunt æquales.*

æquales. Cum enim tota AC & GI ſint æquales: etiam partes tertiæ AF & GH æquales eſſe neceſſe eſt.

XL. Si duæ rectæ in ſe mutuo ducantur, efficitur inde quadrangulum rectangulum: *Vt, ſi duæ rectæ AB & AD in ſe mutuo ducantur, efficitur inde quadrangulum ABCD. Quod ſi ergo AB ſit quinque pedum, AD ſex: totum quadrangulum ABCD erit triginta pedum quadratorum, vt apparet ex lineis in diagrammate punctatis.*

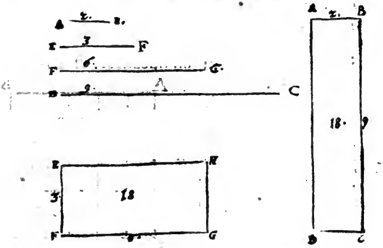


XLI. Rectangula è tota vna & ſegmentis alterius, ſimul ſumta, ſunt æqualia rectangulo ex vtraque tota. *Vt rectangula ex tota AD 6. & ſegmentis AG 3. & GB 2. nempe rectangula AGFD 18. & FGBC 12. ſimul ſumta ſunt æqualia rectangulo ABCD 30. facto ex vtraque tota AD 6. & AB 5.*



XLII. Si quatuor rectæ ſint proportionales *(hoc eſt, ſi ſe habeant, vt prima ad ſecundam, ita tertia ad quartam)* rectangulum mediarum æquatur rectangulo extremarum. *Vt, ſi ſint quatuor proportionales AB duorum: EF trium: FG ſex: BC novem pedum: Rectangulum mediarum EF & FG, nempe rectangulum EFGH, æquatur rectangulo extremarum AB & BC, nempe rectangulo ABCD. Nam vt bis novem ſunt octodecim: ita ter ſex ſunt octodecim.*

Digitized by Google



Hinc

I. Si quatuor rectæ ſint proportionales, datis tribus, datur quarta. Rectangulum enim mediatum diuiſum per extremarum alteram, relinquit alteram: *Vt, ſi dicatur.*

Vt	2.	*ad*	3.	*ita*	6.	*ad*	9.

Rectangulum factum ex 3. & 6. nempe 18. diuiſum per extremam primam, 2. relinquit extremam vltimam, 9. &c. Atq; hac eſt ratio, cur in regula proportionum, quam barbarè vocant Regulam Detri, duo poſteriores termini inter ſeſe multiplicentur, & productum diuidatur per primum: quia videlicet productum multiplicationis ſecundi & tertii termini, eſt etiam productum multiplicationis primi & quarti: diuiſum itaq; per primum, relinquit quartum. Nam diuiſio & multiplicatio mutuò ſeſe produnt. Nihil autem intereſt ad praxin, vtrum terminorum mediorum ſecundo vel tertio loco ponas. Siue enim dicas.

Vt	2.	*ad*	3.	*ita*	6.	*ad*------*&c.* Siue	
Vt	2.	*ad*	6.	*ita*	3.	*ad*------*&c.*	

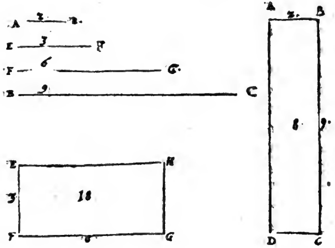
Etſi

Etſi alia in priore, alia in poſteriore collocatione termini primi ad ſecundum, & tertii ad quartum eſt proportio: quæſitum tamen ex utraq; collocatione reperies prorſus idem: quia perinde eſt, ſive tria per ſex, ſive ſex per tria multiplices: &c.

Hinc etiam

II. Rectangula æqualia latera habent reciprocè proportionalia: *(hoc eſt, In rectangulis æqualibus habent ſeſe, ut latus minus rectanguli primi ad latus minus ſecundi, ita latus maius rectanguli ſecundi ad latus maius primi)* & contra. *Verbi gratia, in rectangulis æqualibus ABCD & EFGH habent ſeſe:*

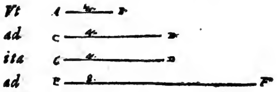
Vt	AB	*ad*	EF	*ita*	FG	*ad*	BC, &c.
	2		3		6		9



Cauſa eſt manifeſta ex antecedentibus.

XLIII. Si tres rectæ ſint proportionales: *(hoc eſt, ſi ſe habeant, ut prima ad ſecundam, ita ſecunda ad tertiam)* quadratum mediæ, æquatur oblongo extremarum:

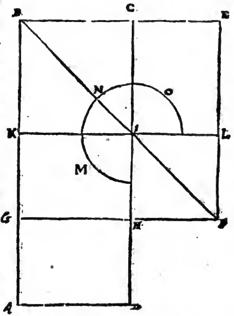
Quia enim media bis ponitur, hoc modo:



Perinde eſt, ac ſi eſſent quatuor proportionales. Ideo quicquid de quatuor proportionalibus dictum fuit, de tribus quoq; proportionalibus eſt intelligendum.

XLIV. Si recta biſecta continuetur, oblongum continuatæ & continuationis eſt æquale quadrato rectæ ex biſegmento & continuatione compoſitæ: minus quadrato biſegmenti. *6.p.2.Euclid.*

Eſto recta AK biſecta in G & continuata in B: continuationi KB ſtatuatur æqualis BC, atq; inde fiat oblongum ABCD. Ad rectam porrò GB compoſitam ex biſegmento GK & continuatione KB deſcribatur quadratum GBEF: & ex eo quadrato per rectas KL & GH abſcindatur quadratum biſegmenti ILFH, ut relinquatur gnomon MNO. Dico oblongum ABCD eſſe æquale quadrato GBEF minus quadrato ILFH ſive, quod idem eſt, dico oblongum ABCD eſſe æquale gnomoni MNO. Spacia enim



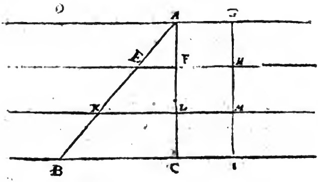
M & N ſunt communia. Spacium verò gnomonis O, ſive rectangulum

Digitized by Google

lum ICEL, eſt æquale rectangulo GHDA. Vtrumq́; enim factum eſt ex continuatione & biſegmento. Ergo ſi recta biſecta continuetur, &c. quod demonſtrandum erat.

Atq; hæc de lineis rectis, tanquam de lateribus triangulorum planorum, huc inſerenda duximus. Nunc ad ipſa triangula plana revertemur.

XLV. In triangulo plano parallela baſi crura ſecat proportionaliter.



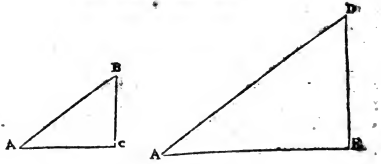
Vt, in triangulo plano ABC. ſi KL. parallela baſi BC. abſcindat de crure AC. partem tertiam: etiam de crure AB partem tertiam abſcindet, per 30. hujus: adeoq́; erunt:

Vt	*AB*	*ad*	*AC,*	*ita*	*AK*	*ad*	*AL.* *Item:*
Vt	*AK*	*ad*	*BK,*	*ita*	*AL*	*ad*	*CL.* *Item:*
Vt	*AK*	*ad*	*AL,*	*ita*	*KB*	*ad*	*LC.*

XLVI. Si plura triangula plana comparentur: TRIANGVLA ÆQVIANGVLA HABENT LATERA CIRCA ÆQVALES ANGVLOS PROPORTIONALIA: & contra, 4. *p.* 6. *Euclid.*

Hoc theorema præcipuum eſt totius Trigonometriæ fundamentum. Igitur præ cæteris cunctis diligenter & explicetur & attendatur.

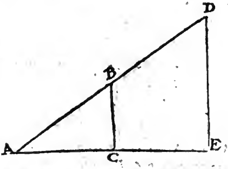
Digitized by Google



DECLARATIO. Sint ergo duo triangula plana, ◡ABC & ◡ADE æquiangula ſic ut anguli ad B & D. Item ad A & A. Item ad C & E ſibi mutuo ſint æquales: Dico latera eorum eſſe circa æquales angulos proportionalia, hoc eſt, eſſe:

I.	*Vt*	*AB*	*ad*	*BC,*	*ita*	*AD*	*ad* *DE.*
II.	*Vt*	*AB*	*ad*	*AC,*	*ita*	*AD*	*ad* *AE.*
III.	*Vt*	*AC*	*ad*	*CB,*	*ita*	*AE*	*ad* *ED.*

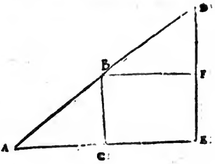
DEMONSTRATIO. Quia enim anguli BAC & DAE ſunt æquales, ex theſi: ideo ſi ◡AB ad ◡AD applicetur, ◡AC neceſſario cadet in AE, & ex illa applicatione tale Schema exiſtet. In quo ſchemate, quia latera AB & AC coincidunt, & præterea anguli ad B & D: itemq; ad C & E ſunt æquales, ex theſi: Ideo latera reliqua BC & DE neceſſario erunt parallela, per 38. huius. Atqui in Triangulo plano recta parallela baſi crura ſecat pro-



portionaliter, per proximè præcedentem. Ergo in Triangulo ◡ADE recta BC, cum ſit parallela baſi DE: crura ◡AD & ◡AE ſecat proportionaliter: adeoq;

Vt,

Vt, AB ad AD ita AC ad AE.
Porrò, per punctum B ducatur recta BF parallela baſi AE. Hæc reliquum crus DE cum crure DA ſecabit proportionaliter in punctis B & F per eandem proximè præcedẽtem: eritq; iam etiam:



Vt AB ad AD, ita FE ad DE.
Siue, quod idem eſt:
Vt AB ad AD, ita BC ad DE.
Nam FE & BC æquantur per conſectarium 39. hujus. Præterea cum ſint:
Vt AB ad AD, ita AC ad AE,
& ita BC, ad DE. Erunt etiam:
Vt AC ad AE, ita BC ad DE.
Nam quæ uni tertio conveniunt, etiam inter ſeſe conveniunt. Igitur iam in univerſum erunt:

I. Vt AB ad AD, ita BC ad DE.
II. Vt AB ad AD, ita AC ad AE.
III. Vt AC ad AE, ita BC ad DE.

Deniq; quia ad effectum nihil intereſt, utrum terminorum proportionalium intermediorum ſecundo, vel tertio loco colloces: Erunt etiam permutatim:

I. Vt AB ad BC, ita AD ad DE.
II. Vt AB ad AC ita AD ad AE.
III. Vt AC ad BC, ita AE ad DE.

Atq; adeo Triangula plana æquiangula, qualia hîc ſunt ABC & ADE latera habent circa æquales angulos proportionalia: quod demonſtrandum erat.

ILLVSTRATIO per numeros: *Sit igitur* ◡*AB quinq; pedum: AD, decem: DE, ſex. Quæritur BC quot pedum?* ℞. *Trium. Nam*

	AD	*DE*	*AB.*
Vt	10 .... *ad* 6	.... *ita*	5.

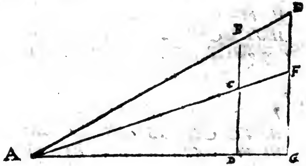
30
10 (*ad* 3. *BC.*

Sit AC quatuor pedum; BC, trium: DE, ſex. Quæritur ◡*AE, quot pedum?* ℞. *Octo. Nam,*

	BC	*CA*	*DE*
Vt	..... 3 ...... *ad* 4	...... *ita*	6.

24
3 (*ad* 8. ◡*AE.*

XLVII. Si plura Triangula plana componantur, & rectis parallelis interſecentur: interſegmenta ſunt proportionalia: *hoc eſt, ſi (verbi gratia) Triangula duo EAF & FAG componantur, & rectis parallelis BCD & EFG interſecentur: interſegmenta ſunt:*



Vt,

Vt BC ad EF, ita CD ad FG:

Vel:

Vt BC ad CD, ita EF ad FG: &c.

Per 39. hujus: vel per proximè præcedentem. Nam Triangula ◡ABC & ◡AEF ſunt æquiangula per 38. hujus, propter BC & EF parallelas. Igitur,

Vt AC ad ◡AF, ita BC ad EF:

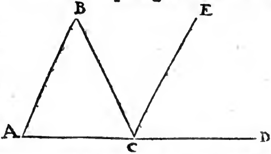
Per proximè præcedentem. Atqui per eandem:

Vt AC ad ◡AF, ita CD ad FG.

Quæ verò conveniunt uni tertio, etiam inter ſeſe conueniunt. Ergo ſunt etiam

Vt BC ad EF, ita CD ad FG, &c.

XLVIII. Si Trianguli plani quodcunq; latus continuetur, angulus exterior per continuationem illam factus, eſt æqualis angulis duobus interioribus oppoſitis: *Vt, ſi Trianguli plani ◡ABC latus AC continuetur in D: angulus BCD exterior, erit æqualis duobus interioribus oppoſitis BAC & ◡ABC. Si enim ex puncto C ſuſcitetur recta CE parallela rectæ AB: angulus exterior BCD erit compoſitus ex angulis ECD & ECB. Atqui anguli ECD, & ECB ſunt æquales duobus interioribus oppoſitis BAC & ABC (nempe angulus ECD angulo BAC, & angulus BCE angulo ABC) per 38. hujus: propter parallelas AB & CE. Ergo etiam angulus*



BCD eſt æqualis duobus interioribus oppoſitis BAC & ABC: quod demonſtrandum erat.

XLIX. In Triangulo plano tres anguli ſunt duobus rectis æquales: *Vt in Triangulo plano ABC, Schematis antecedentis: dico*

dico tres angulos ABC, BAC & ACB eſſe æquales duobus rectis. Anguli enim quilibet ſuper eadem recta ad idem punctum concurrentes, ſunt æquales duobus rectis per 20. hujus. Atqui anguli tres ABC BCA & BAC æquipollent angulis tribus ſuper eadem recta AD ad idem punctum C concurrentibus. Angulus enim BCA eſt communis: anguli verò ECD & ECB angulis BAC & ABC ſunt æquales, per proximè præcedentem. Ergo anguli tres ABC, BCA & BAC ſunt æquales duobus rectis. Quod demonſtrandum erat. Hinc:

1. In Triangulo plano non poteſt eſſe niſi unus rectus vel obtuſus.

2. Et uno exiſtente recto vel obtuſo, cæteri duo neceſſariò ſunt acuti.

3. Et, duorum quorumcunque tertius eſt ad duos rectos complementum.

4. Hinc deniq; : Si duo Triangula binis angulis ſint æquiangula, prorſus ſunt æquiangula.

L. In Triangulo plano rectangulo, latera includentia rectum æquè poſſunt hypotenuſæ, *penult. primi Euclid.*

DECLARATIO. In Triangulo plano ABC rectangulo ad B. dico latera AB & BC includentia rectum ABC. æquè poſſe hypotenuſæ AC. hoc eſt, quadrata laterum AB & BC. nempe quadrata ALMB & BEDC ſimul ſumta, eſſe æqualia quadrato hypotenuſæ, AC. nempe quadrato ACKI.

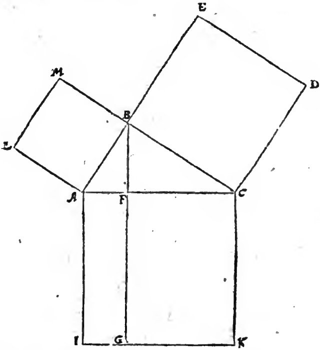
DEMONSTRATIO. Si enim ex recto B deſcendat perpendicularis BFG ex quadrato ACKI fiunt oblonga duo AFGI & FCKG. quæ ſunt æqualia, hoc quidem quadrato BEDC: illud autem quadrato ALMB. Ergo & quadratum ACKI. ex duobus illis oblongis compoſitum, eſt æquale duobus quadratis, ALMB & BECD. Quod autem duo oblonga AFGI & FCKG. duobus quadratis ALMB & BEDC ſint æqualia, id de ſingulis in ſpecie: ac primum quidem de oblongo AFGI ſic probatur.

Si tres rectæ ſint proportionales, quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum, per 43. hujus.

Atqui

Digitized by Google

Atqui tres recta, AI, AB & AF, ſunt proportionales, hoc eſt, habent ſeſe, ut AI ad AB, ita AB ad AF.



Ergo quadratum ex AB, aquatur oblongo ex AI & AF.

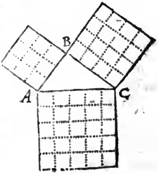
Minor probatur. Triangula enim ABC & BAF ſunt aquiangula, propter communem ad A & rectos ad B & F. per 4. c. 49. hujus. Ergo per 46. hujus, ut AC, (cui aqualis eſt AI.) ad AB. ita AB ad AF.

Simili prorſus modo probatur, oblongum FCKG eſſe aquale quadrato BEDC. Triangula enim ABC & BCF ſunt aquiangula, propter cōmunem ad C & rectos ad B & F. per 4. c. 49 hujus. Ergo per 46. hujus, Vt AC ad BC: ita BC ad FC. adeoq, per 43. hujus, quadratum ex BC eſt aquale oblongo ex AC ſive KC & FC.

Digitized by Google

In triangulo igitur plano rectangulo latera includentia rectum æquè poſſunt hypotenuſæ. Quod demonſtrandum erat.

Scholion.



Craſſiore minerva hæc propoſitio ſic demonſtrari poteſt. Sit triangulum ABC rectangulum ad B, & ſint latera AB.3.BC.4.AC.5.pedum. Quadrentur ſingula latera; & quadrata ſingula lineis punctatis in pedes quadratos diſtinguãtur. Videbis quadratum hypotenuſæ AC. habere tot pedes quadratos, quot pedes quadratos habent quadrata laterum AB & BC. ſimul ſumta.

Conſectarium.

Igitur in Triangulo plano rectangulo, datis duobus quibuſcunq; lateribus, datur tertium. *Vt ſi dentur duo latera includentia rectam AB & BC partium 3. & 4 iunctis eorum quadratis 9. & 16. in unam ſummam 25. & radice inde extracta, reperitur hypotenuſa AC partium 5.*

Contra, ſi detur hypotenuſa partium quinq; & alterum includentium rectum, partium trium: ſubtracto quadrato trium partium de quadrato quinq; partium, hoc eſt, ſubtracto quadrato 9. de quadrato 25. & ex reſiduo 16. extracta radice quadrata, reperietur alterum includentiũ rectum, partium 4.

Scholia de extractione radicis quadratæ.

I. *Si poſt extractam radicem quadratam ex aliquo numero fractiones aliquæ ſuperfuerint, radicem duplicatam & inſuper unitate auctam, fractionibus illis ſubnotabis: hoc modo.*

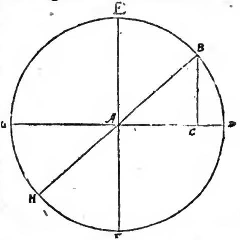
$$\overset{3}{12}\,(3\tfrac{3}{7}$$

II. *Radix quæ huiuſmodi fractiones adiunctas habet, nunquam eſt exactè vera. Nam radix exactè vera in ſe ipſam ducta, numerum, unde extracta eſt, ad aſſem reddere debet. Atqui ſi radicem 3 $\frac{3}{7}$ in ſeipſam ducas, hoc eſt ſi 3 $\frac{3}{7}$ per 3 $\frac{3}{7}$ multiplices, non procreabis inde numerum 12. unde radix 3 $\frac{3}{7}$ eſt extracta, ſed tantum 11 $\frac{37}{49}$. Qua de re vide Ramum in elementis Geometricis, elemento octauo libri XII. Et Lazarũ Schönerum in ſcholiis & tractatibus ad Arithmeticam Rami adiunctis.* LI.

Digitized by Google

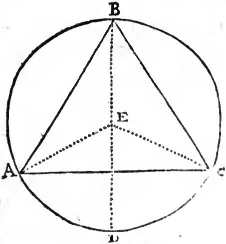
LI. In Triangulo plano rectangulo, latera includentia rectum ad hypotenuſam plerunq; ſunt irrationalia hoc eſt, numero exacto datæ menſuræ cujuſcunq; inexplicabilia. *Cauſa patet ex Scholio ſecundo proximè præcedentis.*

LII. In Triangulo plano rectangulo, acutorum alter eſt alterius complementum. *Per 49. hujus. Facilimè etiam probatur hoc modo. In Triangulo plano △ABC, rectangulo ad C, angulus ABC acutorum alter, eſt æqualis angulo BAE per 28. huius: propter parallelas EA & BC. Atqui angulus EAB eſt cōplementum anguli BAC per ſtructuram. Ergo etiam angulus △ABC eſt complementum anguli BAC.*

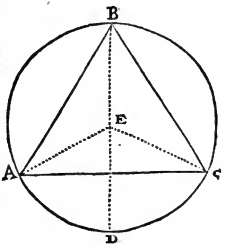


LIII. Si Triangulum planum circulo ſit inſcriptum, anguli ad circumferentias oppoſitas ſunt ſubdupli: *Vt, ſi in circulo ABC circumferētia BC ſit 120. graduum. Angulus BAC circumferentiæ BC oppoſitus erit 60. graduū. Ratio eſt.*

Quia circumferentia tota ABC eſt 360. graduum, per 7. hujus. Anguli vero tres trianguli ABC circulo inſcripti ſunt 180 graduū, per 49. hujus. Ergo vt circumferentia quæq; eſt tertia pars de 360: Ita angulus quilibet circumferentiæ illi oppoſitus eſt tertia pars de 180.



Evidentius ita demonſtratur, v.g. de angulo ABC. Ex angulo dicto ∠ABC ducatur per totum circuli planum diameter BED. Ex centro verò E ad circumferentiã ABCD ducantur duo radii EA & EC. Dico angulos partiales ∠ABD & DBC eſſe ſubduplos ad angulos partiales AED & DEC. Nam anguli ∠ABE & BAE æquantur per 5. hujus. ∠Angulus verò ∠AED æqualis eſt angulis ABE. & BAE ſimul ſumtis, per 48. hujus. Ergo angulus AED ad angulum ABD eſt duplus. Similiter, ∠Anguli EBC & ECB ſunt æquales per 5. hujus. Et his utriſq; ſimul eſt æqualis angulus DEC per 48. hujus. Ergo etiam angulus DEC ad angulum DBC eſt duplus. Quia igitur partes anguli ∠AEC ad partes anguli ABC ſunt duplæ: ideo etiam totus AEC ad totum ABC eſt duplus: ac proinde angulus ABC ad angulum AEC, & per conſequens etiam ad arcum ∠ADC tanquam ad menſuram anguli ∠AEC eſt ſubduplus. Idem judicium eſt de cæteris. Si ergo Triangulum planum circulo ſit inſcriptum, anguli ad circumferentias oppoſitas ſunt ſubdupli: quod demonſtrandum erat.



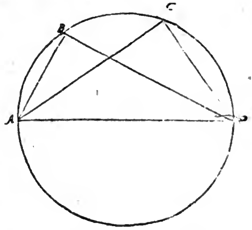
Hinc

I. Si latus Trianguli plani circulo inſcripti ſit diameter, angulus illi oppoſitus eſt rectus: *hoc eſt, 90. graduum: quippe oppoſitus ſemicirculo, qui eſt 180. graduum.*

II. Si plura Triangula plana eidem circuli ſegmento ad eandem baſin inſcribantur, ſunt in faſtigiis æquiangula. *Vt*

Trian-

Triangula duo ABD & ACD inſcripta eidem circuli ſegmento ABCD ad eandem baſin AD, ſunt in faſtigiis B & C æquiangula. Vtrique enim angulo, nempe, tàm angulo ACD, quàm angulo ABD, opponitur eadem circumferentia AD.

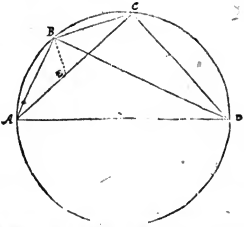


LIV. Si duo Triangula plana eidem circuli ſegmento ad eandem baſin inſcripta, ſupernè connectantur: ſic vt inde exiſtat figura quadrilatera, diagoniis interſecta: Rectangulum diagoniorum eſt æquale rectangulis oppoſitorum laterum ſimul ſumtis. *Ptolomæus, Copernicus.*

DECLARATIO. Sint duo triangula ABD & ACD eidem circuli ſegmento ABCD ſuper eandem baſin AD inſcripta, & supernè per rectam BC connexa: ut exiſtat inde figura quadrilatera ABCD. Dico rectangulum diagoniorum AC & BD æquale eſſe rectangulis oppoſitorum laterum AB & CD. Item BC & AD ſimul ſumtis.

DEMONSTRATIO. Si enim ad punctum B conſtituas angulum ABE æqualem angulo DBC: & ita diagonium AC per rectam BE ſeces in duas partes ad punctum E: manifeſtum fiet, rectangula BD & EC. Item BD & AE eſſe æqualia rectangulis BC & AD. Item CD & AB. Nam, ſi quatuor rectæ ſint proportionales, rectangulum mediarum æquatur rectangulo extremarum, per 42. hujus.

BIBLIOTECA NAZ. VITTORIO EMANUELE ROMA



Atqui quatuor rectæ BD, DA, BC & CE ſunt proportionales. Nam, quia Triangula ABD & BCE, ſunt æquiangula propter æquales BCA & BDA per c. 2. præcedentis. Item propter æquales ABD & EBC (qui ſunt æquales propter eundem EBD additum ad æquales ABE & DBC) & deniq; propter æquales BEC & BAD per c. 4. 49. hujus. Ideo latera eorum ſunt, Vt, BD ad DA, ita BC ad CE. Similiter quatuor rectæ BD, DC, BA, & AE, ſunt proportionales.

Nam, quia Triangula BDC & BAE ſunt æquiangula, propter æquales BDC & BAE, per c. 2. præcedentis: Item propter æquales DBC & ABE ex theſi: & denique propter æquales BCD & BEA per c. 4 p. 49 hujus. Ideo latera eorum ſunt, Vt BD ad DA, ita BA ad AE.

Ergo rectangulum rectarum DA & BC æquatur rectangulo rectarum BD & CE. Similiterque rectangulum rectarum DC & BA æquatur rectangulo rectarum BD & AE. Et contra, Rectangula BD & CE, Item BD & AE æquatur rectangulis DA & BC, item DC & BA.

Atqui, rectangula BD & CE: Item BD & AE ſunt rectangulum BD & AC per 41. hujus.

Ergo Rectangulum diagoniorum BD & AC eſt æquale rectangulis laterum binorum oppoſitorum DA & BC: Item DC & BA ſimul ſumtis: quod demonſtrandum erat.

Conſectarium.

Igitur in figura quadrilatera, circulo inſcripta, & diagoniis inter-

Digitized by Google

interſecta,atq; adeo ſex lineis rectis conſtante: datis quinque quibuſcunque, datur ſexta.

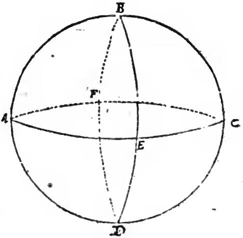
Exempla illuſtriſſima habebis libro ſecundo, prop. 32. 33. 35. & 36.

Hactenus de Triangulis planis: ſequitur de ſphæricis.

LV. Trianguli ſphærici latera ſunt arcus circulorum maximorum ſigillatim ſemicirculo minores.

LVI. Circulus ſphæræ maximus eſt, qui totam ſphæram in duo hemiſphæria dividit: adeoque à polis ſuis vndiq; per quadrantem circuli itidem maximi diſtat.

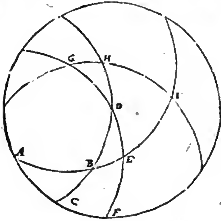
LVII. Si maximus ſphæræ circulus per maximi polos tranſeat, rectè eum ſecat; & contra.



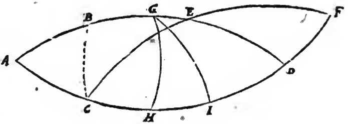
Sit maximus ſphæra circulus ◡AEC, eiuſq; poli B & D, per quos polos B & D tranſeat alius circulus maximus BED. Dico, quod maximus BED maximum ◡AEC rectè ſecet ad E & F. Polo enim E vel F deſcribatur circulus itidem maximus ABCD: manifeſtum eſt hujus arcus ◡AB, BC, CD, DA, fore menſuras angulorum ad E & F, per 6. hujus. Atqui arcus ◡AB, BC, CD, DA, ſunt quadrantes, per proximè præcedentem. Ergo anguli ad E & F ſunt recti, per 15. huius. Quod demonſtrandum erat.

LVIII. Menſura anguli ſphærici, ſi in circulo maximo accipiatur, eſt arcus circuli maximi ex angulari puncto deſcri-

deſcripti, inter crura quadrante tenus continuata interce-ptus: *per 7. & 56. hujus. Vt, anguli ſphærici BAC menſura non eſt arcus BC, ſed arcus EF inter crura AB & AC quadrantetenus, nempe vſque ad E & F continuata interceptus. Quia non arcus BC, ſed arcus EF eſt ex angulari puncto A deſcriptus, per 56. hujus. Ergo arcus BC anguli BAC menſura eſſe non poteſt, per 7. hujus.*



LIX. Si anguli ſphærici crura continuata concurrant, ſemicirculos efficiunt, & comprehendunt angulum angulo prædicto & oppoſito æqualem: *Vt, Anguli BAC crura AB & AC continuata in D efficiunt ſemicirculos ABD & ACD, & comprehen-*

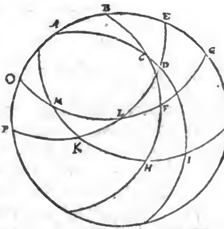


dunt angulum BDC angulo BAC æqualem: quia idem arcus GH utrumq; illum angulum metitur, per proximè præcedentem.

LX. Triangulum ſphæricum quodlibet ex quovis angulari puncto, habet oppoſitum ſibi Triangulum aliud, cujus baſis

baſis eſt eadem, & angulus baſi oppoſitus: reliquæ partes ſunt partium prioris Trianguli complementa. *Vt, Triangulum BAC ex puncto angulari A, habet oppoſitum ſibi Triangulum BDC, cuius eadem eſt baſis BC, & angulus baſi oppoſitus BDC per proximè antecedentem. Latera verò BD & CD ſunt laterum AB & AC complementa ad ſemicirculum per eandem. Anguli denique DBC & DCB ſunt angulorum ABC & BCA ad duos rectos complementa, per 21. hujus*

LXI. Trianguli ſphærici latera in angulos, & contra, permutari poſſunt: complementis ad ſemicirculum pro latere & angulo maximo hinc inde ſumtis. *Sit Triangulum ſphæricum ABC obtuſangulum ad B. Anguli A menſura ſit DE. Anguli B acuti (qui complementum eſt B obtuſi, & in dato Triangulo maximi) menſura ſit FG. Anguli C menſura ſit HI. Arcui DE æquatur KL: quia KD & LE ſunt quadrantes, & commune eorum complementum eſt LD. Arcui FG æquatur LM: quia LG & FM ſunt quadrantes, & commune eorum complementum eſt LF. Arcui HI æquatur KM: quia KI & MH ſunt quadrantes, & commune eorum complementum eſt KH. Ergo angulis Trianguli ABC æquantur latera Trianguli KLM: pro angulo maximo ABC: eius complemento FBG aſſumto.*

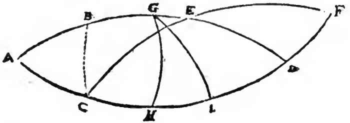


Pari ratione demonſtrari poteſt, Trianguli ABC latera eſſe æqualia angulis Trianguli KLM. Latus enim AC æquatur arcui DI menſuræ anguli DKI complementi obtuſi MKL. Latus AB æquatur arcui OP menſuræ anguli MLK. Latus denique BC æquatur arcui FH menſuræ anguli LMK.

Sunt enim quadrantes ◡AD & CI, ◡AP & OB, BF & CH. Et communia binorum complementa CD, ◡AO, CF. Trianguli igitur ſphærici latera in angulos, &c. permutari poſſunt, quod demonſtrandum erat.

LXII. Triangulum ſphæricum rectangulum aut unum habet rectum, aut plures uno.

LXIII. Unum rectum, vel cum duobus acutis, Ut, BAC: vel cum duobus obtuſis, Ut, BDC: vel cum obtuſo & acuto, Ut CDE.



◡Angulos enim ad ◡A & D nunc fingimus eſſe rectos.

LXIV. Triangulum ſphæricum rectangulum cum duobus acutis habet ex angulo recto oppoſitum ſibi Triangulum rectangulum cum duobus obtuſis: & contra: *Vt videre eſt in Triangulis rectangulis BAC & BDC.*

LXV. Trianguli ſphærici rectanguli cum duobus acutis latera ſingula ſunt quadrantibus minora, *Vt in ◡ABC.*

LXVI. Trianguli ſphærici rectanguli cum duobus obtuſis latera duo ſunt quadrantibus majora: tertium quadrante minus, *Vt in BDC.*

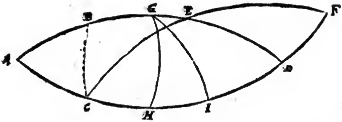
LXVII. Triangulo ſphærico rectangulo cum acuto & obtuſo opponitur ex acuto Triangulum rectangulum cum duobus acutis. *Vt Triangulo rectangulo CDE, cum acuto ECD, & obtuſo*

obtuſo CED, opponitur Triangulum rectangulum EDF, cum duobus acutis ad E & F.

LXVIII. Trianguli ſphærici plures rectos habentis, latera rectos ſubtendentia, ſunt quadrantes. *Cauſa eſt: quia v. g. in Triangulo ◡AGH, ſi circuli maximi ◡AG & ◡AH, ſecent maximum GH, angulis ad G & H rectis, A eſt polus maximi GH, per 57. hujus. ◡AG verò & ◡AH ſunt quadrantes, per 56. hujus. Quodſi ergo angulus ad ◡A etiam ſit rectus, etiam GH, eſt quadrans, per 58. & 15. hujus.*

LXIX. Triangulum ſphæricum plures rectos habens habet tres vel duos rectos: adeoque de lateribus, tres vel duos quadrantes. *Vt ſi angulum ad ◡A ponas rectum, Triangulum ſphæricum AGH, habebit tres rectos angulos ad A, G & H, & idcirco etiam tria latera, AG, GH, AH quadrantes. Sin eundem ad A ponas acutum, Triangulum ſphæricum AGH, habebit duos rectos, ad G & H, & idcirco etiam duo latera AG & AH, quadrantes.*

LXX. Si trianguli ſphærici duos rectos habentis tertius angulus ſit acutus, tertium latus eſt quadrante minus: ſin obtuſus, majus. *Vt in Triangulo ſphærico HGI, acutangulo ad G, ter-*



tium latus HI, eſt quadrante minus. In Triangulo ſphærico AGI, obtuſangulo ad G, tertium latus AI, eſt quadrante majus.

LXXI. Triangulum ſphæricum obliquangulum aut conſtat ex puris acutis vel obtuſis: aut ex his utriſq; mixtis.

Digitized by Google

LXXII. Triangulo ſphærico purè acutangulo opponitur Triangulum ſphæricum cum duobus obtuſis & vno acuto: & contra. *Vt, ſi anguli ad A & D fingantur acuti, Triangulo ABC purè acutangulo opponitur Triangulum BDC cum duobus obtuſis ad B & C, & uno acuto ad D.*

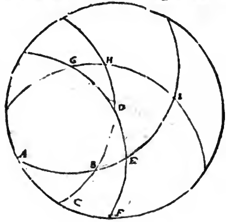
LXXIII. Triangulo ſphærico purè obtuſangulo opponitur Triangulum ſphæricum cum duobus acutis & uno obtuſo: & contra. *Vt, ſi anguli ad A & D fingantur obtuſi, Triangulo purè obtuſangulo BDC opponitur Triangulum ABC cum duobus acutis ad B & C, & uno obtuſo ad A.*

LXXIV. Trianguli ſphærici cuiuſcunq; tres anguli ſunt duobus rectis maiores.

De Triangulis ſphæricis plures uno rectos vel obtuſos, ſive ſolos ſive mixtos, habentibus, res per ſe eſt manifeſta.

De Triangulis ſphæricis duorum vel trium acutorum, ita demonſtrari poteſt.

In Triangulo ſphærico duorum acutorum ABC rectangulo ad C, acutangulo ad A & B, menſura acuti BAC eſt arcus EF: menſura verò acuti ABC vel DBE non eſt arcus DE ſed HI per 58. hujus. Atqui arcus EF & DE quadrantē complent. Ergo arcus EF & HI. coniunctim quadrante ſunt maiores. Et per conſequens etiā anguli his arcubus reſpondentes, nempe, anguli BAC & ABC. coniunctim quadrante, hoc eſt, angulo recto ſunt maiores.

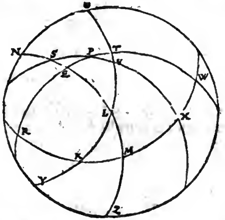


ACB verò eſt rectus, ex theſi. Ergo in Triangulo ſphærico duorum acutorum ACB tres ſunt anguli duobus rectis maiores.

In

Digitized by Google

In Triangulo ſpharico merè acutangulo KLM menſura acuti ad L eſt arcus NO: menſura acuti ad K eſt arcus VX, menſura acuti ad M eſt arcus QR. Atqui hi tres arcus, NO, VX, & QR, ſimul ſumti duobus quadrantibus ſunt maiores. Duorum enim arcuum QR & VX complementa PV & PQ ſimul ſumta ſunt minora, quàm arcus NO per ſtructuram. Ergo arcus NO menſura tertii anguli eſt maior quam complementa reliquorum duorum angulorum ſimul ſumta. Et per conſequens etiam angulus tertius eſt maior, quàm pro reliquorum duorum complementis.



Adeoque etiam in Triangulis ſphaericis merè acutangulis, tres ſunt duobus rectis maiores. Subtiliorem demonſtrationem vide apud Regiomon. 40. p. 3.

BARTHOLOMÆI
Pitiſci Grunbergenſis

TRIGONOMETRIÆ
LIBER SECVNDVS.

De neceſſariis ad dimenſionem Triangulorum, tabulis Sinuum, Tangentium & Secantium.

I. Triangula ſic ſunt. Dimenſio Triangulorum eſt ignotorum in Triangulis ſive laterum, ſive angulorum, ex notis tribus, ſive lateribus, ſive angulis, ſive puris, ſive mixtis, inventio. *Dicitur etiam ſolutio Triangulorum: item calculus Triangulorum.*

(Sunt in Triangulis præter angulos & latera, etiam areæ. Sed illarum dimenſio neq; Triangulorum eſt propria. Nam & aliarum quarumcunq; figurarum areas metimur. Neq; primò Triangulis ineſt: ſed à quadrangulis ad Triangula derivatur. Ideo huc non pertinet.)

II. Dimenſio Triangulorum perficitur per auream Arithmeticæ regulam: quæ docet de quatuor numeris inter ſeſe proportionalibus, datis tribus quibuſcunque reperire quartum.

III. Ergo ad dimenſionem Triangulorum & proportiones omnium Trianguli partium inter ſeſe certas, & caſdem numero explicatas eſſe oportet.

IV. Proportiones omnium Trianguli partium inter ſeſe certæ eſſe non poſſunt: niſi, quicquid eſt in Triangulis curuilineum: (ut ſunt in univerſis, menſuræ angulorum, & in ſphæricis etiam latera) ad lineas rectas reducatur. Nam curvi neq; ad curvum, neq; ad rectum inventa eſt huc uſq; proportio: neq; fortaſſis invenietur unquam.

V. Cur-

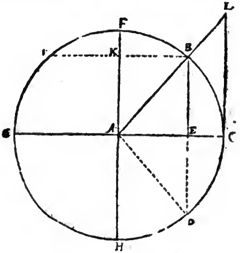
V. Curvæ lineæ ad rectas reducuntur per definitionem quantitatis, quam habeant rectæ ad circulum applicatæ, reſpectu radii.

VI. Rectæ ad circulum applicatæ ſunt ſubtenſæ, Sinus, Tangentes & Secantes.

VII. Subtenſa eſt recta in circulum inſcripta, totum circulum in duo ſegmenta dividens, & utrumq; ſegmentum pariter ſubtendens.

VIII. Subtenſa eſt maxima, vel non maxima.

IX. Subtenſa maxima eſt, quæ totum circulum in duo ſegmenta æqualia dividit: atq; adeo utrinque ſemicirculum ſubtendit, *Vt recta GC, vulgò diameter dicitur.*



X. Subtenſa non maxima eſt, quæ totum circulum in duo ſegmenta inæqualia dividit: atq; adeo ab una parte arcum ſemicirculo minorem, ab altera arcum ſemicirculo majorem ſubtendit: *Vt recta IB, quæ ab una parte ſubtendit arcum ſemicirculo minorem IFB, ab altera parte ſubtendit arcum ſemicirculo majorem IHB.*

XI. Si-

Digitized by Google

XI Sinus eſt rectus vel verſus.

XII. Sinus rectus eſt ſemiſſis ſubtenſæ dupli arcus. *Vt, ſinus rectus arcus BC vel BG, eſt recta BE ſemiſſis ſubtenſæ dupli arcus BC vel BG, hoc eſt, ſemiſſis rectæ BED, quæ arcum BCD vel BGD ſubtendit. Sic ſinus rectus arcus BF vel BH eſt recta BK. quippe ſemiſſis rectæ BKI, quæ duplum arcum BF vel BH, nempe arcum BFI vel BHI ſubtendit.*

Conſectaria.

1. Sinus ergo rectus arcus quadrante minoris & maioris uſque ad ſemicirculum eſt idem. *Vt ſinus rectus arcus BC & BG eſt eadem recta BE: quippe ſemiſſis rectæ BED, quæ tam arcum BGD, quàm arcum BCD ſubtendit.*

2. Ac proinde ſinus rectus complementi quandocunque dicitur, intelligitur tantum ſinus complementi arcus quadrante minoris. *Vt, ſinus rectus complementi BC, nempe arcus BF eſt recta BK.*

3. Sinus rectus omnis eſt in diametrum ex altero arcus termino ductam perpendicularis. *Quia enim in Triangulo ABD laterum æqualium AB & AD, ſemidiameter AC à concurſu laterum æqualium ducta, biſecat baſin BD ad E per definitionem ſinus recti: ideo eſt in eam perpendicularis: & hæc viciſſim in illam, per 23 p. 1.*

4. Sinus rectus complementi eſt æqualis ſegmento diametri ſive radii inter ſinum rectum arcus & centrum intercepti. *Vt, ſinus rectus complementi BF, nempe recta BK eſt æqualis rectæ EA, per c.39.p.1.*

XIII. Sinus verſus eſt ſegmentum diametri inter ſinum rectum & circumferentiam interceptum. *Vt, ſinus verſus arcus BC eſt ſegmentum diametri EC: ſinus verſus arcus BG eſt ſegmentum diametri GE.*

XIV. Ergo ſinus verſus, alius eſt maior, alius minor.

XV. Si-

Digitized by Google

XV. Sinus verſus maior, eſt ſinus verſus arcus quadrante maioris; *Vt, GE eſt ſinus verſus arcus quadrante maioris GFB.*

XVI. Sinus verſus minor eſt ſinus verſus arcus quadrante minoris: *Vt, EC eſt ſinus verſus arcus quadrante minoris BC.*

XVII. Tangens eſt recta à ſecante per alterum arcus terminum ducta in extremitatem diametri ad alterum arcus terminum perpendicularis: *Vt arcus BC tangens eſt recta LC.*

XVIII. Secans eſt recta per alterum arcus terminum uſq; ad ſummitatem tangentis ducta. *Vt arcus BC ſecans eſt recta AL.*

XIX. Definitio quantitatis, quam habeant rectæ ad circulum applicatæ, eſt conſtructio tabularum Sinuum, Tangentium & Secantium. *Sinuum videlicet rectorum: non etiam verſorum. Nam ſinus verſi ex ſinibus rectis nullo negocio eliciuntur.* Sinus enim verſus minor cum ſinu recto complementi eſt æqualis radio. *Vt ſinus verſus minor EC. cum ſinu recto complementi* ◡*AE eſt æqualis radio* ◡*AC. Ergo ſi ſubtrahas ſinum rectum complementi* ◡*AE de radio* ◡*AC, reſtat ſinus verſus EC.* Sinus autem verſus maior eſt æqualis radio cum ſinu recto exceſſus coniuncto. *Vt ſinus verſus maior GE eſt æqualis radio GA cum ſinu exceſſus* ◡*AE coniuncto. Ergo ſi ad radium GA addas ſinum rectum exceſſus AE, habebis ſinum verſum arcus GFB. Itaq; tabulis ſinuum verſorum non eſt opus. Pro ſubtenſis verò ſinus recti uſurpari poſſunt. Nam ſinus recti ſunt ſemiſſes ſubtenſarum. Ergo ſi ſinum maximum habeas pro ſubtenſa maxima: etiam ſinus non maximi pro ſubtenſis non maximis haberi poterunt. Nam quæ eſt ratio totius ad totum: eadem eſt ratio dimidii ad dimidium. v.g. Quæ eſt ratio 10. ad 6. eadem eſt ratio 5. ad 3.*

XX. Tabulas Sinuum, Tangentium & Secantium vulgo canonem Triangulorum vocant. Rheticus vocat canonem doctrinæ Triangulorum. Vieta vocat canonem Mathematicum.

XXI. Tabulæ Sinuum, Tangentium & Secantium, non ulterius extenduntur, quàm uſq; ad quadrantem. *Nam arcuum*

E. *qua-*

Digitized by Google

quadrante majorum ſinus recti iidem ſunt, qui minorum: per 12. hujus. Tangentes verò & ſecantes arcuum quadrante majorum nulla eſſe poſſunt, per 17. & 18. hujus.

XXII. Tabulæ Sinuum, Tangentium & Secantium, vulgo conſtruuntur ad ſingula ſcrupula prima. Rheticus conſtruxit ad decades ſcrupulorum ſecundorum. *Nos cætera quidē ſcrupulis primis contenti fuimus: ſub initium verò & finē quadrantis, etiam ſcrupula ſecunda, vel dena, vel bina, vel ſingula adhibuimus: prout neceſſitas exegit.*

XXIII. Ad conſtructionem Tabularum Sinuum, Tangentium & Secantium, ante omnia radius certarum partium eſt aſſumendus.

XXIV. Quarumcunque partium radius aſſumatur, Sinus, Tangentes & Secantes ad eum ferè omnes ſunt irrationales, hoc eſt, numero partium integrarum vel etiam fractionum præciſe verarum inexplicabiles, per 51. p. 1. Itaque Tabulæ Sinuum, Tangentium & Secantium exactæ nullo modo dari poſſunt. Tales autem dari & poſſunt & debent, in quibus nullus numerus abſit à verò per integram earum partium, quarum radius eſt aſſumtus. *Vt, ſi radius ſit aſſumtus partium 10000000, nullus earum tabularum numerus debet abeſſe à vero per unam particularum 10000000.*

XXV. Hanc accurationem ut aſſequaris, vel fractiones in ſupputandis tabulis non negligas: vel radium multò quàm pro tabularum hypotheſi majorem ad conſtructionem tabularum aſſumas oportet.

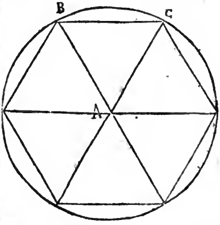
XXVI. Atqui fractiones ſimul cum integris ad calculum adhibere valdè tædioſum eſt. Adde quod ferè nullæ fractiones hic ſunt exquiſitè veræ. Ergo radius ad conſtructionem tabularum tantus aſſumatur, quantus ſi aſſumatur, error in tot à ſiniſtra numeris, quot in tabulis collocatos volumus, ineſſe nullus poſſit: numeri verò à dextra verſus ſiniſtram erronei

nei poſt ſupputationem finitam abſcindantur. *Sic Regiomontanus cum vellet ſupputare tabulas Sinuum ad partes radii 6000000. aſſumſit radium particularum 60000000000. & finitâ ſupputatione de ſingulis ſinibus ita repertis à dextra ſiniſtrorſum abſcidit notas quatuor. Sic Rheticus cum vellet tabulas ſinuum ſupputare ad partes radii 10000000000. aſſumſit radium particularum 1000000000000000. & finitâ ſupputatione de ſingulis ſinibus à dextra ſiniſtrorſum abſcidit notas quinq;. Nos ad principia Canonis exquirendum aſſumſimus radium particularum 100000 00000 00000 00000 00000. In ipſo vero Canone radium poſuimus pro neceſſitate varium: ſicut infra ſuo loco dicetur.*

XXVII. Aſſumto radio partium quarumcunq; principiò ſinus rectos omnium arcuum quadrante minorum iiſdem in partibus inquires: tum ex ſinibus illis rectis, Tangentes & Secantes deduces.

XXVIII. Sinus recti quoad conſtructionem tabularum, ſunt primarii vel ſecundarii. Sinus primarii dicuntur, à quibus reliqui deducuntur.

XXIX. Sinum primarium nunc ſtatuo unicum, nempe Sinum totum, ſive radium: qui eſt æqualis lateri ſexanguli circulo inſcripti, hoc eſt, ſubtenſæ ſexaginta graduum. *Quod ſic demonſtratur. Sit latus ſexanguli circulo inſcripti BC. Quia igitur BC arcus, eſt ſexaginta partiũ, ex theſi: ideo etiam angulus BAC, eſt ſexaginta partium per ſextam primi. Ac proinde anguli ABC, & ACB, ſimul ſumti ſunt 120. partiũ, per 49. primi. Atqui anguli ABC & ACB, ſunt æquales, per 5. primi. Nam latera AB & AC, ipſis oppoſita ſunt æqualia: quippe duo*



Digitized by Google

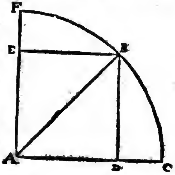
radii. Ergo unuſquiſq; eorum angulorum eſt 60. partium. Atqui tot partium erat etiam angulus BAC. Ergo Triangulum ABC, eſt aqualium angulorum. Igitur & aqualium laterum, per 5.p.1. Atqui latera AB & AC, ſunt radii: per ſtructuram. Igitur etiam latus BC eſt radius. Sinus ergo totus ſive radius eſt aqualis lateri ſexanguli circulo inſcripti: quod demonſtrandum erat.

XXX. Ex ſinu toto deduco reliquos ſinus omnes, per ſequentia nouem problemata.

PROBLEMA PRIMVM. Dato ſinu recto arcus quadrante minoris, ſinum complementi reperire.

REGVLA. Quadratum ſinus dati ſubtrahe à quadrato radii: radix reſidui eſt ſinus complementi.

RATIO REGVLÆ. *Nam ſinus arcus cum ſinu recto complementi & radio conſtituit Triangulum in concurſu duorum ſinuum rectangulum. Vt ſinus rectus BD cum ſinu complementi AD & radio AB, conſtituit Triangulum BDA rectangulum ad D, per 3.conſ.12. hujus. Ergo latera includētia rectum BD & DA, aquè poſſunt hypotenuſa AB, per 50.p.1. Subtracto igitur quadrato BD, de quadrato AB, relinquitur quadratum AD, cujus radix AD vel EB, eſt ſinus complementi FB.*

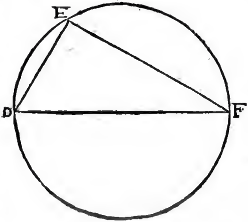


EXEMPLVM. *Sit radius AB. 10000000. Sinus BD 5000000, nempe ſinus arcus XXX. graduum. Quadratum radii AB. eſt 100000000000000. Quadratum ſinus BD eſt 25000000000000. Hoc ſi ſubtrahas de quadrato 100000000000000. reſtabit quadratum 75000000000000. Cujus radix 8660254. erit ſinus AD vel EB, competens arcui FB, 60. graduum.*

Eodem modo,

Data ſubtenſa arcus ſemicirculo minoris, ſubtenſam complementi ad ſemicirculum invenire licet.

Nam,

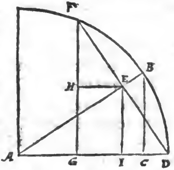


Nam, vt ſinus arcus cum ſinu complementi & radio cõſtituit triangulum rectangulum, per 3. conſ. 12. hujus. Ita ſubtenſa arcus cum ſubtenſa complementi ad ſemicirculum & diametro, conſtituit triangulum rectangulum, per 1. conſect. 53. primi. Ergo ſi quadratum ſubtenſæ datæ auferas à quadrato diametri, reſiduum erit quadratum ſubtenſæ complementi. Vt, in propoſito diagrammate, ſi quadratum ſubtenſæ DE auferas à quadrato diametri DF. reſiduum erit quadratum ſubtenſæ EF.

XXXI. PROBLEMA SECVNDVM. Dato ſinu recto arcus, unà cum ſinu complementi, ſinum arcus dupli reperire.

REGVLA. Sinum rectum arcus multiplica per ſinum complementi: productum divide per radium: & habebis dimidium ſinum arcus dupli.

RATIO REGVLÆ. *Nam, ut radius AB ad ſinum dati arcus BD, nempe ad rectam BC: cui æquatur DE: ita ſinus complementi AE ad rectam EI, ſive HG, cuius duplum FG eſt ſinus arcus FD. Nam in triangulo FGD recta HE parallela baſi GD. ſecat crura FG & FD proportionaliter, per 45. p. 1. Atqui biſecat crus FD in E. Ergo biſecat etiam crus FG in H.*

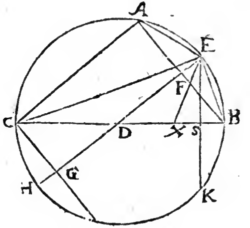


EXEMPLVM. *Sit datus ſinus arcus* BD. 35. gr. *recta* ED *vel* BC

E 3 5735764.

5735764 unà cum ſinu complementi ◡AC vel ◡AE. 8191520. Quæratur autem ſinus arcus dupli, nempe ſinus FG. Dico: ut ◡AB 10000000. ad BC. 5735764. ita ◡AE. 8191520. ad EI. ſive HG. 4698462. cuius duplum FG. 9396924. eſt ſinus arcus dupli FD. 70. gr.

Eodem modo,



Si per ſubtenſas agere libeat, erit: ut CB. diameter ad BE ſubtenſã arcus ſimpli BE. ita CE ſubtenſa complementi CAE, ad ES. dimidiam ſubtenſam dupli arcus EBK. *Quia triãgula ECB & ECS. ſunt æquiangula: propter cõmunem ad C. & æquales CEB & CSE. qui utriq; ſunt recti, ille quidẽ per 33. p. 1. hic verò per ſtructuram & per 23. p. 1.*

Vel facilius ſic:

Vt DE radius ad EC ſubtenſam complementi, ita EA ſubtenſa data ad AB ſubtenſam dupli arcus. *Valet conſequentia: quia triangula obtuſangula CDE & EAB ſunt æquiangula, propter æquales ECB & EAB: itemq; CEH & EBA: qui ſunt æquales propter menſuras eorum EB, ◡AE, & CH æquales; per theſin.*

EXEMPLVM *hujus poſtremi modi. Sit data ſubtenſa EB. 50. gr. 8452366, unà cum ſubtenſa complementi CE.* 18126156. *quæratur autẽ ſubtenſa arcus dupli AB. Dico:*

Vt DE. 10000000 *ad EC.* 18126156.
ita EB. 8452366 *ad AB.* 15320890.

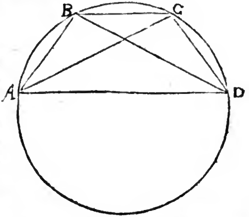
XXXII. PROBLEMA TERTIVM. Data ſubtenſa arcus ſemicirculo minoris, unà cum ſubtenſa dupli arcus, ſubtenſam tripli arcus invenire. REGVLA.

Digitized by Google

REGVLA. Quadratum ſubtenſæ ſimpli arcus aufer à quadrato ſubtenſæ dupli arcus: reſiduum divide per ſubtenſam ſimpli arcus: Quotus erit ſubtenſa tripli arcus.

RATIO REGVLÆ.

Nam ſubtenſa, ſimpli, dupli, & tripli arcus, ſi legitimè cõjungantur, conſtituunt figuram quadrilateram circulo inſcriptam & diagoniis interſectam: ut ex adjuncto diagrammate vides. In quo ſubtenſa ſimpli arcus eſt AB, vel BC, vel CD. ſubtenſa dupli arcus eſt AC vel BD. ſubtenſa tripli arcus eſt ⌣AD.



⌣Atqui in tali figura rectangulum factum à diagoniis æquatur duobus rectangulis laterum ſibi invicem oppoſitorum, per 54.p.1. Ergo, ſi rectangulum factum à lateribus ⌣AB & CD; hoc eſt, quadratum ſimpli arcus AB: ſubtraham à rectangulo diagoniorum; hoc eſt, à quadrato dupli arcus ⌣AC: reſtabit rectangulum laterum BC & ⌣AD. quod diviſum per latus BC exhibebit latus AD. per 40.p.1. Quod demonſtrandum erat.

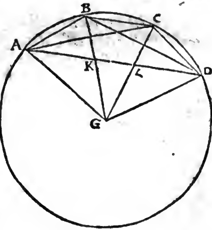
EXEMPLVM. *Sit data ſubtenſa ⌣AB vel BC 10.gr. 1743115. unà cum ſubtenſa AC. 20.gr. 3472964. Quæratur autem ſubtenſa AD. 30.gr.*

Quadratum ſubtenſa AC. eſt	— — — — —	12061478945296
Quadratum ſubtenſa AB. eſt	— — — — —	3038449903225
Subtractione facta reſtat rectangulum factum ex BC & AD	— — —	9023029042071
Quoo diviſum per ſubtenſam BC	— — — —	1743115
Exhibet ſubtenſam AD	— — — — — —	5176381

Vel facilius, & ſine data ſubtenſa dupli arcus, ſic:

Quadratum ſubtenſæ datæ radio diviſum, ſubtrahe à radio: reſiduum per ſubtenſam datam multiplicatum radioq; diviſum bis adde ad ſubtenſam datam, & habebis ſubtenſam tripli arcus.

RATIO *præcepti patet ex adiuncto ſchemate. In quo primum triangula AGB & BAK ſunt æquiangula, propter communem ABK vel ABG, & æquales AGB & BAK. qui ſunt æquales per 51. p. 1. quia nimirum arcus BCD, qui angulum BAK vel BAD in circumferentia conſiſtentem obit, eſt duplus ad arcum AB. qui angulum AGK in centro conſiſtentem obit. Ergo, ut AG ad ◡AB. ita AB ad BK. quo ſubtracto de BG reſtat KG. Deinde triangula GBC & GKL ſunt etiam æquiangula propter baſes BC & KL parallelas, per 36. p. 1. Ergo, ut GB ad BC, ita GK ad KL. Deniq; triangulum BAK eſt ad baſin æquiangulum: quippe triangulo AGB ad baſin ◡AB æquiangulo ſimile: ut nuper demonſtratum fuit.*



Quia igitur triangulum BAK eſt ad baſin æquiangulum, ideo eſt æquicrurum, per 26. p. 1. ac per conſequens, crura ◡AB & AK ſunt æqualia. Atqui ſegmenta AK & LD etiam ſunt æqualia: per ſtructuram. Ergo, ſi AK & LD addam ad KL, perinde eſt ac ſi rectam ◡AB bis ad rectam KL addiderim.

EXEMPLVM. *Sit data eadem ſubtenſa AB quæ ante ◡: nempe ſubtenſa 10. gr. 1743115. quæratur autem ſubtenſa tripli arcus AD.* Qua-

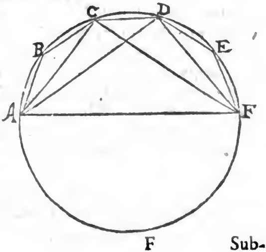
Quadratum ſubtenſa data AB eſt — — — —	303844	9903225
Ergo recta BK eſt — — — — — — —	303845	
Qua ſubtracta de radio BG — — — —	10000000	
Relinquit rectam KG — — — — —	9696155	
Qua multiplicata per datam AB — — — —	1743115	
Producit rectangulum — — — — —	1690151	3222825
Quod radio diviſum exhibet rectam KL — — —	1690151	
Ad quam bis addita recta AB — — — —	1743115	
	1743115	
Efficit rectam AD — — — — — — —	5176381	

XXXIII. PROBLEMA QVARTVM. Data ſubtenſa arcus ſemicirculo minoris, unà cum ſubtenſa dupli & tripli arcus, ſubtenſam quintupli arcus invenire.

REGVLA. Quadratum ſubtenſæ dupli arcus aufer à quadrato ſubtenſæ tripli arcus: reſiduum per ſubtenſam datam diviſum erit ſubtenſa quintupli arcus.

RATIO *eſt eadem quæ fuit in prima ſolutione tertii problematis: quia nimirum ſubtenſæ dupli, tripli, & quintupli arcus, legitimè inter ſe conjuncta efficiunt figuram quadrilateram duabus diagoniis interſectam, atq; adeo ad 54. p. 1. accommodatam, &c.*

EXEMPLVM. *Sit data ſubtenſa duorum graduum CD. 349048. & quæratur ſubtenſa 10. graduum. AF. Primū inveſtigentur ſubtenſa dupli arcus. h. e. ſubtenſa arcus AC. 4. graduū: per problema ſecundum; & ſubtenſa tripli arcus, h. e. ſubtenſa arcus AD. 6. graduum: per problema tertium.*



Sub-

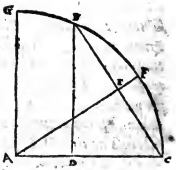
Subtenſa AC. erit —	697990. *ferè*	
Subtenſa AD. erit —	1046719.	
Deinde quadrentur illæ ſubtenſæ: & fient,		
Quadratum ſubtenſæ tripli arcus AD. — — —		1095620664961
Quadratum ſubtenſæ dupli arcus AC. — — —		487190040100
Quo ſubtracto de quadrato AD. relinquitur rectangulum ex AD & CD. — — —		608430624861
Quod diviſum per latus CD. — — — —		349048.
Exhibet latus AF. — — — — — — —		1743114

NOTA. *Eodem artificio ſeptupli, nonecupli, undecupli &c. arcus ſubtenſas invenire poſſis, ſi ſit opus. Nam quadratum ſubtenſæ arcus tripli ſubtractum à quadrato ſubtenſæ arcus quadrupli relinquit numerum, qui diviſus per ſubtenſam arcus ſimpli exhibet ſubtenſam arcus ſeptupli. Sic, quadratum ſubtenſæ arcus quadrupli ſubtractum à quadrato ſubtenſæ arcus quintupli, relinquit numerum, qui diviſus per ſubtenſam arcus ſimpli exhibet in Quoto ſubtenſam arcus nonecupli: & ita deinceps in infinitum.*

XXXIV. PROBLEMA QVINTVM. Dato ſinu arcus, unà cum ſinu complementi, ſinum arcus dimidii reperire.

REGVLA. Quadratum ſinus recti arcus dati conjunge cum quadrato ſinus verſi ejuſdem arcus (*quem ſinum verſum reperies ſubtracto ſinu complementi à radio.*) Radix ſummæ iſtorum duorum quadratorum erit ſubtenſa arcus dati: cujus ſemiſſis erit ſinus arcus dimidii.

RATIO REGVLÆ. *Nam ſinus rectus & verſus æquè poſſunt ſui arcus ſubtenſæ. Ut, in adjuncto ſchemate, BD ſinus rectus arcus BC; & DC ſinus verſus ejuſdem arcus, æquè poſſunt ſubtenſæ illius arcus BC. per 50. p. 1. Cujus ſubtenſæ dimidium EC. eſt ſinus arcus dimidii FC.*



EXEMPLVM. *Sit arcus BC. XXX. graduum ſinus rectus BD.* 5000000. *ſinus verſus DC.* 1339746.

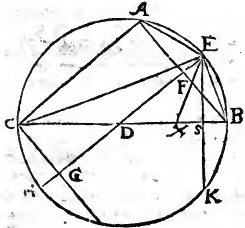
Qua-

Quadratum ſinus recti BD. erit	— — —	250000000000000
Quadratum ſinus verſi DC. erit	— — —	17949193445l6
Summa horum duorum quadratorum erit.	— —	267949193445l6

Radix inde extracta 5176380. erit ſubtenſa arcus dati BC. XXX. graduum. Dimidium vero illius ſubtenſæ, nempe recta EC. 2588190, erit ſinus arcus dimidii FC. XV. graduum.

Aliter, per ſubtenſas.

REGVLA. Subtenſam complementi aufer à diametro. Reſiduum radio multiplicatum erit quadratũ ſubtẽſæ dimidii arcus *v.g. Dati arcus AB ſubtenſam complementi ſubtenſam complemẽti AC, cui aqualis ponitur CX, aufer à diametro CB. Reſiduũ XB multiplicatũ radio DB. aquale erit quadrato recta EB ſubtenſa dimidii arcus EB.*



RATIO REGVLÆ. *Nã, ut DB ad EB: ita EB ad XB. Ergo DB, BE, & XB ſunt tres recta continuè proportionales. Et per conſequens, oblongum extremarum DB & XB, aquatur quadrato media BE, per 43. p. 1. Ideo autem eſt, ut DB ad BE, ita BE ad XB: quia triangula DEB & XEB ſunt aquiangula: propter communem DBE, & aquales EXB & DEB. Qui ſunt inter ſe aquales: quia uni tertio, nempe angulo communi DBE ſunt aquales. Idq; ideo, quia triangula DEB & XEB ſunt aquicrura: ergo ad baſes aquiangula, per 26. p. 1. Triangulum DEB eſt aquicrurum: quia utrumque crus DE & DB, eſt radius. Triangulum XEB, eſt aquicrurum. Quia recta XE aquatur recta AE:*

F 2 ergo

ergo etiam recta EB. Nam rectæ AE & EB. ſunt æquales, per ſtructuram. Recta autem XE æquatur rectæ AE: quia vtraq; æqualibus angulis ACE & ECX ſubtenduntur in terminis crurum æqualium. Recta enim CX eſt æqualis rectæ CA per theſin: recta vero CE eſt utriq; triangulo, nempe triangulo ACE, & triangulo ECX communis. Quia igitur triangula DEB. & XEB ſunt æquiangula; ideo eſt, ut DB ad BE, ita BE. ad BX. Quod demonſtrandum erat.

EXEMPLUM. *Sit data ſubtenſa arcus AB. 60.gr.* — —	10000000
unà cum ſubtenſa complementi AC. — — — — —	17320508
De diametro CB. — — — — — — — — — —	20000000
Subtrahe ſubtenſam complementi AC vel CX — — —	17320508
R. ſtabit XB — — — — — — — — — —	02679492.

Quod multiplicatum radio DB. hoc eſt, auctum cyphris ſeptem, hoc modo:

02679492000000

Erit quadratum ſubtenſæ arcus dimidii EB. Cujus quadrati radix 05176381 *eſt ipſa ſubtenſa EB.*

Cæterum, ideo in his operationibus cyphræ etiam ab initio ſunt apponendæ, ſi calculus ita ferat, ut puncta radicis extrahendæ (ſive illa ſit quadrata, ut hîc, ſive cubica, ſive ſolida, ut erit in ſequentibus nonnullis exemplis) convenienter annotari poſſint. Numeri enim à dextra, ſi radius aſſumatur magnus, nō ſemper omnes aſſcribuntur. Quo in caſu incerta eſſet punctorum radicalium annotatio, ſi cyphræ ab initio non aſſcriptæ eſſent. Sed & alium uſum habet iſta cyphrarum ab initio aſſcriptio. Oſtendit enim, omnes iſtas ſubtenſas eſſe minores radio, & quaſi partes quaſdam radii: quæ partes vulgo ſic ſcriberentur. $\frac{5176381}{10000000}$. *Sed multò compendioſior & ad calculum accommodatior eſt iſta ſcriptio.* 05176381. *Omnino autem idem iſti numeri valent, ſicut hi duo numeri.* 09. & $\frac{9}{10}$ *idem valent.*

Adhuc aliter, per ſubtenſas, & per Algebram: ex mente Iuſti Byrgii.

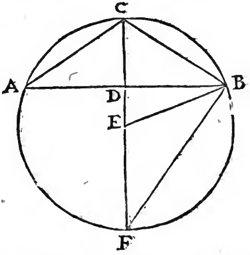
(Algebram qui neſcit, Algebraica tranſiliat, hic & per totum reliquum librum. Non enim neceßitati, ſed tantum curioſitati hæc data ſunt.)

REGULA.

REGVLA. Quadratum ſubtenſæ datæ divide per 4 q — 1 6q. Quotus erit quadratum ſubtenſæ arcus dimidii.

RATIO REGVLÆ. *Nam quadratum ſubtenſa cujuſcunq; arcus æquatur quatuor quadratis, minus uno biquadrato ſubtenſa arcus dimidii. Quod ſic demonſtratur.*

Sit data ſubtenſa arcus ACB. recta AB. Quæratur autem ſubtenſa arcus dimidii nempe recta AC vel CB. Diameter FC. ſit 2. ut radius fiat. 1. Sicut ponitur in tabulis Sinuum: etſi ibi multæ cyphræ 1. addantur: quod hic non eſt opus. Quæſita deinde ſubtenſa AC vel CB ponatur



tur Algebraicè unius radicis ſive lateris: atq; adeo CB ſit 1 l. Ergo quadratum CB. erit 1 q. Nam 1 l. per 1 l. multiplicatum dat 1 q. Hoc quadratum ſi auferas à quadrato diametri 2. nempe à 4. reſtabit 4 — 1 q. quod eſt quadratum rectæ FB. per 50. p. 1. quia videlicet triangulum FCB. eſt rectangulum ad B per 1. conſ. 53. p. 1. Ergo recta FB. eſt radix quadrati 4 — 1 q. Quæ radix ſic notetur l 4 — 1 q. vel ſic √ 4 — 1 q: prout quiſque notare conſuevit. Ducatur etiam radius EB: ut fiat triangulum EFB. Iam, triangula EFB & ACB ſunt æquiangula: propter æquales

CFB & CAB: qui ſunt æquales propter menſuram eorum æqualem, ſive potius eandem, quæ menſura eſt arcus CB. Angulo autem CAB æqualis eſt angulus CBA; & angulo CFB vel EFB æqualis eſt angulus EBF; per ſtructuram. Ergo etiam tertius ACB tertio FEB. eſt æqualis: per 4. conſ. 49. p. 1. Quia igitur triangula EFB & ACB ſunt æquiangula, ideo eſt ut EF. 1. ad FB. l 4—1 q. ita AC. 1 l. ad AB. In quo calculo, ut terminũ ſecundum cum tertio multiplicare poſſis, quia ſecundus terminus eſt ſurdus, etiam tertium terminum ſurdum effice, multiplicando 1 l. per ſeipſum, ut fiat 1 q: quo facto recta AC erit l 1 q. Iam multiplica l 4—1 q. per l 1 q. hoc modo.

Multiplicandus	—	—	*l 4—1 q.*
Multiplicans	—	—	*l 1 q.*
Factus	—	—	*l 4 q—1 bq.*

Ergo ſubtenſa AB æquatur lateri quatuor quadratorum minus uno biquadrato aſſumptæ radicis AC. Et per conſequens, quadratum ſubtenſæ AB æquatur quatuor quadratis minus uno biquadrato aſſumtæ radicis ſive ſubtenſæ dimidii arcus AC vel CB. Atque adeo, ſi quadratum ſubtenſæ AB dividas per 4 q—1 bq. prodibit unum quadratum ſubtenſæ dimidii arcus AC vel CB. Quod demonſtrandum erat.

Cæterum, quomodo datæ cujuslibet ſubtenſæ quadratum dividi poſſit per 4q—1 bq. ſubjecto exemplo manifeſtum faciam.

EXEMPLVM. *Sit data ſubtenſa AB, LX. grad.* 10000000. *ejuſq; quadratum* 100000000000000. *Hoc quadratum dividendũ eſt per 4 q—1 bq. Quia igitur per 4 q—1 bq commode dividere non poſſum, addo utrinque, nempe & ad diviſorem & ad dividendum 1 bq (quæ additio in diviſore fit, abjecto ſigno minus cum ſuo numero) ut inter ſeſe æquentur 4q. & 100000000000000.+1 bq: tumque divido* 100000000000000 +1 *bq. per 4q. vel, quod idem eſt, divido numerum* 100000000000000 *per 4. Sic ut inventi uniuſcujuſq; quoti particularis quadratum (quod revera eſt biquadratum: quia quotus eſt quadratum) cum ſuo complemento addam ad numerum dividen-*

dividendum, antè, quàm diviſorem. 4. promoveam. Quæ additio, ut debitis locis fiat, puncta radicum quadratarum ante omnia ad numerũ dividendum adnotentur, & deinde procedatur eo modo, qui ſequitur.

Quadratum ſubtenſæ AB. 60. gr.

100000000000000

(4)(4) Dic. 4 in 1(0

4 in 10(2

B. 4. Adde ad 100

Fit. 104. Dic. bis 4. ſunt 8. Subtrahe

Reſt. 2400.

(4) Dic. 4 in 24(6

D 276 Adde

2676

24 Subtrahe

27600. (7

(4)

3689 Adde

31289

28 Subtrahe

328900.

(4)

48141 Adde

1704100 (4

(4)

214336 Adde

31843600. (9

(4)

4820001. A.

66660100 (1

(4) 5358981. A.

3201908100 (9

(4)

482308461. A.

Quadratum de 2. eſt 4. B.

Quadratum de 6. eſt 36.
Complementum---24.
Summa 276. D.
Complementum autem illud reperitur, multiplicando radicem 6. per duplum antecedentis radicis 2. hoc eſt, per 4. Nam quater 6. eſt 24.

(9--Deinceps numeri ſubtrahendi non ſunt aſſcripti, ut nec in vulgari diviſione aſſcribi ſolent.

842-

8421656100 (2
(4)
1071796764.A.

149345286400 (4
(4)
21435935376.A.

1078122177600 (3
(4)
160769515449.A.

3889169304900 (1
(4)535898384861.A.

42506768976100 (1
(4)5358983848621.A.

78657582472100 (2
(4)
1071796769724444.A.

93754959444544 Sequeretur 2.

Geneſis biquadratorum particularium, unde ſenſim componitur biquadratum totum.

00(2
2

A. 4 (6
46
B. 276

676(7
527
C. 3689

71289.(9
5349
48141

A Quadratum radicis 2.
B Quadratum radicis 6. cum ſuo complemento. Quadratum radicis 6. eſt 36. complementum ex multiplicatione precedentis radicis dupla, per hanc radicem 6. factum eſt 24. Hæc debito modo (qui modus iam ſupra oſtenſus eſt) inter ſe coniuncta faciunt 276.
C. Quadratũ radicis 7. cum ſuo complemento facto ex multiplicatione duple radicis antecedẽtis 26. per hanc radicem 7.

717-

Digitized by Google

7177041 (4
53584
214336

71791843 6(9
535 889
4823 001

71796666601 (1
5358981

7179672019081.(9
53589829
482308461

717967684216561.(2
535898382
1071796764

71796769493452864.(4
5358983844
21435935376

7179676970781221776.(3
53589838483
160769515449

717967697238891693049.(1
535898384861

71796769724425067689761.(1
5358983848621

7179676972447865752824721.(2
53589838486222
107179676972444

717967697244893754959444544. Biquadratum totum.

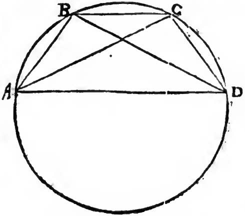
Examen præcedentis analyſeos per Syntheſin contrariam.

r q.	0267949192431112
4 q.	1071796769724448
1bq.	0071796769724448. Subtrahe
	10000000000000000 Redit quadratum ſubtenſæ. LX. grad.

XXXV. PROBLEMA SEXTVM. Data ſubtenſa arcus, ſubtenſam tertiæ partis illius arcus invenire.

REGVLA. Subtenſæ datæ ſubtriplum nonnihil auctum pone pro ſubtenſa quæſita, & per illam inquire ſubtenſam datam juxta doctrinam tertii problematis. Quam ſi eandem inveneris, habes quod quæſiviſti. Sin autem: nota differentiam per Plus vel Minus, & repetitâ eadem operatione per aliam poſitionem ſubtenſæ quæſitæ, iterum nota Plus vel Minus. Quo facto poſtea per Regulam falſi veritatem infallibiliter invenies.

RATIO *cur ſubtriplum ſubtenſa data nonnihil augendum ſit prius quàm pro ſubtenſa quæſita probabiliter poni poſſit, hæc eſt: quia ſubtenſa ſubtripli arcus ter ſumta neceſſario major eſt quàm ſubtenſa tripli arcus. v.g. tres rectæ, AB, BC, & CD. ſimul ſumta neceſſariò majores ſunt, quàm recta AD.*



RATIO

RATIO *reliqua operationis uſq; ad Regulam falſi, patet ex demonſtratione tertii problematis.*

RATIO REGVLÆ *falſi ſcitur ex Arithmeticis.*

EXEMPLVM. *Sit data ſubtenſa XXX. graduum AD. 5176381. ferè. Quaratur autem ſubtenſa ſubtripli arcus, nempe arcus. X. graduum. AB.*

Data ſubtenſa AD. eſt — — —	5176381
Eius ſubtriplum eſt — — —	1725460
Id nonnihil auctum, eſt — — —	1730000
vel — — —	1740000
vel — — —	1750000
Poſitio prima ſit — — — —	1730000
Per eam inquiſita ſubtenſa tripli arcus AD. iuxta doctrinam tertii problematis, erit —	5138223
At debebat eſſe — — —	5176381
Ergo eſt Minus — — —	38158
Poſitio ſecunda ſit — —	1740000
Per eam inquiſita ſubtenſa tripli arcus AD. iuxta doctrinam tertii problematis erit —	5167320
Atqui debebat eſſe — — —	5176381
Ergo adhuc eſt Minus — —	9061

Iam, iuxta doctrinam Regulæ falſi, multiplica per crucem, Minus primum per poſitionem ſecundam, & Minus ſecundum per poſitionem primam: & quia utrobiq; eſt Minus, producta ab invicem ſubtrahe, & habebis numerum dividendum, hoc modo:

Productum primum	66394920000
Productum ſecundum	15675530000
Dividendus	50719390000

Item, de Minore uno ſubtrahe Minus alterum, & accipies diviſorem, hoc modo:

Minus unum — — —	38158	
Minus alterum — — —	9061.	Subtrahe.
Diviſor — — —	29097	

Diviſio ipſa.

```
Dividendus. 50719390000
Diviſor.    29097 (1—1
            216223 (7—8
             29097
            203679
             125449 (4—3
              29097
             116388          7
                             0
               90610 (3—6 X 0
               29097       7
               87291
                33190 (1—7
                29097
                 40930 (1—8
                 29097       6
                 118330 (4—3 X 0
                   29097     7
                  116388
                   1942
```

Diviſione facta prodit pro ſubtenſa ◡AB, uti vides, numerus 1743114. Per quem numerum iterum operare ut per poſitionem primam vel ſecundam, & rurſum prodibit ◡Minus: ſed valde parvum, nempe. 3. Sume igitur numerum numero 1743114. paullo majorem, nempe 1743115. & repetitâ operatione priore invenies ſubtenſam ◡AD. prorſus talem, qualis initio data erat nempe 5176381. quæ tamen in fine eſt juſto major: ideo etiam ſubtenſa 1743115. in fine erit juſto major: verior

Digitized by Google

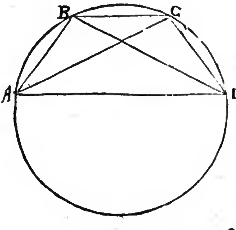
verior tamen quàm ſubtenſa 1743114: ut ex calculo apparet: quia ſcilicet nullam apparentem differentiam inter AD. datam & quæſitam relinquit.

NOTA. *Regula falſi ſemper tibi veritatem oſtendet ad minimum in duplo pluribus cyphris, quàm poſitio una aut altera notas ſignificativas (quales ſunt 1.2.3.4.5.6.7.8.9. non autem 0.) ad ultimam uſq; iuſtas habuerit. v.g. In propoſito exemplo poſitio utraq; ſeorſim ſumta habuit tres cyphras ſignificativas, ad vltimam uſq; iuſtas, nempe 173. vel 174. Ergo regula falſi veritatem exactè prodidit in ſex cyphris, nempe in iſtis 174311. Vnde patet ſi primam poſitionem feceris 17431140000000, ſecundam 17431150000000. te ad extremam habiturum eſſe ſubtenſam exactiſſime veram ad radium 100000000000000. Quod ſi iſtam ſubtenſam rurſus quatuordecim cyphris auxeris, & ultimam cyphram ſignificativam in una poſitione minorem, in altera maiorem ſumſeris, accipies ſubtenſam quæſitam exactiſſimè veram ad radium 100000 00000 00000 0000000000000; & ita deinceps: modò ſubtenſam AD in tot partibus prius datam habueris.*

Aliter, per Algebram.

REGVLA. Subtenſam datam divide per 3l—1c. Quotus erit ſubtenſa tertiæ partis arcus dati.

RATIO REGVLÆ. *Nam ſubtenſa cujuſcunq; arcus æquatur tribus radicibus minus uno cubo: qualium radicum una eſt ſubtenſa tertiæ partis illius arcus. Quod ſic demonſtratur. Sit data ſubtenſa AD, arcus ABCD. Quæratur autem ſubtenſa tertiæ partis AB, vel BC, vel CD. Ponatur ſubtenſa tertiæ partis BC 1l. Er-*



go ſubtenſæ arcuum ad arcum BC. duplorum, nempe recta AC & BD ſingulæ erunt l 4q—1 bq. per antecedentis problematis demonſtrationem. Atqui figura ABCD, eſt figura quadrilatera, circulo inſcripta & diagoniis interſecta. Rectangulum igitur diagoniorum AC & BD æquatur rectangulis laterum ſimul ſumptis per 54. primi. Primum igitur multiplico diagonios invicem & exiſtit inde quadratum 4q—1bq (nam ſurdum numerum per ſe ipſum multiplicare, nihil eſt aliud quam ſignum l abiicere.) Deinde multiplico latus AB per latus CD, hoc eſt, 1 l per 1 l. & exiſtit inde 1 q. Quod ſubtraho de Quadrato diagoniorum, h. e. de 4q—1bq & reſtant 3q—1bq. pro rectangulo ex BC & AD facto. Quod rectangulum 3q—1bq. ſi dividam per latus BC. nempe per 1 l. reſultat latus AD. 3 l—1c. Ergo 3l—1c. quorum laterum unum ſit ſubtenſa tertiæ partis, æquantur ſubtenſæ arcus dati & per conſequens ſi ſubtenſa arcus dati dividatur per 3l—1c. quotus erit ſubtenſa tertiæ partis. Quod demonſtrandum erat.

Modus iſtiuſmodi diviſionis hic eſt. Subtenſam datã divide per 3. addito uniuſcujuſq; quoti particularis cubo, cum ſuis complementis, ad numerum dividendũ, priuſquam diviſorẽ promoveas: à dextra iſtam additionem incipiendo, ſub puncto unicuiq; cubo debito, & pro more extractionis radicis cubicæ ad numerum dividendum annotato. Dico: addito cubo, cum ſuis complementis. Nam cubus non unicum duntaxat habet complementum, ut quadratum: Sed cubus uniuſcujuſq; radicis poſt aliam radicem poſitæ, habet duo complementa. Quæ ſic reperiuntur. Pro primo complemento, radix præcedens quadratur, idq; quadratum triplatur, & triplatum per ſequentem radicem multiplicatur. Pro ſecundo complemento, radix præcedens triplatur, & hoc triplatum per quadratum ſequentis radicis multiplicatur, ut ſequentis exempli calculus, quem integrum aſſcripſi, oſtendet.

EXEMPLUM.

Subtenſa XXX grad. unde ſit extrahenda ſubtenſa X graduum.

0· 517· 638· 1
(3)(3)1 Adde (01

218 638 (7
(3)3 913. A.

12 551 100 (4.
(3) 355 024.A.

906 124 000 (3
(3)27 295 407.A.

33 419 407 000 (1
(3) 911 466 991.A.

4 330 873 991 (1
(3) 91 152 451 231.A.

1 422 026 442 231 (4
(3)36 461 273 334 544.A.

258 487 715 565 544 Sequeretur 8
(3)

Quadrata particularia ſubtenſæ X.gr.	Cubi particulares ſubtenſæ X. graduum.
0. 1	
01	
001. 7	C.0001 (1
27	3 913
189	C.0004 913 (7
00289. 4	355 024
344	C.0005 268 024(4
1376	27 295 407
0030276. 3	C.0005 295 719 407(3
3483	911 466 991
10449	C.0005 296 230 873 991 (1
003038049. 1	91 152 451 231
34861	C.0005 296 322 026 442 231 (1
00303839761. 1	36 461 273 334 544
348621	C 0005 296 358 487 715 565 544 (4
0030384324721. 4	
3486224	
13944896	
003038446416996	

Exqui-

Exquiſitio cuborum particularium ſubtenſæ decem graduum.

l 1
q 1
3
3
l 7
I Comple. 21
II. Compl. 147
Cubus 343

3913 Cubus radicis 7. cum ſuis complementis.

	l 17	l 17	l.4
	q.289	3	q.16
	3	51	c.64
	867	q.16	
	l 4	306	
I. Compl.	3468	51	
II. Compl.	816	816	
Ipſe cubus	64		

355024 cubus radicis 4 cum ſuis complementis.

l.174	l.174	l.3
q.30276	3	q.9
3	522	c.27
90828	q.9	
l.3	4698	
272484		
4698		
27		
27295407		

l.1743	l.1743
q.3038049	3
3	5229
9114147	
5229	
1	
911466991	

l. 17431	l.17431	l.174311	l.174311	l.4
q.303839761	3	q.30384324721	3	q.16
3	52293	3	522933	c.64
911519283		91152974163	q.16	
52293		l.4	3137598	
1		364611896652	522933	
91152451231		8366928	8366928	
		64		
		36461273334544		

Examen præcedentis analyſeos per Syntheſin contrariam.

1l.	01743114|8	Subtenſa X. graduum.
3l.	05229344|4	
1c.	00052963|5	Subtrahe.
	05176380|9	Redit ſubtenſa XXX. graduum.

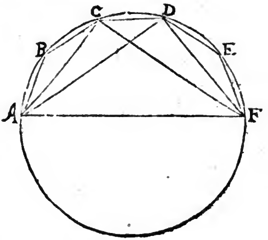
XXXVI. PROBLEMA SEPTIMVM. Data ſubtenſa arcus, ſubtenſam quintæ partis illius arcus invenire.

REGVLA. Subtenſæ datæ ſub quintuplum nonnihil auctum, pone pro ſubtenſa quæſita, & per illam inquire ſubtenſam datam, juxta doctrinam quarti problematis. Quam ſi eandem inveneris, habes quod quæſiviſti. Sin autem: nota differentiam per Plus vel Minus, & repetita eadem operatione per aliam poſitionem ſubtenſæ quæſitæ, iterum: nota Plus vel Minus; & deniq; per regulam falſi veritatem inquire, ut factum eſt in ſexto problemate.

RATIO REGVLÆ *eſt eadem, quæ fuit in ſexto problemate.*

Digitized by Google

EXEMPLVM. *Sit data ſubtenſa decem graduum AF 1743115. Quæratur autem ſubtenſa quintæ partis, hoc eſt duorum graduum. CD.*



Subtenſa decem graduum eſt — —	1743115. *ferè.*
Eius ſubquintuplum eſt — — —	348623.
Poſitio prima ſit — — — —	349000.
Per eam inventa AF. eſt — — —	1742875.
At debebat eſſe — — — — —	1743115.
Eſt ergo Minus — — —	240.
Poſitio ſecunda ſit — — —	349100
Per eam inventa AF, erit — —	1743373
At debebat eſſe — — — —	1743115
Eſt ergo Plus — — —	258
Cui adde Minus — —	240
Et habebis diviſorem — — — —	498.

Deinde multiplica per crucem, nempe Minus per poſitionem majorem; & Plus per poſitionem minorem; eruntq;

Productum primum — — —	83784000
Productum ſecundum — — —	90042000. *Hæc adde*

Et habe-

Et habebis Dividendum. 173826000———0
Diviſor erat. — 498 (3—3
1494
2442
498 (4—7
1992
4506
498 (90—7
4482
2400
498 (4—2
1992
4080
498(8—1 X 3
3984
96

Quotus, hoc eſt, ſubtenſa duorum graduum CD. prodit. 349048. exquiſitè vera.

Aliter, per Algebram.

REGVLA. Subtenſam datam divide per 5l—5c+1ß. Quotus erit ſubtenſa quintæ partis arcus dati.

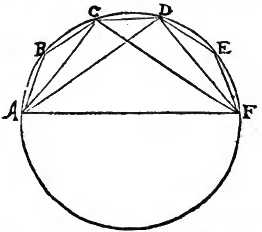
RATIO REGVLÆ. *Nam ſubtenſa cuiuſcunq; arcus æquatur quinq; radicibus, minus quinq; cubis, plus uno ſolido: qualium radicum una eſt ſubtenſa quintæ partis illius arcus. Quod ſic demonſtratur.*

Sit data ſubtenſa AF, arcus ABF. Quæratur autem ſubtenſa quintæ partis arcus ABF. v. g. ſubtenſa arcus CD nempe recta CD. Ponatur CD unius radicis, ſive quod idem eſt, CD ſit 1 l. Ergo AC erit 4q—1bq. ſimiliterq; DF per problematis XXXI. demonſtrationem. AD vero erit 3 l—1c. Similiterq; CF per problematis antecedentis demonſtrationem. Iam in figura quadrilatera ACDF diagoniis AD & CF interſecta, rectangulum diagoniorum AD & CF eſt æquale rectangulis laterum oppoſitorum, nempe CD & AF, item AC & DF

 ſimul

Digitized by Google

ſimul ſumtis, per 54. primi. Primum igitur multiplico invicem diagonios AD & CF. Deinde multiplico invicem latera oppoſita AC & DF. Et factum hujus multiplicationis à facto diagoniorum ſubtra-



ho. Quod reſtat, eſt rectangulum reliquorum duorum laterum oppoſitorum CD & AF: quod rectangulum diviſum per rectam CD, relinquit rectam AF. Totus calculus Algebraicus ita habet.

AD. 3l—1c.
CF. 3l—1c.

9q—3bq.
—3bq+1qc.

AD, CF. 9q—6.bq+1qc.
AC, DF, 4q—1bq.

CD, AF, 5q—5bq+1qc.
Diviſor CD 1l.

Quotus AF 5l—5c+1ß,

AC. 14q—1bq
DF. 14q—1bq

AC, DF. 4q—bq.

Ergo

Ergo ſubtenſa dati arcus ABF, nempe recta AF æquatur 5 radicibus, minus 5 cubis, plus uno ſolido: qualium radicum una eſt ſubtenſa quintæ partis arcus dati. Et per conſequens, ſi ſubtenſam datam AF dividam per 5 l—5c+1ß. Quotus erit ſubtenſa quintæ partis illius arcus, nempe recta AB, vel BC, vel CD, &c.

Quod demonſtrandum erat.

Modus per 5l—5c+1ß. dividendi talis eſt. Super numero dividendo ante omnia notentur puncta & cubicis & ſolidis radicibus convenientia. Deinde numerus dividendus dividatur per 5. additis ſemper quoti inventi quinq; cubis, cum ſuis complementis, & ſubtracto uno ſolido, priuſquam diviſor promoveatur. Quia enim diviſio debet fieri per 5l—5c. Ideo quinq; cubi, qui de diviſore auferri non poſſunt, econtra ad numerum dividendum ſunt addendi. Item quia diviſio debet fieri per 5+1ß. Ideo unus ſolidus, qui ad diviſorem addi non poteſt, econtra de numero dividendo eſt ſubtrahendus.

EXEMPLVM.

Subtenſa X. gr. unde ſit extrahenda ſubtenſa duorum graduum.

S.

C.	2c.	S	C.				
°0 17	°4	31	°1	4			
(5)	(5)(5)	13	5. Adde			(003	
~~2~~4		44	6 400		0		
				24	3	Subtr.	
24		44	6 375		7		
(5)		6	1 520	Adde		(4	
4		50	7 895		7	00 000	
				21	1	35 424	Subtr.

(x)(5)0	7 874 5	64 576		(9		
(5)1	6 022 7	45 Adde				
2	3 897 3	09 576	000 00			
	6 3	40 413	767 49	Subtr.		
x	3 890 9	69 162	232 51	(04		
(5)	(5) 73 0	88 976	320 Adde			
	3 964 0	58 138	552 51	0 000 0	00 000	Subtr.
		29 677	769 34	9 411 0	73 024	
	3 964 0	28 460	783 16	0 588 9	26 976	
	(5)					(8 fere.

Quadrata particularia ſubtenſæ duorum graduum.

0.0.(3
00003
00009
____
00009 (4
64
256
____
0001156.(9
689
6201(0
____
12180100.(4
69804
279216
____
1218289216.(8
698088
5584704
____
121834506304

Cubi

Cubi particulares ſubtenſæ duorum graduum.

C.0'000'027'	Radix	(3
12	304	
C.0 000 039	304	(4
3	204. 549	
C.0 000 042	508 549.	(90
	14 617 795. 264.	
C.0 000 042.	523 166 795. 264.	(4
	2 923 961 134 592	
C.0 000 042	526. 090 756. 398 592. unus cubus	(8
	5. Multiplicator.	
C.0 000 212.	630. 453. 781. 992. 960. Quinq; cubi.	

Solidi particulares ſubtenſæ duorum graduum.

0'0000'000243'	Radix	(3
211	35424	
454	35424	(4
63	40413. 76749	
517	75837. 76749.	(90
	29677. 76934 94110. 73024	
518	05515. 53683. 94110. 73024	(4
	5937. 18660. 97927 80583 &c.	
0'00000'00518	11452. 72344. 92038. 53607	(8

Examen factæ analyſeos per ſyntheſin contrariam.

1ſ.	00349048.	Subtenſa 2.gr.
5ſ.	01745240	
--5c.	00002126	Subtrahe
	01743114	
+1ſ.	000000051	&c. Adde: ſi quid ſit addendum.
	01743114.	Redit ſubtenſa 10 gr.

Cate-

Cæterum, quomodo cubi particulares inveſtigandi ſint, in exemplo problematis antecedentis monſtratum fuit. Neq; hic quicquam novi eſt, niſi quod ſinguli cubi particulares multiplicantur per 5. priuſquam addantur: quia quinq; cubi hic ad numerum dividendum ſunt addendi. v.g. primus cubus particularis in hoc exemplo fuit 27. Hic multiplicatus per 5 facit 135. Alter cubus particularis cum ſuis complementis fuit 12304. Hic numerus per 5 multiplicatus facit 61520. Et ita deinceps.

Solidos particulares ſic invenies. Fit ſolidus multiplicatione cubi per quadratum: v.g. Solidus de 3 ſic fit. ter tria ſunt novem, ter 9 ſunt 27. Novies 27 ſunt 243. Atq; hæc eſt generatio ſolidi unius cyphræ: vel plurium etiam cypharum conjunctim conſideratarum: ut ſolidus de 34 eſt 45435424. Nam quadratum de 34 eſt 1156. cubus 39304. Quæ duo inter ſe multiplicata efficiunt numerum 45435424. At, ſi ſingularum cypharum ſolidos cum ſuis complementis ſeparatim inquirere velis, v.g. ſi poſt inventum ſolidum de 3, inquirere velis ſolidum de 4, qui cum ſuis complementis additus ad ſolidum de 3, efficiat ſolidum de 34, alia via opus eſt. Hâc nimirum: Solidus plurium cypharum v.g. ſolidus de 34. in cyphris omnibus poſt primam, habet quatuor complementa: ut ſunt quatuor cyphræ inter ſingula quæq; puncta radicum ſolidarum interjecta. Illa quatuor complementa ſic invenies. Pro primo complemento radicem præcedentem primo biquadrabis, deinde biquadratum quintuplabis, & quintuplatum per radicem præſentem multiplicabis. Pro ſecundo complemento radicem præcedentem cubabis, & cubatam decuplabis, & decuplatam per præſentis radicis quadratum multiplicabis. Pro tertio complemento præcedentem radicem quadrabis & quadratam decuplabis, & decuplatam per cubum præſentis radicis multiplicabis. Pro quarto complemento radicem præcedentem quintuplabis, & quintuplatam per biquadratum præſentis radicis multiplicabis. Inde præſentem etiam radicem ſolidabis. Ac deniq; hos quinq; numeros invicem addes: eo modo & ordine ſubſeſe ſcriptos, ut ſubjectum exemplum oſtendet.

Solidus

Digitized by Google

Solidus de 4 in l34.

	p̃c.l.3	p̃c.l.3	p̃c.l.3	p̃cl.3	l 4	
	q.9	q9	q9	5	16	
	bq.81	c 27				
	5	Dec. 270	Dec. 90	15	c. 64	
	405	q.16	c.64	bq256	64	
	l.4	1620	360	90	96	
I. Compl.	1620	270	540	75	1024	Sol.
II. Compl.	4320	4320	5760	30		
III. Compl.	5760			3840		
IV. Compl.	3840					
Solidꝰ de 4	1024					

21135424 Solidus particularis de 4 cum ſuis complementis, reſpectu radicis antegreſſæ. 3.

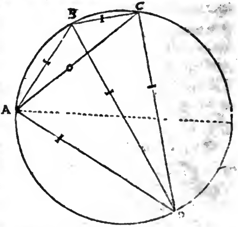
NOTA. *Eodem artificio ſeptimæ, nonæ, undecimæ, decimætertiæ, & in infinitum cujuſcunq; partis imparis ſubtenſam invenire poſſis, ſi ſit opus:*

XXXVII. PROBLEMA OCTAVVM. Datis ſinibus duorum arcuum inæqualium, unà cum ſinibus complementorum, ſinum ſummæ vel differentiæ illorum arcuum invenire.

REGVLA. Multiplica alternatim ſinum unius arcus per ſinum complementi alterius: Producta ſi componas, & compoſita per radium dividas, hoc eſt, ſeptem à dextra notas abſcindas, habebis ſinum ſummæ datorum arcuum. Si verò productum minus de majore ſubtrahas, habebis ſinum differentiæ eorundem arcuum.

RATIO REGVLÆ. *Hæc regula habet duo membra. Vnum eſt de inventione ſinus ſummæ duorum arcuum inæqualium. Alterum, de in-*

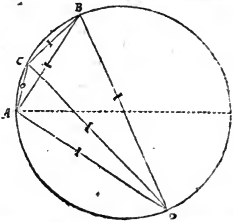
de inventione ſinus differentiæ duorum arcuum inæqualium. Inventio ſinus ſummæ duorum arcuum inæqualium ſic demonſtratur. Totus circulus ◡ABCD, ponatur tantum 180 partium, ut omnes ſubtenſæ ſint inſtar ſinuum. Et ſint in eo circulo dati duo arcus inæquales ◡AB & BC, eorumq; complementa AD & CD. Et horum omnium ſinus, nempe ſinus arcus AB recta AB, ſinus complementi AD recta AD. Sinus arcus BC recta BC, ſinus cõplementi CD, recta CD: ſinus autem ſummæ datorũ duorum arcuum, nempe arcus AB & BC ſit recta AC, quæ quæritur. Radius autẽ ſit recta BD. Quia igitur ſinus dicti hoc modo in circulum inſcripti cõſtituunt figuram quadrilaterã, diagoniis interſectam: in quali figura rectangulum diagoniorum eſt æquale duobus rectangulis binorum oppoſitorũ laterum ſimul ſumtis, per 54. primi: Ideo ſi ſinum ◡AB, multiplices per ſinum complementi arcus BC: nempe per latus oppoſitum CD, & viciſſim ſinum arcus BC per ſinum complementi arcus ◡AB, nempe per oppoſitum latus ◡AD, eaq; duo producta conjungas, habebis rectangulum æquale rectangulo diagoniorum ◡AC & BD. Quod rectangulum ſi dividas per latus notum, nempe per radium BD, prodibit latus ignotum AC. Summa ſinuum arcus AB & BC, ſive ſinus arcus AC. Quod demonſtrandũ erat.



Inventio ſinus differentiæ duorum arcuum inæqualium ita demonſtratur. Sit ſinus arcus majoris AB, recta AB. Sinus arcus minoris BC recta BC. Sinus differentiæ ◡AC recta ◡AC. Sinus complementi arcus majoris AB recta AD. Sinus complementi arcus minoris BC recta CD. Radius BD. Quia igitur rurſum figura ◡ACBD eſt figura quadrilatera, circulo inſcripta & diagoniis interſecta: ideo ſi ſinum arcus majoris ◡AB, nempe rectam ◡AB multiplicem per ſinum complementi arcus mi-

cus mi-

eius minoris BC, nempe per rectam CD, habebo rectangulum diagoniorum, æquale duobus rectangulis binorum oppoſitorum laterum; Si igitur porrò multiplicem ſinum arcus minoris BC, nempe rectam BC, per ſinum complementi arcus majoris AB, nempe per rectam AD. Et hoc productum duorum oppoſitorum laterum BC, & AD, auferam à rectangulo diagoniorum AB & CD: reſtabit rectangulum laterum oppoſitorum AC & BD. Quod rectangulum ſi dividam per latus notum BD: prodibit latus ignotum AC, ſinus differentiæ datorum duorum arcuum inæqualium AB & BC. Quod & ipſum demonſtrandum erat.



EXEMPLUM *utriuſq; membri.*

Sint, arcus major AB 20. grad.

arcus minor BC 15. grad.

Summa horum arcuũ erit 35. grad.

Differentia 5. grad.

Sinus datorum arcuum & complementorum ſunt:

Sinus arcus AB. 3420201. Sinus compl. AD. 9396926.

Sinus arcus BC. 2588190. Sinus compl. CD. 9659258.

Multiplicentur igitur alternatim. Sinus arcus AB per ſinum complementi arcus BC, nempe per CD & ſinus arcus BC per ſinum complementi arcus AB, nempe per AD: erunt:

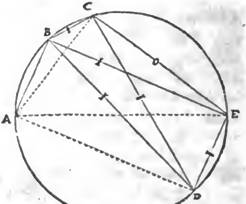
Productum majus	3303660	3870858
Productum minus	2432102	9905740
Summa, radio diviſa.	5735763	*Sinus ſummæ 35. gr.*
Differentia, radio diviſa.	871557	*Sinus differentiæ 5. gr.*

Digitized by Google

XXXVIII. PROBLEMA NONVM. Datis ſinibus duorum arcuum inæqualium, unà cum ſinibus complementorum, ſinum complementi ſummæ, vel differentiæ illorum arcuum invenire.

REGVLA. Multiplica ſinum arcus unius per ſinum arcus alterius: Et ſinum etiam complementi arcus unius per ſinum complementi arcus alterius. Eo facto, ſi productum minus auferas à majore, & reſiduum radio dividas; habebis ſinum cõplementi ſummę datorum duorum arcuum. Si vero productũ utrumq; componas, & cõpoſitum radio dividas; habebis ſinũ complementi differentiæ datorum duorum arcuum.

RATIO REGVLÆ. *Et hac regula habet duo membra. Primum ſic demonſtratur. Sit arcus majoris ſinus recta AB, vel illi æqualis DE, ſinus complementi, recta BE. Arcus minoris ſinus, recta BC, ſinus complementi recta CD, ſinus ſummæ, recta AC: ſinus complementi ſummæ, recta CE. Radius recta BD. Quia igitur figura BCED, eſt figura quadrilatera circulo inſcripta & diagoniis interſecta: ideo ſi multiplicem ſinum complementi arcus AB, nempe rectam BE*

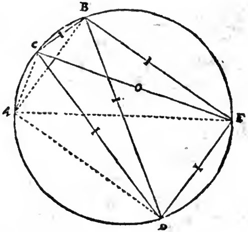


per ſinum complementi arcus BC, nempe per rectam CD: habebo rectangulum diagoniorum æquale duobus rectangulis binorum oppoſitorum laterum per 54 primi. Quod ſi ergo porro multiplicem ſinum arcus BC per oppoſitum ſinum arcus DE, qui æquatur arcui AB: & hoc rectangulum ſubtraham à rectangulo diagoniorum: reſtabit rectangulum reliquorum duorum laterum oppoſitorũ BD & CE. Quod rectangulum

gulum ſi dividam per latus notum, nempe per radium BD, prodibit latus ignotum CE, ſinus complementi ſummæ datorum duorum arcuum ◡AB & BC. Quod demonſtrandum erat.

Poſterius membrum ſic demonſtratur.

Sit rurſum arcus majoris ſinus recta ◡AB vel ED, ſinus complementi recta BE. ◡Arcus minoris ſinus BC ſinus complementi CD, Sinus differentiæ AC. Sinus cõplementi differentiæ CE, radius BD. Quia igitur figura CBED eſt figura quadrilatera circulo inſcripta & diagoniis interſecta, ideo ſi bina quæq; latera oppoſita, nempe ſinum BC per ſinum DE; & ſinum complementi BE per ſinum complementi CD multiplicem, & producta componã, habebo rectangulum diagoniorum CE & BD. Quod ſi dividam per latus notum, nempe per radium BD, prodibit latus ignotum CE, ſinus complementi differentiæ datorum duorum arcuum ◡AB & BC, nempe ſinus cõplementi arcus AC. Quod & ipſum demonſtrandũ erat.



Exemplum utriuſq; membri.

Sint rurſum, arcus major AB		*20 gr.*
	arcus minor BC	*15 gr.*
	Summa	*35 gr.*
	Differentia	*5 gr.*

Sinus datorum arcuum & complementorum ſunt, ut ante.
Sinus AB. 3420201. Sinus AD vel BE 9396926
Sinus BC. 2588190. Sinus CD — 9659258
Multiplicentur AB per BC, & BE, per CD, & producta mutuo ſubtrahantur & componantur, radioq; dividantur: Et erunt:

Productum majus	9076733	2640908
Productum minus	885213	0026190
Differentia radio diviſa.	8191520	*Sinus complementi ſumma.*
Summa radio diviſa.	9961946	*Sinus complementi differentiæ.*

XXXIX. Hæc novem problemata, ſunt quaſi inſtrumenta, quorum adminiculo ſinus reliqui omnes ex ſinu toto deducuntur. Ordo deductionis commodiſſimus hic eſt. Primum inquirantur ſubtenſæ arcuum 60. gr. 30. gr. 10. gr. 2. gr. 1. gr. 20'. 10'. 2'. 1'. 20''. 10''. 2''. per problemata quintum, ſextum & ſeptimum. Itemq; ſubtenſæ complementorum illorum arcuum per problema primum.

Nam iſta inquiſitio eſt omnium accuratiſſima: ut ſubtenſas illas jure principia Canonis Triangulorum appellare poſſis. Deinde ex ſemiſſibus illarum ſubtenſarum, hoc eſt, ex ſinibus arcuum 30. gr. 15. gr. 5. gr. 1. gr. 30'. 10'. 5'. 1'. 30''. 10''. 5''. 1''. unà cum ſinibus complementorum eorundem arcuum, facilè reliquos ſinus omnes deduces, per problema ſecundum, octavum & nonum. Per problema ſecundum, ſinum duorum graduum; item duorum ſcrupulorum primorum ac duorum, vel 20. ſecundorum, indagando: per octavum & nonum, ſinibus hactenus inventis continuè ſinum unius gradus, vel unius primi, vel decem ſecundorum vel etiam unius ſecundi, addendo: prout canonem contractiorem vel ampliorem habere volueris.

Ego dictas antea ſubtenſas graduum 60. 30. 15. &c. iſto quem notavi modo, inquiſivi in partibus radii 100000 00000 00000 00000 00000. Et ita inveni ut ſequitur.

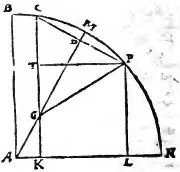
Arcus

Arcus	Subtenſæ				
60. Grad.	1 00000	00000	00000	00000	00000
30.0′.0″	51763	80902	05041	52469	77977
10. 0. 0	17431	14854	95316	34711	61285
2. 0. 0	3490	48128	74567	02563	88379
1. 0. 0	1745	30709	96747	86992	97769
0. 20. 0	581	77559	68723	86884	86923
0. 10. 0	290	88810	61083	07015	25490
0. 2. 0	58	17764	09126	84919	27486
0. 1. 0	29	08882	07640	14734	29548
0. 0. 20	9	69627	36183	92296	70823
0. 0. 10	4	84813	68106	20557	04030
0. 0. 2		96962	73622	15273	56399
Semiſſes arcuum.	Semiſſes ſubtenſarum.				
30.Grad.	50000	00000	00000	00000	00000
15 0′.0″.	25881	90451	02520	76234	88988
5. 0. 0	8715	57427	47658	17355	80642
1. 0. 0	1745	24064	37283	51281	94189
0. 30. 0	872	65354	98373	93496	48884
0. 10. 0	290	88779	84361	93412	43461
0. 5. 0	145	44405	30541	53507	62745
0. 1. 0	29	08882	04563	42459	63743
0. 0. 30	14	54441	03820	07367	14774
0. 0. 10	4	84813	68091	96148	35411
0. 0. 5	2	42406	84053	10278	52015
0. 0. 1		48481	36811	07636	78199

XL. *Com-*

XL. *Compendium ſinuum inſigne eſt in hoc theoremate.* Differentia ſinuum arcuum duorum à ſexaginta gradibus hinc inde pariter diſtantium, eſt æqualis ſinui diſtantiæ.

DECLARATIO. *Sint duo arcus CN & PN à 60 gradibus MN, h.e. à puncto M hinc inde pariter diſtantes. Sintq́; ſinus illorum arcuum, recta CK, & PL in rectam AB perpendiculares per 3. c. 7. hujus: ac proinde invicem parallelæ, per 38. p. 1. Porro in rectam CK ducatur normalis PT, parallela rectæ KL per 38. p. 1. Hæc, recta PL de recta CK abſcindet æqualem TK per 39. p. 1. & relinquet differentiam ſinuum CK & PL rectam TC. Sinus deniq́; diſtantiæ alteriutrius à 60. gradibus ſit recta CD vel DP. Dico: rectam TC rectæ CD vel DP eſſe æqualem.*



DEMONSTRATIO. *Quia enim in Triangulo CGP perpendicularis GD biſecat baſin CP, per 7. hujus & per theſin. ideo latera GC & GP ſunt æqualia, per 23 p. 1. & anguli CGD & DGP itidem ſunt æquales, per eandem, & anguli deniq́; GCP & GPC ſimiliter ſunt æquales, per 26. p. 1. Atqui angulus CGD eſt 30. partium: quippe æqualis angulo BAM, per 38 p. 1. Ergo angulus CGP eſt 60 partium: quippe ad angulum CGD duplus.*

Quia vero angulus CGP eſt 60 partium, ideo reliqui duo GCP, & GPC, ſimul ſumti, ſunt 120 partium, per 49. p. 1.

Atqui reliqui illi duo demonſtrati ſunt æquales. Ergo ſinguli eorum ſunt 60. partium.

Totidem autem partium erat etiam angulus CGP. Ergo Triangulum CGP eſt æquiangulum. Quia vero Triangulum CGP, eſt æquiangulum, ideo etiam eſt æquilaterum, per 28. p. 1.

Quia

Digitized by Google

Quia porro Triangulum CGP eſt æquilaterum, ideo perpendicularis PT biſecat baſin CG per 23. p. 1.

Iam, latera CP & CG ſunt æqualia.

Ergo etiam eorum biſegmenta CT & CD ſunt æqualia. Quod demonſtrandum erat.

CONSECTARIUM. *Datis igitur ſinibus ſexaginta quorumcunq; graduum, ſinus reliquorum triginta graduum per ſolam vel additionem, vel ſubtractionem reperire licet.*

ILLUSTRATIO per numeros. *Sint arcus CN 70. PN 50. CM vel PM 10. graduum. Nam totidem gradibus arcus 70. & 50. graduum ab arcu 60. gra. hinc inde diſtant. Sintq; primum dati ſinus 70. & 10. grad. Quæratur autem ſinus 50. grad.*

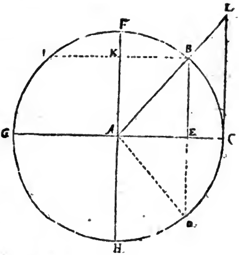
De ſinu 70. gr. CK —	9396926
Subtrahe ſinum 10. gr. CD *vel* CT —	1736482
Et relinquetur ſinus 50 gr. TK *vel* PL	7660444
Sint deinde dati ſinus 70. & 50. graduum.	
—*Quæratur autem ſinus 10. graduum.*	
De ſinu 70. gr. CK —	9396926
Subtrahe ſinum 50. gr. TK *vel* PL —	7660444
Et relinquetur ſinus 10. gr. TC *vel* CD	1736482
Sint deniq; dati ſinus 50. & 10 grad.	
Ad ſinum 50. grad. PL *vel* TK — —	7660444
Adde ſinum 10. gr. DP *vel* TC —	1736482
Et fiet ſinus 70. grad. CK — —	9396926

XLI. Atque hæc de condendis tabulis ſinuum rectorum. Tabulis ſinuum verſorum non eſt opus: ut ſupra diximus.

XLII. Tabulæ tangentium & ſecantium ex tabulis ſinuum rectorum ita deducuntur.

I. Vt ſinus complementi ad ſinum arcus: ita radius ad tangentem arcus.

II. Vt ſinus complementi ad radium: ita radius ad ſecantem arcus.



Nam per 46. pr. 1.

I. Vt AE ad EB. ita AC ad CL.

II. Vt ◡AE ad ◡AB, ita ◡AC ad ◡AL.

Exempli gratia, quærantur tangens & ſecans arcus BC. 30. gr.

Sinus 30. gr. eſt 5000000. BE.

Sinus comple. 60. gr. eſt 8660254. ◡AE.

Dico igitur

I. Vt ◡AE 8660254 ad BE 5000000, ita ◡AC. 10000000 ad CL 5773503.

Ergo tangens arcus 30. grad. eſt 5773503.

II. Vt ◡AE 8660254. ad ◡AB 10000000, ita ◡AC. 10000000 ad ◡AL. 11547005.

Ergo ſecans arcus 30. gr. eſt 11547005.

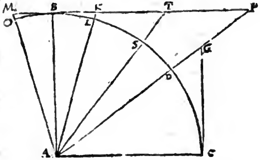
XLIII. *Compendia tangentium & ſecantium egregia ſunt in ſequentibus tribus Theorematibus.*

THEOREMA PRIMUM. Differentia tangentium duorum arcuum, quadrantem ſimul adimplentium, eſt dupla ad tangentem differentiæ arcuum.

DECLARATIO. *Sint duo arcus, quadrantem ſimul adimplentes, CD & BD, eorumq; tangentes CG & BP. Et arcui CD, ſtatuatur æqualis arcus BS, unde apparebit differentia datorum arcuum CD vel*

BS &

BS & BD arcus SD. Tangenti item CG ſtatuatur æqualis tangens BT, unde apparebit differentia datarum tangentium CG vel BT & BP recta TP. Arcui deniq; SD ſtatuantur æquales arcus BL & BO, quorum arcuum tangentes ſint BK & BM. Dico rectam TP, differentiam nempe datarum duarum tangentium CG & BP, eſſe duplam ad rectam BK, tangentem differentiæ datorum duorum arcuum. Vel quod idem eſt: dico, rectam TP eſſe æqualem rectæ MK.



DEMONSTRATIO. *Si enim ab æqualibus auferas æqualia, quæ reſtant ſunt æqualia.*

Atqui rectæ KP & MT ſunt æquales.

Ergo ſi ab utraq; auferas rectam KT, quæ reſtabunt rectæ TP, & MK æquales erunt.

Aſſumtio probatur. Nam quæ eidem ſunt æqualia: etiam inter ſeſe ſunt æqualia.

Atqui rectæ KP & MT, eidem rectæ KA, ſunt æquales.

Ergo etiam inter ſeſe ſunt æquales.

Aſſumtio rurſum probatur. Ac primum: quod recta KP ſit æqualis rectæ KA ſic probatur.

Quia in Triangulo AKP anguli KAP & KPA ſunt æquales.

Ergo etiam latera ipſis oppoſita, nempe latera KA & KP ſunt æqualia, per 5. p. 1.

Quod autem anguli KAP & KPA inter ſe ſint æquales: inde patet, quia eidem angulo DAC, ſunt æquales.

Nam angulus KPA eſt æqualis angulo DAC, per 38 p. 1. Angulus verò KAP eſt æqualis eidē angulo DAC, per ſtructurā. Arcus n. BL poſitus

eſt æqualis arcui SD differentia arcuum DC & BD. Angulus igitur BAL vel BAK eſt differentia inter angulos BAP & DAC. Cum igitur anguli KAP & KPA eidem angulo DAC ſint æquales: etiam inter ſeſe æquales eſſe neceſſe eſt.

Deinde quod recta MT ſit æqualis rectæ KA, ſive per ſtructuram rectæ MA, ſic probatur.

Quia in Triangulo AMT anguli MTA & MAT, ſunt æquales, ergo etiam latera ipſis oppoſita, nempe latera MT & MA ſunt æqualia, per 5 p. 1. Quod autem anguli MTA & MAT, ſint æquales, inde patet. Quia angulus MTA eſt æqualis angulo TAC, per 38. p. 1. Angulus autem TAC eſt æqualis angulo TAM per ſtructuram. Arcus enim CS & SO poſiti ſunt æquales. Eadem eſt ratio, ſi differentia BL, ſit major dimidio complemento BS. Tantum literæ L & S, item K & T transponuntur. In genere igitur differentia tangentium duorum arcuum quadrantem ſimul adimplentium, eſt dupla ad tangentem differentiæ arcuum. Quod demonſtrandum erat.

CONSECTARIUM. Datis igitur tangentibus duorum arcuum, quadrantem ſimul adimplementium, datur etiam tangens differentiæ duorum illorum arcuum. *Et contra*: Data tangente differentiæ hujuſmodi duorum arcuum, unà cum tangente arcus alterutrius, datur etiã tangens arcus alterius.

APPENDIX.

Hoc theorema etiam ſic proponi poteſt. Dupla tangens arcus, cum tangente dimidii complementi, eſt æqualis tangenti arcus ex arcu dato & dimidio ejus complemento compoſiti.

Nam, ſi pro arcu dato habeatur arcus BL, dupla ejus tangens erit TP, per demonſtrationem antecedentem: Complementum verò arcus BL, erit arcus LC, cujus dimidium eſt arcus LD, vel DC, cujus tangens eſt recta GC vel BT. Atqui TP, conjuncta cum BT efficit BP, tangentem

Digitized by Google

gentem arcus BD, ex arcu dato BL & dimidio complemento LD compoſiti: Ergo, &c.

XLIV. THEOREMA SECUNDUM. Tangens differentiæ duorum arcuum, quadrantem ſimul adimplentium, cum tangente arcus minoris, conſtituit ſecantem differentiæ.

Vt tangens differentiæ BL vel BO, nempe recta BK vel BM, cum tangente arcus minoris DC vel BS, hoc eſt, cum recta BT, conſtituit rectam MT, quæ eſt æqualis rectæ AK, ſecanti differentiæ BL, per primi theorematis demonſtrationem.

CONSECTARIUM. Data igitur tangente differentiæ duorum arcuum quadrantem ſimul adimplentium, & tangente arcus minoris, datur etiam ſecans differentiæ. *Et contra, &c.*

APPENDIX.

Hoc theorema etiam ſic proponi poteſt. Tangens arcus cum tangente dimidii complementi eſt æqualis ſecanti arcus. *Nam ſi pro arcu dato habeas arcum BL & BO, tangens arcus dati erit BM: tangens dimidii complementi erit BT, quæ duo tangentes ſimul ſumtæ, componunt rectam MT. Atqui recta MT æquatur rectæ AK per primi theorematis demonſtrationem, Quæ recta AK eſt ſecans arcus dati BL, per ſtructuram. Ergo, &c.*

XLV. THEOREMA TERTIUM. Tangens differentiæ duorum arcuum quadrantem ſimul adimplentium, cum ſecante ejuſdem differentiæ, eſt æqualis tangenti arcus majoris.

Vt tangens arcus BL, differentiæ duorum arcuum quadrantem ſimul adimplentium BD & DC, cum ſecante ejuſdem arcus BL, hoc eſt,

Digitized by Google

recta BK, cum recta AK, eſt æqualis recta BP. Per demonſtrationem primi problematis.

CONSECTARIUM. Data igitur tangente differentiæ duorum arcuum Quadrantē ſimul adimplentiū cum ſecante ejuſdem differentiæ datur tangens majoris arcus: *& contra, &c.*

APPENDIX.

Hoc theorema etiam ſic proponi poteſt. Tangens arcus, cum ſecante ejuſdem, eſt æqualis tangenti arcus ex arcu dato & dimidio complemento compoſiti.

Nam, ſi pro arcu dato habeas arcum BL, tangens arcus dati erit BK, ſecans AK. Atqui recta AK, & KP æquantur: Per primi theorematis demonſtrationem. Ergo tangens arcus dati BL nempe recta BK, cum ſecante ejuſdem arcus, AK, eſt æqualis recta BP, quæ eſt tangens arcus BD, ex arcu dato BL & dimidio complemento LD, compoſiti.

XLVI. Exempla præcedentium trium theorematum habes in ſubjecta tabella.

Tangens

Digitized by Google

	Tangés 3″0. 1454		
8 9. 5 9	34377466738	34377468192	
1	2909		
	34377463829	4	Ex ſubtr.
8 9. 5 8	17188731914	17188734823	Ex add.
2	5818		
	17188726096		
8 9. 5 6	8594363048	8594368866	
4	11635		
	8594351413	2	Ex ſubtr.
8. 9. 5 2	4297175706	4297187341	Ex add.
8	23271		
	4297152435	9	Ex ſubtr.
8 9. 4 4	2548576217	2148599488	Ex add.
16	46542		
	2148529675	80	Ex ſubtr.
8 9. 2 8	1074264837	1074311379	Ex add.
32	93087		
	1074171750		
8 8. 5 6	537085875	537178962	
1. 4	186190		
	536899685	3	Ex ſubtr.
8 7. 5 2	268449842	268636032	Ex add.
2. 8	372509		
	268077333	6	Ex ſubtr.
8 5. 4 4	134038666	134411175	Ex add.
4. 16	746053		
	133292613	60	Ex ſubtr.
8 1. 2. 8	66646306	67392359	Ex add.
8. 32	1500458		
	65145848		
7 2. 5 6	32572924	34073382	
1 7. 4	3070034		
	29502890		
5 5, 5 2	14751445	17821479	
3 4. 8	6778997		
	7972448		
2 1. 4 4	3986224	10765221	
6. 8. 1 6			

In qua

In qua tabella, primum datis tangentibus duorum arcuum, quadrantem ſimul adimplentium, nempe arcus 8 gr. 9.59'. & arcus 1'. inveſtigata eſt tangens differentiæ 8. gr. 9.58'. Et porro ex data hac tangente atq; tangente arcus quadrantem complentis 2'. inveſtigata eſt tangens differentiæ 8. gr. 9. 56'. Atq; ita deinceps, uſq; dum complementum ſubſcriptum ab arcu ſupraſcripto amplius ſubtrahi non potuit, quod factum eſt ad arcum 2. gr. 1. 44'. cujus complementum eſt 6. gr. 8. 16'. quod ab arcu 2. gr. 1. 44'. ſubtrahi non poteſt. Sic inquam tangentes omnes inquiſitæ ſunt per theorema primum. Deinde ſecantes arcuum eorundem præter primam omnes inquiſitæ ſunt, continuè addendo tangentem differentiæ ad tangentem arcus minoris, per theorema ſecundum: vel ſubtrahendo tangentem differentiæ à tangente arcus majoris, per theorema tertium. Prima autem ſecans inquiſita eſt, ad tangentem arcus dati 8. gr. 9. 1'. addendo tangentem dimidii complementi, nempe 30. ſecundorum, per theorema ſecundum.

Quod ſi extra hanc exemplorum continuationem, v. g. ex data tangente arcus 21. grad. 44'. & dimidii complementi 34. gr. 8. min. inquirenda fuiſſet tangens arcus, ex dato arcu 21. grad. 44'. & dimidio complemento 34. grad. 8'. compoſiti, nempe arcus. 55. gr. 52'. adhibenda fuiſſet appendix primi theorematis.

Si verò ex datis iiſdem tangentibus, arcus, 21. gr. 44'. & dimidii complementi 34. gr. 8'. inquirenda fuiſſet ſecans arcus 21. gr. 44'. adhibenda fuiſſet appendix ſecundi theorematis.

Si deniq; ex tangente & ſecante arcus 21. gr. 44'. inquirenda fuiſſet tangens arcus ex arcu dato 21. gr. 44'. & dimidio complemento 34. gr. 8'. compoſiti, nempe arcus 55. grad. 52. adhibenda fuiſſet appendix tertii theorematis.

XLVII. Atq; hæc de conſtructione Canonis. Examen Canonis jam conſtructi fieri poteſt variis modis: nempe vel per ha-

Digitized by Google

per hactenus explicata conſtruendi canonis præcepta, & cō-pendia: vel per differentias ſinuum, tangentium & ſecantium primas, ſecundas, tertias, &c.

XLVIII. Quocunq; autem modo examen illud inſtituatur, fieri poteſt, ut numerus aliquis in fine falſus eſſe videatur, qui tamen falſus non ſit. *Vt, ſi ſequentes tangentes examines per 41. p. hujus: hoc modo.*

77.gr.29.prim.Tangens.	45045072.
12.gr 31.prim.Tangens.	2219999.
	42825073.
64.gr.58.prim.Tangens.	21412536.

Vltima Tangens 21412530. quoad ultimam notam non reſpondebit tangenti in Canone poſitæ. Nam ibi ultimo loco eſt 7. Et tamen nullus error in his tribus tangentibus ineſt. Cauſa autem cur tangens 21412536 per hoc examen proveniat juſto minor, hæc eſt: quia tangens 2219999. fuit juſto maior. Nimium igitur ſubtraxit à tangente 45045072. Quod ſi ponas pro tangente 2219999. tangentem 2219998. erit hæc juſto minor. Vltima autem tangens 21412537. proveniet juſto major. Ob talem igitur diſcrepantiam, quæ evitari nullo modo poteſt, nullus Canon eſt erroris arguendus.

XLIX. In reliquis notis, præter ultimam, ſi quis error inſit, per differentias primas, ſecundas, tertias, &c. facilimè deprehendi poteſt. *Sit fortè in Canone Tangens 77.gr.20. prim. ita poſita. 44494381. & ſit ſuſpicio, ineſſe illi aliquem errorem. Pone ordine aliquot tangentes, cum ſuis differentiis primis, ſecundis, tertiis: hoc modo:*

12. Grad.	Tang.	Differ. I.	Differ. II.	Differ. III.	
31. *prim.*	45045072				29
32 —	449.83.221	61851			28
33 —	44921.5.32	61689	162		27
34 —	4486000.4	61528	161	1	26
35 —	4479.8.6.36	61368	160	1	25
36 —	44737428	61208	160	0	24
37 —	446763.7.9	61049	159	1	23
38 —	446154 89	60890	159	0	22
39 —	44554756	60733	157	2	21
40 —	44494381	60375	358	0—1	20
41 —	44433.762	60619	-56	2	19
42 —	443734.9.9	60263	356	0	18
43 —	44313392	60107	156	0	17 *prim.*
					77 *Grad.*

Statim videbis, vel ex differentiis primis, vel certè ex ſecundis, numerum 44494381. tertio à dextris loco falſum eſſe, quia in differentiis ſecundis poſt 157. ſequitur 358. quod non poteſt non eſſe falſum. Igitur pro 358. pone 158. Et 158. ſubtrahe de differentia prima proximè antecedente 60733. & reſtabit differentia prima ſubſequens 60575. quam ſi ſubtraxeris de tangente antecedente 44554756. reſtabit tangens deſiderata 44494181. Et ſic error emendatus erit: numeriq́ ita ſeſe invicem comſequentur.

39	44554756	60733	157	2
40	44494181	60575	158	0—1
41	44433762	60419	156	2
42	44373499	60263	156	0
43	44313392	60107	156	0

L. Diſpoſitio Canonis aliis alia placet. Nobis ea viſa eſt commodiſſima, quam vides. In qua ſinus tangentes & ſecantes arcuum ſemiquadrante minorum in facie ſiniſtra: Sinus vero tangentes & ſecantes arcuum ſemiquadrante majorum in dextra facie Canonis collocatæ ſunt: ut ſive arcus ſemiquadran-

quadrante minor ſive major in quæſtionem veniat, ejus complementum è regione ſtatim ſeſe offerat. Et ſinus quidem tangentes ac ſecantes arcuum ſemiquadrante minorum, unà cum arcubus ſuis creſcunt deſcendendo: Sinus vero tangentes & ſecantes arcuum ſemiquadrante majorum unà cum arcubus ſuis creſcunt aſcendendo, per ſingula ſcrupula prima: excepto primo gradu, ejuſque complemento: ubi etjam ſcrupula ſecunda, vel ſingula, vel bina, vel dena adhibuimus: quia aliter calculus in ſcrupulis ſecundis infallibilis ibi haberi nequit.

Loco differentiarum poſuimus partem proportionalem, vel ſingulorum, vel denorum ſecundorum: compendioſioris calculi gratia. Addidimus etiam incrementa, quibus partes proportionales inæquales, vel per ſingula, vel per dena ſcrupula ſecunda creſcerent; ad majorem præciſionem aſſequendam.

Radium aſſumſimus pro neceſſitate varium. Nempe, vel quinq;, vel ſeptem, vel octo, vel novem, vel decem, vel undecim, vel etiam duodecim notarum. Quam varietatem prudens logiſta facilè conciliabit: ſemper tantæ magnitudinis radium ad calculum adhibendo, ad quantæ magnitudinis radium quilibet in canone numerus factus ſit. Quod ut ſtatim appareat, ſinus tangentes & ſecantes ad radium 100000. factos, à cæteris, quàm pro iſto radio majoribus puncto interjecto ubiq; diſcrevimus. Imò, ubi pluſquam decem notarum eſt radius, etiam alterum punctum interjecimus: quo ſinus tangentes & ſecantes radii decem notarum à ſinibus tangentibus & ſecantibus majoribus è veſtigio diſcerni dignoſcique poſſent. Ubi nullus numerus poſt punctum apparet, ibi radius tantum eſt quinque notarum. (100000.) ut in omnibus tangentibus & ſecantibus poſtremorum quinq; graduum.

Digitized by Google

LI. Uſus Canonis in genere hic eſt, ut uniuſcujuſq; arcus, vel anguli dati, (modo 90. gradus non excedat) Sinum tangentem & ſecantem, unà cum ſinu tangente & ſecante complementi: aut contrà, uniuscuiuſque ſinus tangentis, aut ſecantis datæ arcum inde promptè excerpere, & ſic in calculo triangulorum ſine remora progredi poſſis.

Vt, ſi arcus, vel anguli 30. graduum, vel ejus complementi quaratur ſinus tangens, ſecans, dabuntur iſta omnia de Canone ſic, ad radium 10000000.

Arcus 30. grad.		*Complementi.*	
Sinus.	5000000.	*Sinus.*	8660254.
Tangens.	5773503.	*Tangens.*	17320508.
Secans.	11547005.	*Secans.*	20000000.

Contra:

Si data tangente 5773503. quaratur, quantus arcus, vel angulus illi competat, reſpondebit Canon, competere illi tangenti arcum, vel angulum 30. gr. Et ſimul in altero Canonis margine oſtendet hujus arcus, vel anguli complementum eſſe arcum, vel angulum 60. graduum.

LII. Quod ſi fortè ſcrupula ſecunda primis adhæſerint, & illa etiam ad calculum adhibere libeat, ita procedes, ut ſequentia exempla te docebunt.

Exemplum primum. Sit inquirendus ſinus 12. gr. 6. prim. 23. ſec. Sume initio de tabulis ſinum 12. gr. 6. prim. qui eſt 2096186. Deinde per partem proportionalem collige, quantum reliquis 23. ſecundis competat, dicendo:

10″. *dant* 474 *particulas: quid dant* 23″?

```
            23
   ------------
          1422
          948.
   ------------
     ℞  1090|2
```

Deniq;

Deniq; ad prim datum Sinum —	2096186
Adde partem proportionalem jam inventam	1090
Et habebis Sinum deſideratum —	2097276

Secundum Exemplum. Sit inquirenda tangens arcus 88. gr. 51. primorum, 34. ſecundorum. Principio deſumes ex tabulis tangentem 88. gr. 51. prim. qua tangens ad radium 100000. eſt 4981573. Deinde partem proportionalem 34. ſecundorum ita colliges.

PP. 10. ſecundorum.	—	12065. *A.*
Incrementum	—	~~59~~
10. ſecund.	—	12124. *B.*
10. ſecund.	—	12183. *C.*
~~30~~. *ſecund.*	—	~~12242~~. *D.*
4. ſecund.	— —	4897. *E*
34. ſecund.	—	41269 *F.*
Ad F. adde tangentem		4981573
Et habebis tangentem deſideratam		5022842

Hoc adde continue, primum ad A. deinde ad B. tertio ad C. & habebis A, B, C. pro 30. ſecundis. D. verò ſi multiplicaveris per 4. & ultimam notam abſcideris, habebis 4897. pro reliquis 4 ſecundis. Iam adde A, B, C, E, & invenies F.

Tertium Exemplum. Sit inquirenda tangens 89. gr. 39. prim. 24. ſec. Procede ſic.

Tangens 89. gr. 39. prim. 20. ſec.		16634058. *A.*
	1. ſec.	13452. *B.*
	Incrementum.	~~22~~
	1 ſec.	13447. *C.*
	1. ſec.	13469. *D.*
	1. ſec.	13491. *E.*
Et habebis tangentem deſideratam		16687890

Hoc adde continue ad B, C & D. ut invenias C, D & E. Deniq; in unam ſummam collige ABCDE.

Vel brevius. Multiplica partem proportionalem unius ſecundi per 4. & incrementum per tot unitates, quot ſunt in progreſſione quatuor locorum: hoc eſt, per 6. (Nam talis eſt quatuor locorum progreſſio, 0, 1, 2, 3. in qua progreſſione ſunt 6, unitates) & habebis eandem tangentem hoc modo:

 Tangens.

Tangens. — 16634058.*A.*
PP. 1. *ſec.* — — 13425 *multiplica per* 4.
53700.*B.*
Incrementum. — — 22 *multiplica per* 6.
132.C.*Adde A*, B, *&* C. *Et habebis*

Tangentem deſideratam — 16687890. *ad radium* 100000.

LIII. Sin contrà datus ſit aliquis ſinus, aut tangens, aut ſecans, cujus arcum etiam in ſcrupulis ſecundis præciſe colligere volueris: ſic procedes, ut ſequentia exempla te docebunt.

Primum Exemplum. Sit datus ſinus 2097276. ad radium 10000000. Quæratur autem quantus ei arcus competat.

Principio inquires in tabulis ſinum proximè minorem, & eum à ſinu dato ſubtrahes, & arcum ipſi competentem annotabis.

Deinde ex reſiduo ſcrupula ſecunda colliges hoc modo:

Sinus datus. — — 2097276
Sinus proximè minor — 2096186 *Arcus* 12.*gr*.6.

1090.*Reſiduum.*
474.*PP.*10.*Sec.in tabulis.*

Iam, 474. *partes dant* 10. *ſecunda, quid dant* 1090. *partes?*

10900
474 (2
948 ℞.23.*ferè.*
1420 (3.*ferè*
474
1422

Ergo arcus quæſitus eſt 12.*gr*. 6. *prim*. 23. *ſec.*

Secundum Exemplum. Sit data tangens 5022830. *ad radium* 100000. *quæratur autem arcus illi competens. Primò rurſum inquires in tabulis tangentem proximè minorem, & arcum ei competentem.*
Tum

Tum ſubtrahes tangentem iſtam minorem à tangente data: & ex reſiduo ſcrupula ſecunda colliges hoc modo:

Tangens data	—		5022839.
Tangens proxime minor	—		4981573. *Arcus* 88. *gr.* 51′.
			41266. *reſiduum.*
			12065. (10. *ſec.*
10″	—	12065	29201. *reſiduum.*
Increm.	—	59	12124. (10. *ſec.*
10″	—	12124	17077. *reſiduum.*
10	—	12183	12183 (10. *ſec.*
10	—	12242	4894. *reſiduum.*
1″	—	1224	1224. (1. *ſec. Iam* 1224. *in* 4896. 4894. *habetur quater ſere. Nam quater* 1224 *facit* 4896.

Ergo arcus data tangenti competens eſt 88. *grad.* 51′. 34″.

Tertium Exemplum. Sit data tangens 16687890. *ad radium* 100000. *Quaratur autem, quantus illi arcus competat. Procedes hoc modo:*

Tangens data	—	16687890.
Tangens proxime minor	—	16634058. *Arcus* 89. *gr.* 39′. 20″.
Reſiduum	—	53832.
PP. unius ſec.	—	13425. *A*
Incrementum	—	22. *Hoc adde ad A, & B, & C.*
		13447. *B.*
		13469. *C.*
		13491. *D. Iam adde A, B, C, & D.*
Fit	—	53832. *pro* 4. *ſecundis.*

Ergo arcus tangenti data competens eſt 89. *gr.* 39′. 24.

LIV. Hoc

LIV. Hoc modo per Canonem iſtum ad ſingula ſcrupula ſecunda abſque omni errore in calculo trigonometrico pervenire poteris. Et in primo quidem ac poſtremo gradu certius, quàm per magnum Canonem Rhetici: In cæteris verò omnibus, Canon Rhetici præſtat. Nam & citius per illum operari: & non tantum ſcrupula ſecunda: verum etiam tertia & quarta, ex illo infallibiliter colligere poteris.

Itaque ſi ſapies & tantum æris habebis,
iſtum Canonem omnino tibi
comparabis.

BAR-

Digitized by Google

83

BARTHOLOMÆI
Pitiſci Grunbergenſis
TRIGONOMETRIÆ
Liber Tertius.

De dimenſione Triangulorum planorum.

Hactenus de principiis Trigonometriæ, & de tabulis Sinuum, Tangentium & Secantium, ad Trigonometriam exercendam neceſſariis. Nunc ſequitur ipſa illa Trigonometria, ſive dimenſio Triangulorum, tàm planorum, quam Sphæricorum. In qua utraque explicanda: quia non aliter, quàm per regulam proportionum abſolvitur: ut ſupra dictum fuit: principiò quidem axiomata quædam trademus, ex quibus intelligatur, quæ proportiones quibus Triangulis, Triangulorumve partibus inſint: quæ axiomata idcirco Axiomata Proportionum appellare libet. Deinde verò oſtendemus, quomodo axiomata illa ad uſum applicari debeant, ſive, quomodo beneficio paucorum illorum axiomatum quodlibet quæſitum, in quovis Triangulo propoſito, ex quibuſvis tribus datis, quàm citiſſimè reperiri poſſit.

Axiomata proportionum in Triangulis planis exiſtentium præcipua, & ad omnem eorum ſolutionem abunde ſufficientia, præter aureum illud totius trigonometriæ fundamentum, quod libro primo, propoſitione 46. explicavimus, ſunt quatuor.

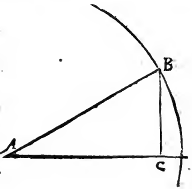
AXIOMA PRIMUM.

In triangulis planis rectangulis:

Unumquodque latus pro radio poni poteſt, ad canonem triangulorum convenienter.

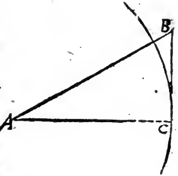
Nam

Si latus ſubtendens rectum ponas pro radio: latera includentia rectum ſunt ſinus acutorum ipſis oppoſitorum.



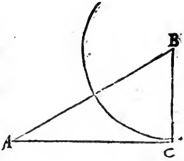
Si majus includentium rectum ponas pro radio: minus includentium rectum eſt tangens; ſubtendens rectum, ſecans; acuti minoris.

Si minus includentium rectum ponas pro radio, majus includentium rectum eſt tangens; ſubtendens rectum, ſecans; acuti majoris.



Vt in triangulo plano rectangulo ABC: Si latus ſubtendens rectum ∠AB, ponas pro radio: latus minus includentium rectum BC, eſt ſinus oppoſiti acuti minoris BAC: latus majus includentium rectum ∠AC, eſt ſinus oppoſiti acuti majoris ∠ABC.

Si verò latus majus includentium rectum ∠AC, ponas pro radio: latus minus includentium rectum BC, eſt tangens oppoſiti acuti minoris BAC: ſubtendens rectum ∠AB, eſt ejuſdem acuti ſecans.



Si deniq; latus minus includentium rectum BC, ponas pro radio: latus ma-

ius in-

jus includentium rectum ∠AC, eſt tangens oppoſiti acuti majoris ABC: ſubtendens rectum ∠AB, eſt ejuſdem acuti ſecans.

Omnia per definitiones ſinuum tangentium & ſecantium, libro ſecundo traditas.

Conſectarium primum.

Itaq; in triangulis planis rectangulis:

Datis angulis datur ratio laterum tripliciter: *Et per conſequens,*

Dato præter angulos unico latere, datur reliquorum laterum quodlibet triplici proportione: *prout ſcilicet, vel hoc, vel illud, vel tertium latus pro radio poſueris.*

Vt, in triangulo plano rectangulo propoſito ∠ABC. Datis angulis, ad ∠A, 30. gr. 20. ſc. atq; adeo ad B, 59. gr. 40. (Nam alter acutorum eſt alterius complementum, per 32. p. 1. Itaq; in triangulis planis rectangulis, dato unico acutorum, omnes anguli dati ſunt) Datis inquam angulis ad A, 30. gr. 20'. & ad B, 59. gr. 40'. datur ratio laterum.

Vel ſic:

AB, radius	10000000
BC, ſinus acuti BAC	5050298
AC, ſinus acuti ABC	8631019.

Vel ſic:

AC, radius	10000000
BC, tangens acuti BAC	5851335
AB, ſecans ejuſdem acuti	11586118.

Vel deniq; ſic:

BC, radius	10000000
AC, tangens acuti ABC	17090116
AB, ſecans eiuſdem acuti	19800810.

Hoc eſt:

Oſtenditur per canonem triangulorum, quod latus ∠AB, verbi gratiâ, ſeſe habeat ad latus BC.

Vel:

Vt AB, 10000000 *ad BC,* 5050298.

Vel:

Vt AB, 11586118 *ad BC,* 5851335.

Vel deniq;:

Vt AB. 19800810 *ad BC.* 10000000. *Et ſic de cæteris.*

Dato igitur, præter angulos hoc modo datos, latere AB, 24. pedum: ſi quæratur latus BC, quot pedum? dixero.

Vel:

Vt AB, radius 10000000 *ad BC, ſin.* 5050298.
ita AB, latus 24 *ped. ad BC* $12\frac{1207152}{10000000}$ *ped.*

Vel:

Vt AB, ſecans 11586118 *ad BC, tang.* 5851335.
ita AB, latus 24. *ped. ad BC* $12\frac{1398634}{11586118}$ *ped.*

Vel deniq;:

Vt AB, ſecans compl. 19800810 *ad BC rad.* 10000000.
ita AB, latus 24. *ped. ad BC* $12\frac{2390280}{19800810}$ *ped.*

Sic, ſi dato eodem latere AB, 24. ped. quæratur latus AC, quot pedum? dixero.

Vel:

Vt AB, radius 10000000 *ad AC, ſin* 8631019.
ita AB, latus 24. *ped. ad AC* $20\frac{7144456}{10000000}$ *ped.*

Vel:

Vt AB, ſecans 11586118. *ad AC, rad.* 10000000.
ita AB, latus 24. *ped. ad AC* $20\frac{8277640}{11586118}$ *ped.*

Vel deniq;:

Vt AB, ſecans compl. 19800810 *ad AC, tang* 17090116.
ita AB, 24. *ped. ad AC,* $20\frac{14146584}{19800810}$ *ped.*

¶ Sic ſi dato latere AC, $20\frac{7144456}{10000000}$ pedum, quæratur latus BC, quot pedum? dixero.

Vel:

Digitized by Google

Vel:

*Vt AC,ſin.*8631919.*ad BC,ſin.*5050298.
ita AC,$20\frac{7144456}{10000000}$*ped. ad BC,*$12\frac{1041895}{8631015}$*ped.*

Vel:

Vt AC,radius 10000000 *ad BC,tang.* 5851335.
ita AC,$20\frac{7144456}{10000000}$*ped.ad BC,* $12\frac{1307160}{10000000}$*ped.*

Vel deniq;:

*Vt AC,tangens compl.*17090116.*ad BC,rad.*10000000.
ita AC,$20\frac{7144456}{10000000}$*ped.ad BC,*$12\frac{2065054}{17090116}$*ped.*

Prudens autem logiſta in ſerio trigonometriæ uſu ſemper eam proportionem ad calculum adhibebit, quæ habeat radium primo loco: ad moleſtum diviſionis laborem evitandum.

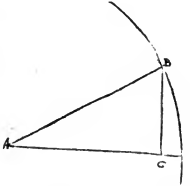
Conſectarium ſecundum.

Datis duobus quibuſcunq; lateribus, datur uterque acutorum, duplici proportione: prout ſcilicet vel hoc vel illud datorum duorum laterum pro radio poſueris.

Vt, in triangulo plano rectangulo ◡*ABC. Si dentur duo latera rectũ non includentia,* ◡*AB, & BC: illud 5. hoc 3. pedum: quærantur autem acuti ad* ◡*A & B, dixero.*

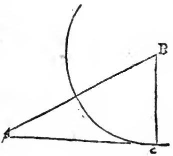
Vel:

Vt ◡*AB, 5. ped. ad BC, 3. ped. ita* ◡*AB, rad. 10000000 ad BC, ſinum anguli BAC, 6000000, cui ſinui in ſiniſtro canonis margine reſpondet angulus BAC, 36. grad. 52. 12. & in dextro margine ſinus complementi* ◡*ABC, 53 gr. 7'. 49".*



Vel:

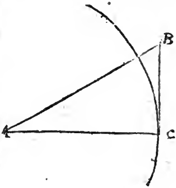
Vt BC, 3. ped. ad ∠AB, 5. ped. ita BC, rad. 10000000. ad ∠AB, ſecantem anguli ∠ABC, 16666666, cui ſecanti in dextro canonis margine reſpondet angulus 53. gr. 7'. 48". & in ſiniſtro margine angulus complementi 36. gr. 52'. 12".



¶ *Sic, in eodem triangulo plano rectangulo ∠ABC. Si dentur duo latera circa rectum ∠AC, & BC, illud 4. hoc 3. pedum: quærantur autem acuti ad ∠A & B. dixero.*

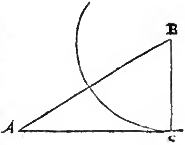
Vel:

Vt ∠AC, 4. ped. ad BC, 3. ped. ita AC, radius 10000000. ad BC, tangentem anguli BAC, 7500000, cui tangenti in ſiniſtro Canonis margine reſpondet angulus BAC, 36. gr. 52'. 12". Et in dextro margine angulus complementi 53. gr. 7'. 48".



Vel:

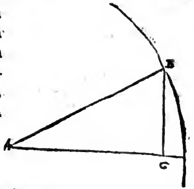
Vt BC, 3. ped. ad ∠AC, 4. ped. ita BC, radius 10000000. ad ∠AC, tangentem anguli ∠ABC, 13333333. Cui tangenti in dextro Canonis margine reſpondet angulus ∠ABC, 53. gr. 7'. 48". Et in ſiniſtro margine angulus complementi 36. grad. 52'. 12".



NOTA. Antequam tabulæ tangentium repertæ eſſent, datis duobus lateribus circa rectum, anguli acuti cum latere

tertio

tertio ita inveniebantur. Primum quadrabantur latera circa rectum AC, & BC. Et è ſumma duorum illorum quadratorum extrahebatur radix: quæ radix erat latus AB, per penultimam primi Euclidis, h. e, per 50. primi noſtri.



Deinde habito latere AB, ita dicebatur:

Ut AB, latus ad BC, latus: ita AB radius ad BC, ſinum anguli BAC: quo noto notus erat etiam angulus ABC. Nunc iſtis ambagibus non eſt opus.

AXIOMA SECUNDUM.

In triangulis planis univerſis.

Latera ſe habent ad invicem, ut ſinus angulorum ipſis oppoſitorum.

Sinus enim ſunt ſemiſſes ſubtenſarum. Atqui latera trianguli plani cujuſvis habent ſe ad invicem, ut ſubtenſæ angulorum ipſis oppoſitorum. *Ergo etiam ut ſemiſſes ſubtenſarum. Nam, quæ eſt ratio totius ad totum, eadem eſt ratio dimidii ad dimidium: ut libro ſecundo, propoſitione 19. oſtendimus: & natura ipſa dictat.*

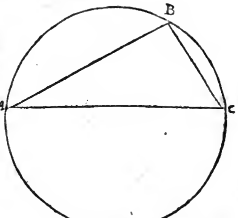
Caterùm, quod latera cujuſvis trianguli plani ſe habeant ad invicem, ut ſubtenſæ angulorum ipſis oppoſitorum, *inde patet: quia cuivis triangulo plano circulus circumſcribi poteſt: Centro ex tribus trium angulorum punctis inquiſito.*

Quod ſi fiat, latera trianguli plani jam reipſa ſunt ſubtenſæ angulorum ipſis oppoſitorum: hoc eſt, arcuum, qui angulos illos obeunt, & ſunt dupla eorum menſuræ: per 53. p. 1.

Vt, ſi

Digitized by Google

Vt, ſi triangulo plano ◡ABC, circumſcribatur circulus ◡ABC, latus ◡AB, ſit ſubtenſa anguli ◡ACB, hoc eſt, arcus ◡AB, qui angulum ◡ACB, obit. Latus BC, ſit ſubtenſa anguli BAC, hoc eſt, arcus BC, qui angulum BAC, obit. Latus denique AC ſit ſubtenſa anguli ABC, hoc eſt, arcus AC, qui angulum ABC, obit.



Ergo latus AB, habet ſe ad latus BC: ut ſubtenſa anguli ACB, ad ſubtenſam anguli BAC, &c. quod demonſtrandum erat.

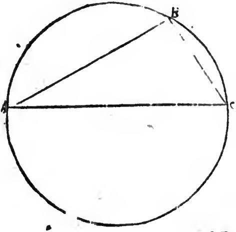
CONSECTARIUM PRIMUM.

Datis igitur angulis, datur ratio laterum.

Et per conſequens:

Dato præter angulos unico latere, datur reliquorum laterum quodlibet.

Vt, in triangulo plano obliquangulo ◡ABC, datis angulis ad ◡A, 20. gr. 10'. ad C, 60. gr. 23'. atque adeo ad B, 99. gr. 27'. per 3. conſ. 49. prop. 1. data eſt ratio laterum hoc modo:



AB,

Digitized by Google

AB, 8693512. ſinus anguli ACB, 60. gr. 23′.

BC, 3447521. ſinus anguli BAC, 20. gr. 10′.

AC, 9864292. ſinus anguli ABC, 99. gr. 27′. ſive complementi ad ſemicirculum. 80. gr. 33′.

Quod ſi ergo præterea detur latus unum, v. g. latus AB, 34. pedum: dabuntur etiam latera reliqua BC, & ◡AC. Nam

I. Vt ◡AB, 8693512. ad BC, 3447521.
ita ◡AB, 34. ped. ad BC, $13\frac{4200058}{8693512}$ ped.

Item:

II. Vt ◡AB, 8693512. ad ◡AC, 9864292.
ita ◡AB, 34. ped. ad ◡AC, $38\frac{5032472}{8693512}$ ped.

Vel tranſpoſitis terminis intermediis.

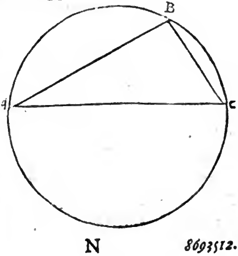
I. Vt ◡ACB, 8693512. ad ◡AB, 34. ped. ita BAC, 3447521. ad BC, $13\frac{42}{87}$ ped.

II. Vt ◡ACB, 8693512. ad ◡AB, 34. ped. ita ABC, 9864292. ad ◡AC, $38\frac{50}{87}$ ped.

CONSECTARIUM SECUNDUM.

Datis duobus lateribus cum angulo uni eorum oppoſito, datur etiam angulus alteri eorum oppoſitus.

Vt, in prædicto triangulo obliquangulo ABC, datis duobus lateribus, AB, 34. ped. & BC, $13\frac{4200058}{8693512}$ ped. cum angulo ACB, uni datorum laterum, nempe lateri AB, oppoſito, 60. grad. 23′. dabitur etiam angulus BAC, alteri datorum laterum, nempe lateri BC, oppoſitus. Nam per datum angulum ACB, 60. gr. 23′. datus eſt ſinus illius anguli ◡AB,



8693512.

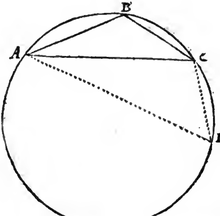
8693512. Dico igitur: Vt AB, latus 34. ped. ad BC, latus $13\frac{4200058}{8693512}$ *ped. ita AB, ſinus anguli ACB, 8693512. ad BC, ſinum anguli BAC, 3447521.*

Vel tranſpoſitis terminis intermediis.

Vt AB, 34. ped. ad ACB, 8693512. ita BC, $13\frac{4200058}{8693512}$ *ped. ad BAC, 3447521.*

Cui ſinui in ſiniſtro Canonis margine reſpondet angulus 20. grad. 10′. Ergo angulus BAC, eſt 20. gr 10′.

NOTA. In uſu hujus conſectarii ambiguitas incidere poteſt: Si videlicet dentur duo latera, quorum alterum ſit latus maximum; unà cum angulo, minori datorum laterum oppoſito: & quæratur angulus maximo datorum laterum oppoſitus. Quia enim is angulus poteſt eſſe, vel acutus, vel obtuſus: utriuslibet autem ſinus eſt idem: per 1. conſ. 12. p. 2. invento ſinu anguli quæſiti, dubium eſt, an is ſinus indicet angulum acutum, an obtuſum.



Vt, in triangulo obliquangulo ABC, ſi dentur duo latera AC, 22. ped. & BC, 10. ped. unà cum angulo BAC, 24. gr. 50′. 10″. & quæratur angulus ABC, maximo lateri AC, oppoſitus: Si dixero.

Vt latus

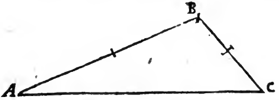
Vt latus BC, 10 ped. ad latus ◡AC, 22. pedum: ita BC, ſinus anguli BAC, 4200241. ad ◡AC, ſinum anguli ◡ABC, promptè quidem invenero ſinum AC, 9240530. ◡At, quia is ſinus, eſt ſinus & acuti ADC, 67.gr.31'.34". quem arcus ABC obit; & obtuſi, ◡ABC, 112.gr.28'.26". quem arcus ◡ADC obit: dubium eſt, an angulus, per ſinum illum indicatus ſit obtuſus 112.gr.28'.26". an acutus 67.grad.31'.34". Neq; aliter dubium hoc tolli poteſt, quàm, ſi præter reliqua tria data, (quæ non minus in acutangulo ADC, quàm in obtuſangulo ABC, ineſſe poſſunt: poſitis nimirum lateribus BC & DC, atque adeo etiam angulis BAC & DAC, æqualibus) ſimul etiam hoc detur, vel ex accurata trianguli ſolvendi delineatione perſpiciatur, utrum angulus quæſitus ſit obtuſus, an acutus.

AXIOMA TERTIUM.

In Triangulis planis univerſis:

Ut ſumma duorum laterum ad differentiam eorundem: ita tangens dimidii ſummæ duorum angulorum oppoſitorum, ad tangentem differentiæ infra, vel ſupra dimidium.

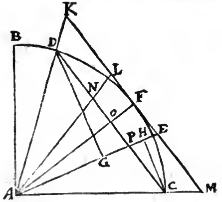
DECLARATIO. *In Triangulo plano obliquangulo ◡ABC, dico tangentem dimidii ſummæ duorum angulorum ad ◡A & B, eſſe ad tangentem differentiæ anguli B, ſupra, & anguli ◡A, infra dimidium: Vt*



eſt ſumma duorum laterum BC, & ◡AC, angulis illis oppoſitorum, ad differentiam eorundem.

DEMONSTRATIO. *Deſcripto enim quadrante ABC, ſtatuantur anguli DAE, & EAC, angulis prioris ſchematis ◡ABC, & BAC, æquales. ◡Ac proinde, ſit ſumma duorum illorum angulorum, angulus*

DAC. Dimidium illius ſummæ ſit DAF, vel FAC. Differentia anguli DAE, ſupra dimidium DAF, vel anguli EAC, infra dimidium FAC, ſit angulus FAE. Subtenſa ſummæ duorum angulorum ſit recta DC. Sinus anguli majoris DAE, ſit recta DG. Sinus anguli minoris EAC ſit recta CH. Tangens dimidii ſummæ duorum angulorum



ſit FM, vel FK. Tangens differentiæ infra, vel ſupra dimidium ſit FE. Iam Triangula GDP, & CPH, ſunt æquiangula per 4.c.49.p.1.

Propter æquales DPG, & CPH, per 13.p.1. & rectos ad G & H, per 3.c.7.p.2. Ergo in hoc ſecundo ſchemate:

Vt PD, ad GD, ita PC, ad CH, per 46.p.1.

Sicut in primo:

Vt AC, ad ABC, ita BC, ad BAC, per axioma ſecundum. Latera igitur DP, & PC, prorſus eandem habent rationem in ſecundo ſchemate: quam latera AC & BC, in primo ſchemate. Quare rectam DC, pro ſumma datorum duorum laterum AC & BC, partes verò DP & PC, pro ipſis duobus lateribus AC & BC, aſſumere licet. Quo poſito, NP, eſt differentia duorum laterum. Latera autem ibi AC & BC, hîc DP & PC data ſunt. Data igitur eſt etiam differentia eorum laterum NP, & ejus differentiæ dimidium OP. Porro, quia Triangula compoſita AK~~LFE~~M, & ADNOPC, ſunt undiq; æquiangula: propter parallelas DC & KM. Ideo

Ideo & latera & laterum ſegmenta habent proportionalia, per 46. & 47. p. 1. Ac proinde:

Vt DC, ſumma duorum laterum: ad NP, differentiam eorundem:

Ita KM dupla tangens dimidii ſummæ duorum angulorum, ad LE, duplam tangentem differentiæ infra, vel ſupra dimidium.

Vel:

Vt OC, dimidium ſummæ duorum laterum ad OP, dimidium differentiæ eorundem:

Ita FM, tangens dimidii ſummæ duorum angulorum oppoſitorum ad FE, tangentem differentiæ infra, vel ſupra dimidium.

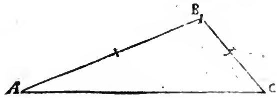
Vel:

Retentis prioribus quidem duobus proportionis terminis integris: poſterioribus verò dimidiatis: compendioſioris calculi gratia.

Vt DC, ſumma duorum laterum ad NP, differentiam eorandem: ita FM, tangens dimidii duorum angulorum oppoſitorum ad FE, tangentem differentiæ infra, vel ſupra dimidium. Nam ut totum ad totum: ita pars ad partem. Ergo ut tota KM, ad totam LE, ita dimidia FM, ad dimidiam FE.

CONSECTARIUM.

Igitur in Triangulo plano obliquangulo, datis duobus lateribus, cum angulo ab ipſis comprehenſo: dantur etiam reliqui duo anguli.



Digitized by Google

Vt, in triangulo plano obliquangulo ABC, datis duobus lateribus ◡AB, 6. & BC, 3. pedum, unà cum angulo ABC, 107. gr. 30'. dabuntur etiam anguli BAC, & BCA, hoc modo.

Summa laterum datorum eſt 9. differentia 3.

Summa angulorum ad ◡A & C eſt 72. gr. 30'. per 49. p. 1.

Dimidium illius ſummæ, 36. gr. 15'. Ejus tangens 7332303.

Dico igitur:

Vt ſumma datorum laterum 9. ad differentiam eorundem 3. ita tangens dimidii ſummæ angulorum oppoſitorum 7332303. ad 2444101. tangentem arcus 13. grad. 44'. 4". differentiæ anguli ◡A infra, & C ſupra dimidium.

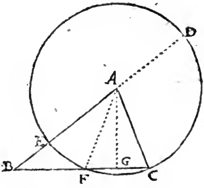
Ergo erunt:

	36. gr. 15'. 0".			*36. gr. 15'. 0".*	
Subtr. 13.		*44. 4.*	*Adde. 13.*		*44. 4.*
Angulus BAC 22. gr. 30'. 56".			*Angulus BCA. 49.*		*59. 4.*

AXIOMA QUARTUM.

In Triangulis planis univerſis:

Ut latus maximum ad ſummam reliquorum laterum, ita differentia reliquorum laterum, ad ſegmentum lateris maximi: quo demto, in relicti dimidium perpendiculum cadit.

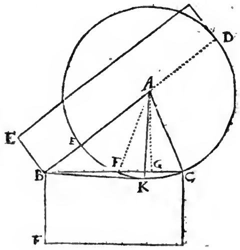


DECLA-

DECLARATIO. *Sit Triangulum obliquangulum ABC, eiuſq; latus minimum AC, maximum BC. Radio lateris minimi AC, centro A deſcribatur circulus CDEF, ſecans reliqua duo latera in punctis E & F. Et latus AB, porro producatur in D. Eritq; BD, ſumma laterum AB & AC. Nam AC & AD, æquantur per ſtructuram, BE, verò erit differentia laterum AB & AC. Nam AE & AC, rurſus æquantur per ſtructuram. Dico.*

Primum eſſe, ut CB, ad BD, ita EB ad BF.

Deinde, perpendiculum AG, biſecare rectam FC.



DEMONSTRATIO. *Nam, quod ad primum attinet, Rectangula æqualia habent latera reciprocè proportionalia per 2.c.42.p.1 Atqui oblonga facta ex BD & BE. Item ex BC & BF, ſunt rectangula æqualia. Ergo habent latera reciprocè proportionalia: adeoq; ut BC, ad BD, ita BE ad BF.*

Digitized by Google

Minor probatur. Nam quæ uni ſunt æqualia, etiam inter ſeſe ſunt æqualia. Atqui oblonga ex BC & BF. Item ex BD & BE, ſunt æqualia uni quadrato rectæ, BK, tangentis anguli BAK. Ergo etiam inter ſeſe ſunt æqualia.

Minor rurſum probatur. Ac primum quidem de oblongo BD, & BE, quod ſit æquale quadrato BK, ſic probatur: Si recta biſecta continuetur, oblongum continuatæ & continuationis eſt æquale quadrato rectæ ex biſegmento & continuatione compoſitæ: minus quadrato biſegmenti, per 44. p. 1. Atqui ED, eſt recta biſecta in A & continuata ab E in B. Ergo oblongum continuatæ DB & continuationis EB, eſt æquale quadrato AB, minus quadrato EA, cui æquatur AK, per conſtructionem.

Atqui quadratum AB, minus quadrato AK eſt quadratum BK per 50. p. 1.

Ergo oblongum BD, BE, æquatur quadrato BK.

Deinde verò, de oblongo BC, BF, quod ſit æquale quadrato BK, ſic probatur.

Oblongum BC, BF, eſt æquale quadrato BG, minus quadrato FG, per modo citatam 44 p. 1.

Iam adde ad oblongum CB, BF, quadratum FG, & inſuper quadratum AG.

Id ſi factum fuerit, oblongum BC, BF, unà cum quadratis FG & AG, erit æquale quadrato AB. Nam per additionem quadrati FG, completur quadratum BG, cui quadrato BG, ſi jungatur quadratum AG, conficitur quadratum AB.

Atqui quadrata FG & AG, ſunt quadratum AF, per 50. p. 1. cui æquatur AK, per ſtructuram.

Ergo oblongum CB & BF unà cum quadrato AK eſt æquale quadrato AB. Ac proinde ſine quadrato AK eſt æquale quadrato AB minus quadrato AK, hoc eſt, quadrato BK, per 50. p. 1. Cæterùm, quod ſecundo loco propoſuimus, de perpendiculo AG biſecante rectam FC, id ſic probatur. Quia Triangulum FAC, eſt æqualium laterum FA & AC per ſtructuram. Ergo perpendiculum AG, biſecat baſin FG, per 23. p. 1.

Igitur

Digitized by Google

Igitur in Triangulo obliquangulo, ut latus maximum ad ſummam reliquorum laterum: ita differentia reliquorum laterum ad ſegmentum lateris maximi; quo demto in relicti dimidium perpendiculum cadit. Quod demonſtrandum erat.

CONSECTARIUM.

Datis igitur tribus trianguli plani obliquanguli lateribus, datur utrumvis ſegmentum maximi lateris, in quod ex angulo maximo perpendiculum cadit.

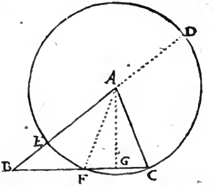
Vt, in triangulo plano obliquangulo ABC, ſint data tria latera

AB, 20. pedum,

BC, 21. pedum,

AC, 13. pedum.

Quærantur autem ſegmenta lateris maximi BC, in quorum concurſum perpendiculum cadat, nempe recta BG, & GC.



Latus maximum BC, eſt 21. pedum. Summa reliquorum duorum laterum eſt 33. pedum: differentia 7. Dico igitur:

Vt BC, latus max. 21. ped. ad BD, ſummam reliquorum duorum laterum, 33. ped. ita BE, differentia reliquorum duorum laterum, 7. ped. ad BF, 11. ped. quo ſegmento demto, de BC, 21. ped. relinquitur FC, 10. ped. Cujus dimidium eſt FG, vel GC, 5. ped. Ergo GC, eſt 5. GB, 16. pedum.

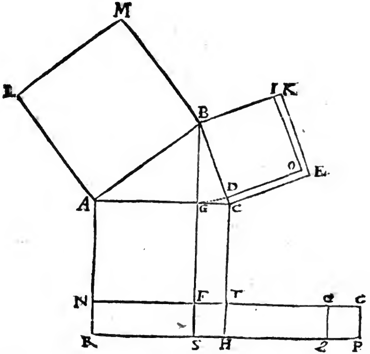
O *Scholion,*

Digitized by Google

SCHOLION.

Axioma quartum etiam ſic proponi poteſt.

De ſumma quadratorum baſis & cruris unius, ſubtrahe quadratum alterius cruris: reliĉtum divide per duplam baſin, & habebis ſegmentum baſeos inter perpendiculum & crus primò ſumtum interjacens.



DECLARATIO. *Sit triangulum obliquangulum varium ABC, & ſint data latera AB, BC, & AC. Quæratur autem ſegmentum GC. inter perpendiculum BG. & crus BC. interjacens. Dico, ſi de ſumma quadratorum baſeos AC & cruris BC ſubtrahatur quadratum lateris AB, & reliĉtum per dupla baſin AC. dividatur, exiturum eſſe ſegmentum GC.*

DEMON-

Digitized by Google

DEMONSTRATIO. *Quadratum enim lateris ◡AB. nempe quadratum ◡ALMB. æquale eſt quadratis laterum AG. & BG. ſimul ſumtis per 50. prop. 1. Iam, quadratum lateris ◡AG. eſt ANFG. Quadratum lateris BG. eſt BDOI: poſitis nempe rectis BG & BD. æqualibus. Ergo, ſi quadratum ◡ALMB. à ſumma quadratorum ◡ARHC & BCEK. ſubtrahas, reſtabunt duo Gnomones NHG & DEI. Gnomon autem DEI æquatur quadrato lateris GC. Nam quadratum lateris BC poteſt quadratum laterum BG & GC. rurſum per 50. prop. 1. Atqui quadratum lateris BG. de quadrato lateris BC. jam detractum eſt. Igitur quod remanſit, eſt æquale quadrato lateris GC: quod quadratum ſi ad Gnomonem NHG. in rectam RHQ. extenſum addas, efficies oblongum NCPN. quod diviſum per longitudinem NC. hoc eſt, per duplam ◡AC. exhibet latitudinem CP. æqualem rectæ GC. per ſtructuram.*

ILLUSTRATIO per numeros. *Sint data latera, ut ante: AB. 20. BC. 13. ◡AC. 21. pedum. Quæratur autem ſegmentum GC, quot pedum? R. 5. Totus calculus ita erit.*

AC. 21.	*BC.* 13.	◡*AB.* 20.
21.	13.	20.
21.	39.	Q. 400.
42.	13.	
Q. 441.	Q. 169.	
Q. 169.		
Summa. 610.		
Q. 400.		
Relictum. 210.		
◡*AC duplum.* 42 (5. GC.		
210.		

Digitized by Google

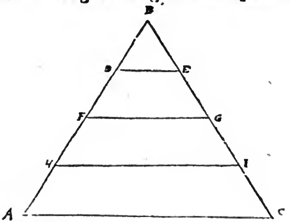
USUS PRÆCEDENTIUM AXIOMATUM:

Sive

Manuductio, qua oſtenditur, quomodo beneficio paucorum illorum axiomatum quodlibet triangulum planum ſolvi poſſit.

In triangulo quovis ſex ſunt: nempe tria latera & tres anguli. Horum tribus quibuſcunq; in triangulo plano datis, reliqua tria per præcedentia quatuor axiomata inveſtigari poſſunt: & quidem interdum variis modis: unico caſu excepto: ſi nempe ſoli tres anguli dentur.

Inde enim nullum latus inveſtigari poteſt. *Quia tres anguli trianguli unius, tribus angulis Trianguli alterius æquales eſſe poſſunt:*



etiamſi latera omnino ſint inæqualia. Vt tres anguli Triangulorum ABC & DBE ſunt æquales: propter baſes AC & DE, parallelas per 38.p.1. & tamen latera Trianguli ABC, multò ſunt majora, quam latera Trianguli DBE. Hic igitur caſus: isq; ſolus: à Trigonometria excipitur. In cæteris omnibus, ex quibuſvis tribus datis quodlibet quartum invenire licet. Quod per inductionem omnium caſuum demonſtrabimus, hoc modo.

Trian-

Triangulum planum eſt rectangulum, vel obliquangulum.

1. In Triangulo plano rectangulo: vel dantur omnes anguli (*dato nimirum unico acutorum*) cum uno latere: & quæruntur reliqua duo latera.

2. Vel dantur duo latera cum unico angulo, nempe recto; & quæruntur reliqui duo anguli; & latus tertium.

Utriq; caſui ſatisfacit axioma primum.

In triangulo plano obliquangulo:

1. Vel dantur omnes anguli: (*quoties nimirum duo dantur. Nam tertius ſemper eſt reliquorum duorum complementum ad duos rectos, per 3. c. 49. p. 1.*) cum uno latere, & quæruntur reliqua duo latera.

2. Vel dantur duo latera, cum angulo, uni datorum laterum oppoſito; & quæritur angulus alteri datorum laterum oppoſitus; unà cum latere tertio.

3. Vel dantur duo latera cum angulo ab ipſis comprehenſo; & quæruntur reliqui duo anguli, cum tertio latere.

4. Vel denique dantur omnia tria latera, & quæruntur anguli.

Prioribus duobus caſibus plenè ſatisfacit axioma ſecundũ.

In tertio caſu duo anguli ignoti reperiuntur, per axioma tertium: & deinde latus tertium per axioma ſecundum.

In quarto caſu primùm fit dislocatio trianguli plani obliquanguli, in duo rectangula: dimiſſo in latus maximum perpendiculo: per axioma quartum: deinde in triangulis illis rectangulis quilibet anguli inveniuntur per axioma primum.

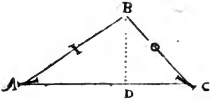
¶ *Sed & per ſolum primum axioma priores tres caſus expediri poſſunt, ſi modo ab angulo aliquo ignoto in latus oppoſitum ignotum vel intra; vel extra triangulum: (in quo caſu latus ignotum antea ſatis prolongandum eſt) perpendiculum dimittatur: & ita triangulum planum*

Digitized by Google

obliquangulum in duo rectangula dislocetur: ſive perpendiculum cadat extra, ſive intra triangulum.

(Porro hac conditio: quod latus perpendiculum excipiens ignotum eſſe debeat, tantum in exemplis ſecundi axiomatis locum habet, in exemplis tertii axiomatis planorum non item.)

Vt 1. Si detur talis proportio: Vt ◡AB, ſinus anguli ◡ACB ad BC, ſinum anguli BAC, ita AB, latus ad BC, latus: per axioma ſecundum.

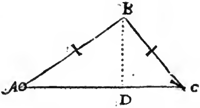


Eodem effectu dicere potes: per axioma primum:

I. Vt ◡AB, radius ad BD, ſinum anguli BAD:
ita ◡AB latus, ad BD latus.

II. Vt BD radius, ad BC, ſecantem anguli DBC, (qui eſt complementum anguli BCD,) ita BD, latus ad BC, latus.

2. Si detur talis proportio: Vt ◡AB, latus ad BC, latus, ita ◡AB, ſinus anguli ◡ACB, ad BC, ſinũ anguli BAC, per axioma ſecundum.



Eodem effectu dicere potes, per axioma primum.

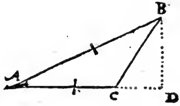
I. Vt BC, radius ad BD, ſinũ anguli BCD, ita BC, latus ad BD, latus.

II. Vt BD, latus ad AB latus: ita BD radius, ad ◡AB ſecantem anguli ◡ABD, cujus complementum eſt angulus BAD. Ipſe verò angulus ◡ABD, compoſitus cum angulo DBC, efficit angulum ABC.

3. Si detur talis proportio: Vt ſumma laterum AB & AC, ad differentiam eorundem; ita tangens dimidii ſummæ angulorum ABC & ACB, ad

ACB, ad tangentem differentiæ infra, vel ſupra dimidium: per axioma tertium.

Eodem effectu dicere potes, per axioma primum.



I. Vt AB radius ad BD ſinum anguli BAD, ita AB, latus ad BD latus.

II. Vt AB radius, ad AD, ſinum anguli ABD, ita AB, latus ad AD, latus: unde ſi detrahas latus AC, reſtat latus DC.

III. Vt DC latus ad BD latus: ita DC, radius ad BD, tangentem anguli DCB, quo addito ad angulum BAC, & ſummâ detractâ de duobus rectis, relinquitur angulus ABC. Quod ſi præterea velis latus BC, dices itidem per axioma primum: Vt radius DC, ad ſecantem BC anguli DCB, ita latus DC, ad latus BC.

BAR-

BARTHOLOMÆI
Pitiſci Grunbergenſis
TRIGONOMETRIÆ
Liber Quartus.

De dimenſione Triangulorum Sphæricorum.

Axiomata proportionum in Triangulis Sphæricis exiſtentium præcipua, & ad omnem eorum ſolutionem abunde ſufficientia ſunt quatuor.

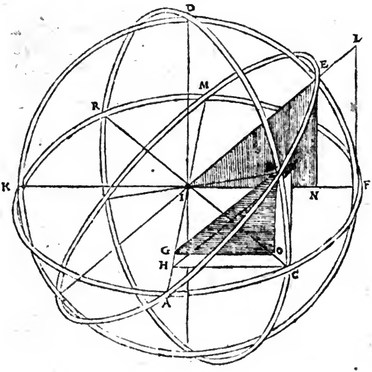
AXIOMA PRIMUM.

In Triangulis Sphæricis rectangulis pluribus, acutum ad baſes eundem habentibus:

Sinus hypotenuſarum & perpendiculorum omnes ſunt inter ſeſe proportionales.

Declaratio. *Sit ſphæra propoſita KMFAD, & ſint in ea: horizon KMFA: polus horiZontis D, circuli per polum horizontis D tranſeuntes KDF & RDC ſecantes horizontem angulis ad KRF & C rectis per 57.p.1. circulus horizonti obliquus MEA, ſecans verticalem KDF, angulis ad E, rectus: quippe qui per ejus polos M & A tranſeat: per 57.p.1. ac viciſſim ab eo ſect⁹ in duos quadrantes ME & EA per 56.p.1. In iſta ſphæra, & in iſta circulorũ cõſtitutione ſint inter alia duo Triãgula Sphærica rectangula ABC & AEF, & ſint in illis, hypotenuſæ AE & AB, perpen-*

perpendicula EF & BC, baſes ◡AF & ◡AC, & acutus ad baſes ◡AF, & ◡AC, idem EAF vel BAC. Deniq; ſinus hypotenuſarum ◡AE, & AB,



ſint recta IE radius & GB. Sinus verò perpendiculorum EF & BC, ſint rectæ EN & BO, omnia per 7. p. 2. Dico iam, Sinus illos hypotenuſarum & perpendiculorum, nempe ſinus IE, GB, EN & BO, omnes eſſe inter ſeſe proportionales: adeoq; datis quibuſcunq; tribus, elici poſſe quartum. Clarius: dico eſſe ◡

Vt IE, ad EN, ita GB, ad BO, & viciſſim
Vt GB, ad BO, ita IE, ad EN, & contra.
Vt NE, ad EI, ita OB, ad BG.

 Vel

Vel tranſpoſitis terminis intermediis, per 42.p.1.
Vt IE, ad GB, ita EN, ad BO; & viciſſim
Vt GB, ad IE, ita BO, ad EN, & contra.
Vt NE, ad OB, ita EI, ad BG.

DEMONSTRATIO. *Si enim ſinus GB & BO, connectas rectâ GO, ut fiat inde Triangulum GBO, manifeſtum eſt Triangula GBO & IEN, fore æquiangula. Primum enim, quia rectæ EN & BO, perpendiculariter cadunt in ſubjectum planum MFC, per theſin, & per 3. c.12.p.2. Ideo cum omnibus lineis in eo plano ductis conſtituunt angulos rectos: adeoq; anguli ENI & BOG, ſunt recti. Deinde quia rectæ IE & GB ſunt invicem parallelæ per 38.p.1. quippe ad eandem rectam IA, normales per 3.c.7.2. totum autem planum MEA, ubiq; eodem angulo ad planum MFA, eſt inclinatum: ideo etiam parallelæ in eo ductæ IE & GB, ad parallelas IN & GO, in plano MEA, ſibi ſubjectas eodem angulo ſunt inclinatæ: atq; adeo anguli EIN & BGO, ſunt æquales. Et per conſequens in Triangulis IEN & GBO, jam duo ſunt anguli duobus æquales. Ergo etiam tertius tertio eſt æqualis: per 49.p.1. ac proinde Triangula IEN & GBO, ſunt æquiangula. Quod ſi ſunt æquiangula, etiam latera habent circa æquales angulos proportionalia, per 46.p.1. adeoq; ſunt: Vt IE ad EN, ita GB, ad BO, &c. Quod demonſtrandum erat.*

ILLUSTRATIO per numeros.

Sint ergo datæ hypotenuſæ AE, 90. gr. & AB, 42. gr. una cum perpendiculo EF; 48 gr. 25. m. Quæratur autem perpendiculum BC.

Arcuum datorum	*AE. 90.gr.*	*Sinus ſunt*	*IE 10000000.*
	AB, 42.gr.		*GB 6691306.*
	EF, 48.gr. 25.m.		*EN 7479912.*

Dico igitur:

Vt IE, 10000000. ad EN, 7479912, ita GB, 6691306. ad BO, 5005038.
Atqui ſinui 5005038. in tabulis reſpondet arcus 30.gr, 2.m.
Ergo perpendiculum BC, eſt 30.gr.2.m.

Sint

Sint viciſſim datæ utraque hypotenuſæ unà cum ſuis ſinibus, ut ante. Sed ex perpendiculis ſit jam datum perpendiculum BC, 30. gr. 2. m. unà cum ſinu ſuo BO, 5005038. Quæratur autem perpendiculum EF. Dico:

Vt GB, 6691306. ad BO, 5005038. ita IE, 10000000. ad EN, 7479912.
Atqui ſinui 7479912. in tabulis reſpondet arcus 48. gr. 25. m.
Ergo arcus EF, eſt 48. gr. 25. m.

Sint contra data utraque perpendicula EF & BC unà cum hypotenuſa majore AE. Quæratur autem hypotenuſa minor AB, Dico:

Vt EN, 7479912. ad IE, 10000000. ita BO, 5005038. ad GB, 6691306.
Atqui ſinui 6691306. in tabulis reſpondet arcus 42. gr.
Ergo hypotenuſa AB, eſt 42. gr.

AXIOMA SECUNDUM.

In Triangulis Sphæricis Rectangulis pluribus, acutum ad baſes eundem habentibus:

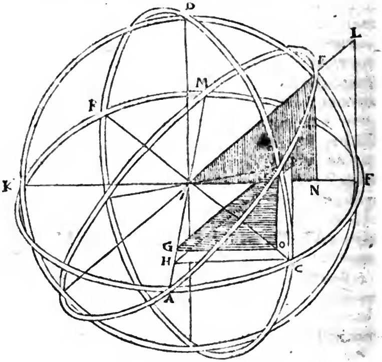
Sinus baſium & tangentes perpendiculorum omnes ſunt inter ſeſe proportionales.

DECLARATIO. *In priore diagrammate: & in iiſdem Triangulis AEF, & ABC, in quibus ſinus baſium AF & AC, ſunt IF & HC. Tangentes verò perpendiculorum EF & BC, ſunt LF & PC. Dico: ſinus illos baſium & tangentes perpendiculorum nempe ſinus IF & HC, & tangentes LF & PC, omnes eſſe inter ſeſe proportionales: adeoque datis quibuſcunque tribus, elici poſſe quartum. Clarius: Dico eſſe*

Vt IF, ad FL, ita HC ad CP, & viciſſim
Vt HC, ad CP, ita IF ad FL, & contra.
Vt FL, ad FI, ita PC ad CH.

Digitized by Google

Vel tranſpoſitis terminis intermediis, per 42. p. 1.



Vt IF, ad HC, ita FL ad CP, & viciſſim

Vt HC, ad IF, ita CP ad FL, & contra.

Vt LF, ad PC, ita FI ad CH.

DEMONSTRATIO. *Ductis enim rectis IL & HP, completiſq; Triangulis ILF & HPC, Triangula illa ILF & HPC, erunt æquiangula. Ergo & lateribus proportionalia per 46. p. 1. Triangula autem ILF & HPC erunt æquiangula propter rectos ad F & C, & æquales ad I & H, ac proinde etiam ad L & P, per 40. p. 1. Anguli porro ad F & C, nempe anguli IFL & HCP, ſunt recti: quia tangentes arcuum perpendicularium EF & BC, nempe recta LF & PC, ſunt in totum planum circuli*

circuli MFA perpendiculares, per theſin & per 8. p. 2. Ergo etiam in lineas IF & HC, in illo plano ductas. Anguli deniq; ad I & H, nempe anguli LIF & PHC, ſunt æquales: quia recta IL & HP, per idem planum ducta, ſunt & inter ſeſe & ad planum circuli inclinationis KDF parallelæ. Æqualibus igitur angulis ſunt ad ſubjectas parallelas IF & HC, inclinatæ. Quæ duæ, IF & HC, propterea parallelæ ſunt: quia utraq; ſunt ad rectam IA normales, per 3. c. 7. p. 2. Rectæ autem IL & HP, ſunt parallelæ: quia ſunt extremitates duorum Triangulorum ILF & HPC, quæ totis ſuis planis ſunt invicem parallela: quippe ſuper baſes IF & HC, parallelas perpendiculariter (propter tangentes CD & FL, perpendiculares.) erecta. Rectæ deniq; IL & HP, ſunt per idem planum ſemicirculi MBA, ductæ: quia ſecans quidem IL, cum ſecet circulum MEA, ad punctum E, non niſi per planum illius circuli incedere poteſt. Similiter q; ſecans IP, cum ſecet eundem circulum MEA, ad punctum B, non niſi per planum ejuſdem illius circuli incedere poteſt. Quod planum quia planũ eſt, ideo ſi extenderetur ſecundum lineam rectam IP, in tangentem PC, ad punctum P. incumberet: adeoq; punctũ P, eſſet in plano circuli MEA, ſatis extenſo, conſtitutum. Atqui in eodem plano etiam punctum H, eſt conſtitutum. Ergo recta PH, eſt linea inter duo puncta ejuſdem plani interjecta: ac proinde per idem planum ducta. Quæ omnia demonſtranda erunt.

ILLUSTRATIO per numeros. Sint ergo datæ baſes AF, 90. gr. AC, 30. gr. 51′. 46″. unà cum perpendiculo EF, 48. 25. Quæratur autem perpendiculum BC.

Baſium	*◡AF, 90. gr. 0′.*	*Sinus ſunt.*	*10000000 IF.*
	◡AC, 30. gr. 51′. 46″.		*5129836. HC.*

Perpendiculi FF, 48. 25. Tangens eſt 11269872. LF.

Dico igitur:

Ut IF, 10000000. ad LF, 11269872, ita HC, 5129838. ad PC, tang. 5781262.

 ◡Atqui

Digitized by Google

Atqui Tangenti 5781262 in tabulis reſpondet arcus 30. gr. 2. m. Ergo perpendiculum BC, eſt 30.gr.2.m.

Sint viciſſim datæ utraq; baſes, unà cum ſuis ſinibus, ut ante. Sed ex perpendiculis ſit jam datum perpendiculum BC, 30. gr. 2′. unà cum tangente ſua CP, 5781262. Quæratur autem perpendiculum EF. Dico:

Vt HC, 5129838. ad CP, 5781262, ita IF, 10000000. ad FL. tang. 11269872.

Atqui tangenti 11269872. in tabulis reſpondet arcus 48. gr. 25. m. Ergo perpendiculum EF, eſt 48 gr. 25. m.

Sint contra data utraque perpendicula EF & BC, & eorum tangentes LF & PC, unà cum baſi majore AF & ejus ſinu IF. Quæratur autem baſis minor AC, ſive potius ejus ſinus HC. Dico:

Vt LF, tang. 11269872. ad FI, rad. 10000000, ita PC, tang 5781262. ad HC, 5129838. ſinum arcus 30. gr. 51′. 46″. Igitur arcus, ſive baſis AC, eſt 30. gr. 51. m 46″.

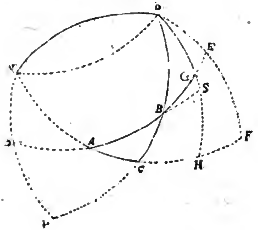
APPENDIX. *Ex his duobus axiomatibus, & eorum declarationibus ac demonſtrationibus intelliget ingenioſus lector: cur à ſinibus baſium ad ſinus perpendiculorum, & contra, argumentari non liceat: cum tamen à ſinibus hypotenuſarum ad ſinus perpendiculorum, & contra, argumentari liceat: quia nimirum ſinus baſium & perpendiculorum in eadem Triangula rectilinea non concurrunt. Quod etiam doctiſſimos alioqui mathematicos interdum non animadvertiſſe videas.*

AXIOMA TERTIUM.

In Triangulis Sphæricis univerſis:

Sinus laterum, ſinibus oppoſitorũ angulorum ſunt directè proportionales.

DECLARATIO. *Primùm eſto Triangulum Sphæricum ABC, rectangulum ad C. Deinde continuatis lateribus AB & AC, & CB, uſq; ad quadra. ut fiant AE, AF & CD, & dimiſſis ex polo quadrantis AF, nempe*



nempe ex puncto D, aliis duobus quadrantibus DF, & DH, atq; ita conſtitutis tribus Triangulis novis: rectangulis quidem BDE & GDE, obliquangulo verò BDG. Dico.

In Triangulo ſphærico rectangulo ◡ABC, eſſe◡:

Vt ACB, ad AB, ita ABC, ad AC, & ita BAC, ad BC.

Vel tranſpoſitis terminis intermediis per 42.p.1.

Vt ◡ACB, ad ABC, ita ◡AB, ad AC, &

Vt ◡ACB, ad BAC, ita ◡AB, ad BC, &c.

Similiterq; in Triangulo ſphærico obliquangulo BDG, dico eſſe◡:

Vt BDG, ad BG, ita BGD, ad BD, & ita DBG ad DG, &c.

DEMONSTRATIO. *Nam, quod attinet ad rectangulum ABC, in eo ACB & AE. Itemq; BAC & EF, & ex altera parte ABC, & OP, hoc eſt, anguli & menſuræ illorum angulorum:*

(Nam ut EF, eſt menſura anguli EAF, & OP, menſura anguli ABC, ita ND ſive illi æqualis AE, vel OB, eſt menſura anguli ACB, per 57.p.1.) *ſunt ejuſdem quantitatis.*

Ergo perinde eſt, ſive dicam:

Vt ACB, ad AB, ita BAC, ad BC, ſive◡

Vt ◡AE, ad AB, ita EF, ad BC.

Atqui hoc valet, per primum axioma ſphæricorum. Ergo etiam illud.

Item

Digitized by Google

Item perinde eſt, ſive dicam:

Vt ACB, ad ◡AB, ita ABC, ad ◡AC, ſive◡

Vt OB, ad ◡AB, ita OP, ad ◡AC.

Atqui hoc valet, per primum axioma ſphæricorum.

Ergo etiam illud.

Quæ verò conveniunt uni tertio, etiam inter ſe conveniunt.

Atqui per demonſtrata:

Vt ACB, ad AB, ita ABC, ad ◡AC, & ita BAC, ad BC.

Ergo etiam

Vt ◡ABC, ad ◡AC, ita BAC, ad BC.

Deinde, quod attinet ad obliquangulum BDG. Quia per demonſtrationem Rectangulorum ſunt:

Vt DB, ad DEB, ita DE, ad DBE. Et

Vt DG, ad DEG, ita DE, ad DGE.

Vel per 1.c.7.p.2. ad DGB.

Ideo per terminorum proportionalium permutationem etiam erit:

Vt DG, ad DB, ita DBE, vel DBG, ad DGB, &c.

Similiterq;: Si à puncto B, in S, arcus perpendicularis demittatur. Quia tum erunt:

Vt BD, ad BSD, ita BS, ad BDS. Et

Vt BG, ad BSG, ita BS, ad BGS.

Sive per 1.c.7.p.2. ad BGD.

Ideo etiam erit:

Vt BG, ad BD, ita BDS, ſive BDG, ad DGB, &c.

Nam ſi ſint

Vt 4. ad 12, ita 1. ad 3. Et

Vt 2. ad 12, ita 1. ad 6.

Erit etiam

Vt 2. ad 4, ita 3. ad 6.

ILLU-

ILLUSTRATIO per numeros. In triangulo igitur ſphærico rectangulo ABC, primum ſint data ACB, AB & ABC: in eadem quantitate, in qua pridem. Quæratur autem latus AC, angulo dato ABC, oppoſitum. Dico:

Vt ◡ACB, 90. gr. ad ◡AB, 42. gr. ita ◡ABC, 50. gr. 3'. 12".

10000000. 6691306. 7666422.

◡Ad ◡AC, 30. 51'. 46".

5129838.

Vel viceverſa: Sint data, AB & ACB & AC. Quæratur autem ABC. Dico:

Vt ◡AB, 42. gr. ad ◡ACB, 90. gr. ita ◡AC, 30. gr. 52'.

6691306. 10000000. 5129838.

ad ABC, 7666422. Sinum arcus, vel anguli 50. grad. 3'. 12".

Deinde ſint data: ACB & AB & BAC. Quæratur autem BC. Dico:

Vt ACB, 90. grad. ad AB, 42. grad. ita BAC, 48. grad. 25.

10000000. 6691306. 7479912.

ad BC, 5005038. ſinum arcus 30. gr. 2'.

Vel viceverſa: Sint data AB & ACB & BC. Quæratur autem BAC. Dico:

Vt AB, 42. grad. ad ACB, 90. grad. ita BC, 30. grad. 2'.

6691306. 10000000. 5005038.

ad BAC, 7479912. Sinum 48. gr. 25'.

Denique, ſint data BAC, & BC & ABC. Quæratur autem AC. Dico:

Vt BAC, 48. gr. 25'. ad BC, 30. gr. 2'. ita ◡ABC, 50. gr. 3'. 12".

7479912. 5005038. 7666422.

ad ◡AC, 5129838. ſinum 30. gr. 51'. 46".

Digitized by Google

Vel viceverſa: Sint data, BC & BAC & AC, Quæratur autem ABC. Dico:

Vt BC, 30. gr. 2'. ad BAC, 4 gr 8. 25'. ita ⌣AC, 30. gr. 51'. 40".

5005038. 7479912. 5129838.

ad ⌣ABC, 7666422. ſinum 50. gr. 3'. 12".

Similiter in Triangulo ſphærico obliquangulo BDG. Primum ſint data DBG, DG & BDG. Quæratur autem BG. Dico:

Vt DBG, 5. gr. 0. 3' 12". ad DG, 4. gr. 5. 57' 41". ita BDG, 2. gr. 8. 1'. 4.

7666422. 7188714. 4730634.

ad BG, 4435860. ſinum 2 grad. 6. 19'. 58".

Deinde ſint data BG, BDG & DG. Quæratur autem DBG. Dico:

Vt BG, 26. gr. 19. 58'. ad BDG, 2. gr. 8. 14'. ita DG 4. gr. 5. 57'. 41".

4435860. 4730634. 7188714.

ad DBG, 7666422. ſinum 5. gr. 0. 3'. 12".

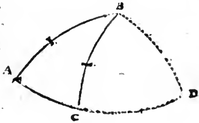
Denique, ſint data DG, DBG & DB. Quæratur autem DGB. Dico:

Vt DG, 4. gr. 5. 57'. 41". ad DBG, 5. gr. 0. 3'. 12". ita DB, 5. gr. 9. 58.

718871. 7666422. 8657344.

ad DGB, 9232491. Sinum anguli obtuſi 112. gr. 35'. 40".

NOTA. In uſu hujus axiomatis eadem ambiguitas accidere poteſt, quam in uſu ſecundi axiomatis planorum accidere poſſe ſupra diximus: uti apparet ex Schemate conſimili ABCD. Ideo ne in tali caſu decipiaris, acutum pro obtuſo, aut contra, colligendo, attendas oportet.



AXIO-

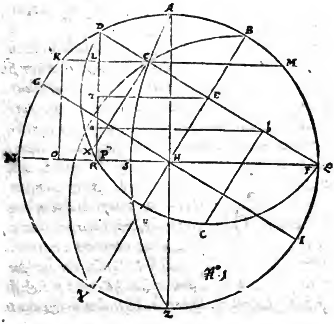
AXIOMA QUARTUM.

In Triangulis ſphæricis univerſis:

Si duo latera ſigillatim quadrantibus minora, primum ipſa inter ſeſe, deinde latus minus cum complemento majoris componas; Et ſinui arcus compoſiti poſterioris ſinum complementi arcus compoſiti prioris ſubtrahas, vel ſinum exceſſus addas:

Eſt

Ut Radius ad medietatem rectæ per illam, ſive ſubtractionem, ſive additionem factæ: ita ſinus verſus ang li à dictis duobus lateribus comprehenſi ad rectam, qua ſub-



Digitized by Google

tracta de ſinu arcus compoſiti poſterioris, relinquitur ſinus complementi tertii lateris: vel de qua ſubtractus ſinus arcus compoſiti poſterioris relinquit ſinum exceſſus tertii lateris. *Vel contra*:

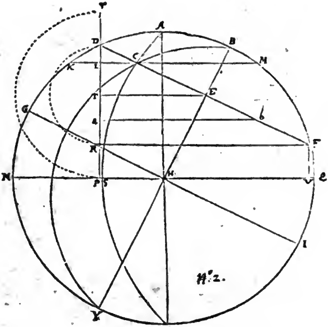
Vt medietas rectæ ad radium: ita recta, ex ſinu arcus compoſiti poſterioris, vel per ſubtractionem ſinus complementi, tertii lateris; vel per additionem ſinus exceſſus, ejuſdem tertii lateris, facta, ad ſinum verſum anguli à reliquis duobus lateribus comprehenſi.

DECLARATIO. *Hoc axioma varios habet caſus.*

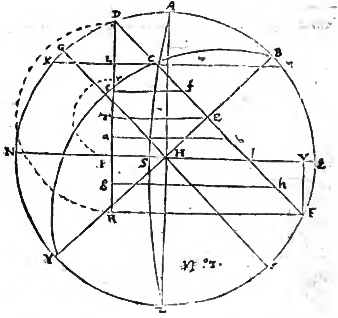
Primùm enim, duo latera, angulum datum, aut quæſitum includentia, ſimul ſumta, vel ſunt quadranti æqualia, vel inæqualia: & hæc, minora, vel majora. Deinde angulus datus, aut quæſitus, vel eſt rectus, vel obliquus: atq; is acutus, vel obtuſus. Deniq; latus tertium, angulo dicto oppoſitum, vel eſt quadrante minus, vel majus. Tribus autem ſchematibus omnes iſtos caſus, ſatis perſpicuè, ut opinor, explicabimus.

In quorum ſingulis Triangulum obliquangulum, exempli gratia, propoſitum eſt ABC, in quo, vel data ſunt duo latera AB & BC, unà cum angulo ad B, & quæſitum latus tertium AC, vel data ſunt omnia tria latera, & quæſitus angulus lateri tertio AC, oppoſitus. Porrò, duorum laterum AB & BC, datum, vel quæſitum angulum (qui ſemper ſtatuitur ad B) includentium, latus minus eſt ◡AB, latus majus BC. Lateri minori AB, eſt æqualis arcus GN, per ſtructuram. Lateri majori BC, abſcindantur de circulo DAB, arcus æquales BF & BD, per parallelum polo B, expanſione circini BC, in ſuperficie globi deſcriptum: cujus paralleli diameter eſt DCF, circumferentia in primo tantum ſchemate notata DXF, puncto ſuo X, in globo concurrens cum puncto C, circuli maximi BC. Et in illo ipſo parallelo DXF notetur menſura anguli ad B, arcus DX, per 6. p. 1. ejuſq; ſinus rectus XC, per 7. p. 2. & ſinus verſus, DC, per 8. p. 2. Lateri deniq; tertio AC itidem abſcindantur de circulo DAB arcus æquales AK & AM, per parallelum KCM, polo A, expanſione circini ◡AC, in ſuperficie globi deſcriptum. His ita præſtructis, pri-

ctis, primùm componantur duo latera ◡AB & BC, vel BF, datum, vel quæſitum angulum ABC, includentia: & ſit arcus compoſitus prior



◡AF, in primo ſchemate quadranti ◡AQ, æqualis: in ſecundo minor: in tertio major. Ac notetur in ſecundo, vel tertio ſchemate ſinus complementi, vel exceſſus VF. Deinde latus minus AB, hoc eſt, per ſtructuram GN, componatur cum complemento lateris majoris GD, & ſit arcus compoſitus poſterior DN, ejuſq; ſinus rectus DP. De quo ſinu DP, ſubtrahatur in ſecundo ſchemate ſinus complementi VF, vel PR. In tertio verò ſchemate ad eundem ſinum DP, addatur ſinus exceſſus VF, vel PR, ut innoteſcat recta DR, quæ juncta cum recta DF, per rectam RF, conſtituat Triangulum planum rectangulum DRF, per cujus medium ducatur recta TE, biſecans rectam DF in E, per ſtructu-



ram: adeoq; etiam rectam DR, per 45. p. 1. & conſtituens Triangulum DTE, æquiangulum Triangulo DRF, per 38 p. 1.

Quo Triangulo DTE, conſtituto: Dico quod ſit:

Vt radius BD, ad medietatem rectæ DR, nempe ad rectam DT, ita ſinus verſus anguli ◡ABC, nempe recta DC, ad rectam DL, quâ demtâ de ſinu arcus compoſiti poſterioris DP, relinquitur recta LP. ſive per 39. p. 1. KO, ſinus rectus arcus KN, ſive CS, complementi tertii lateris ◡AC.

Et contra:

Vt medietas rectæ DT, ad radium DE, ita recta DL, poſt ſubtractum ſinum complementi tertii lateris de ſinu DP reliqua, ad ſinum verſum DC, &c.

DEMONSTRATIO. *Triangula enim TDE, & LDC, ſunt æquiangula:*

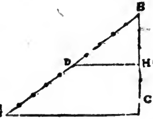
Digitized by Google

angula: per ſtructuram, & per 38 p. 1. Ergo latera habent circa æquales angulos proportionalia, per 46. p. 1. Nec obſtat, quod rectæ DC & DE, ſunt in minores partes diſtributæ, quam rectæ DL & DT, propter radium DE, minorem radio HG, cum quo radio HG, in partes æquales diviſæ ſunt rectæ DL & DT. Nam in quantaſcunq; partes unum, vel alterum latus in Triangulo plano dividatur: modo latus homogeneum cum homogeneo, hoc eſt, hypotenuſa cum hypotenuſa, perpendiculum cum perpendiculo, & baſis cum baſi in eaſdem partes dividatur: nihil intereſt. Verbi gratia, in Triangulis AB C & DBE, nihil intereſt, ſive dicam,

Ut AB, 10. ad DB, 5. ita BC, 3. ad BE, $1\frac{1}{2}$.

Sive:

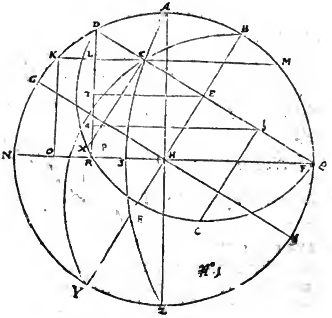
Ut AB, 5. ad DB, $2\frac{1}{2}$. ita BC, 3. ad BE, $1\frac{1}{2}$.



CONSECTARIUM. Ex hac declaratione & demonſtratione patet: Si angulus datus ad B, ſit rectus: ejuſq; ſinus verſus EB, radius: in eo caſu nulla, vel diviſione, vel multiplicatione opus eſſe: ſed per ſolam additionem & ſubtractionem ſinum complementi tertii lateris reperiri poſſe. Quod compendium calculi Trigonometrici quovis auro eſt precioſius. Et etiamnum compendioſius fieri poteſt: ſi in ſecundo ſchemate ſinus VF, non ſubtrahatur de ſinu DP, ſed è contrario addatur ad ſinum DP, recta Dr, æqualis ſinui VF. Tùm enim medietas rectæ rP, ſtatim erit ſinus TP, quæſitus. Et, ſi in tertio ſchemate ſinus VF, non addatur ad ſinum DP, ſed ex altera parte tantundem, nempe recta Dr, ab eo auferatur. Nam & tùm medietas rectæ rP, ſtatim erit ſinus TP, quæſitus.

ILLUSTRATIO PER NUMEROS. Primùm genus exemplorum: ubi datis duobus lateribus conjunctim quadranti

dranti æqualibus, unà cum angulo ab ipſis comprehenſo, quæritur latus tertium: aut contra: dato etiam latere tertio, quæritur angulus ipſi oppoſitus. Secundum ſchema Num. 1.



I. Si angulus datus ſit rectus: ejuſq; ſinus verſus DE.
AB, 35. gr. 40′. Idem. 35. gr. 40′.
BC, 54. 20. Compl. 35. 40.

AE, 90. 0. DN, 71. 20. DP, 9473966.
DT, vel TR, 4736983. Sinus arcus 28. gr. 16′. 29″. cujus complem. 61. gr. 43′. 31″. eſt arcus AC, quæſitus.

II. Si

II. Si angulus datus ſit acutus: ejuſq; ſinus verſus DC.

AB, 35.gr.40'. Idem 35.gr.40'.
BC, 54. 20.compl.35. 40.
AF, 90. 0. DN, 71. 20. DP, 9473966.
DT, 4736983.

◡ABC, 50. 0. Rad. DE, 10000000.
Compl. 40. 0. ---- CE, 6427876.
DC, 3572124.

Vt ED, 10000000, ad DT, 4736983, ita DC, 3572124. ad DL, 1692109. quo ſubtracto de DP, 9473966. relinquitur LP, 7781857. ſinus arcus 51 gr. 5'. 41'', cuius complementum 38. gr. 54'. 19''. eſt arcus ◡AC quæſitus.

III. Si angulus datus ſit obtuſus: ejuſq; ſinus verſus Db.

AB, 35. gr. 40. Idem 35. 40.
BC, 54. 20. Compl. 35. 40.
AF, 90. 0. DN, 71. 20. DP, 9473966.
DT, 4736983.

◡ABC, 112. gr. 35'.
90. 0. DE, 10000000.
22. 35. Eb, 3840267.
Db, 13840267.

Vt DE, 10000000. ad DT, 4736983, ita Db, 13840267. ad Da, 6556111. quo ſubtracto de DP, 9473966. relinquitur aP 2917855. ſinus arcus 16. gr. 57'. 53''. cujus complementum 73. gr. 2'. 7''. eſt arcus ◡AC, quæſitus.

IV. Si datum ſit latus tertium: quod hîc ſemper eſt quadrante minus. Verbi gratia. Si datum ſit latus ◡AC, quæratur autem angulus ◡ABC.

AB, 35.gr.40'.	*Idem 35.*	*40.*	
BC, 54.	*20. compl. 35.*	*40.*	
AF, 90.	*0.*	*DN, 71.*	*20. DP, 9473066.*
AC, 38.	*54'. 19".*		*DT, 4736983.*
51.	*5'. 41".*		*LP, 7781857.*
			DL, 1692109.

Vt DT, 4736983. ad DE, 10000000, ita DL, 1692109. ad DC, 3572124, quo ſubtracto de DE, 10000000, relinquitur CE, 6427876, ſinus arcus 40. gr. cujus complementum 50. gr. eſt angulus ◡ABC, quæſitus.

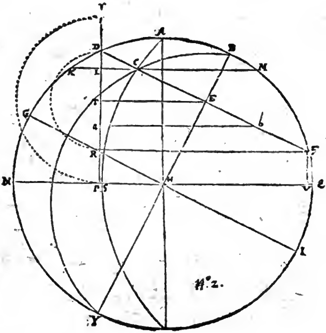
Secundum genus exemplorum: ubi datis duobus lateribus conjunctim quadrante minoribus, unà cum angulo ab ipſis comprehenſo, quæritur latus tertium: vel contra, dato etjam latere tertio, quæritur angulus ipſi oppoſitus: ſecundum ſchema, Num. 2.

I. Si angulus datus ſit rectus: ejusq; ſinus verſus DE.

AB, 28.gr.15'.	*Idem 28.gr.15'.*			
BC, 40.	*30. Compl. 49.*	*30.*		
AF, 68.	*45.*	*DN, 77.*	*45.*	*DP, 9772311.*
FQ, 21.	*15.*	*FV, vel PR, vel Dr,*		*3624380.*
				Pr, 13396691.
				TP, 6698345.

Sinus

Sinus arcus 42. gr. 3'. 15". cujus complementum 47. gr. 56'. 45". eſt arcus ◡AC, quæſitus.



II. Si angulus datus ſit acutus: ejuſq; ſinus verſus DC.

AB, 26. gr. 20'. *Idem* 26. gr. 20'.
BC, 59. 58. *Compl.* 30. 2.

AF, 86. 18.	*DN*. 56. 22.	*DP*, 8325991.
3. 42.	— — —	*VF*, 645323.
		DR, 7680668.
		DT, 3840334.

Digitized by Google

◡*ABC*, 50. 4. 10000000.
39. 56. 6418958.
DC, 3581042.

Vt DE, 10000000. *ad DT*, 3840334. *ita DC*, 3581042. *ad DL*, 1375239, *quo ſubtracto de Dp* 8325991. *relinquitur LP*, 6950752 *ſinus arcus* 44. *gr.* 2′. *cujus complementum* 45. *gr.* 58. *m. eſt arcus* ◡*AC*, *quæſitus.*

III. Si angulus datus ſit obtuſus: eiusq; ſinus verſus Db.

AB, 26. 20.	*Idem* 26. 20.	
BC, 45. 58.	*Compl.* 44. 2.	
AF, 72. 18.	*DN*, 70. 22.	*DP*, 9418621.
FQ. 17. 42.	— — —	*VF*, 3040331.
		DR, 6378290.
◡*ABC*, 112. 35.		*DT*, 3189145.

90. 0. *DE*, 10000000.
22. 35. *Eb*, 3840267.
Db, 13840267.

Vt DE, 10000000. *ad DT*, 3189145, *ita Db*, 13840267. *ad Da*, 4413861: *quo ſubtracto de DP*, 9418621. *relinquitur aP*, 5004760. *ſinus arcus* 30. *gr.* 1′. 53″. *cujus complementum* 59. *gr.* 58′. 7″. *eſt arcus* ◡*AC*, *quæſitus.*

IV. Si datum ſit latus tertium: quod etiam in hoc genere exemplorum ſemper eſt quadrante minus. Verbi gratia. Si datum ſit latus ◡*AC*, *quæratur autem angulus* ◡*ABC.*

◡*AB*,

AB, 26.20.	*Idem* 26.20.	
BC, 59.58.	*Compl.* 30. 2.	
AF, 86.18.	*DN.* 56.22.	*DP*, 8325991.
3.42.	— — —	*VF*, 645323.
		DR, 7680668.
AC, 45.58.		*DT*, 3840334.
44. 2.	— — —	*LP*, 6950752.
		DL, 1375239.

Vt DT, 3840334. *ad DE*, 10000000, *ita DL*, 1375239. *ad DC*, 3581042. *ſinum verſum: quo ſubtracto de DE*, 10000000. *relinquitur CE*, 6418958. *ſinus rectus anguli CBE.* 39. *gr.* 56′. *cujus complementum* 50. *grad.* 4. *m. eſt angulus* ∠*ABC, quæſitus.*

Tertium genus exemplorum: ubi datis duobus lateribus conjunctim quadrante majoribus, unà cum angulo ab ipſis comprehenſo, quæritur latus tertium: vel contra; dato etjam latere tertio, quæritur angulus ipſi oppoſitus, ſecundum ſchema, Num. 3.

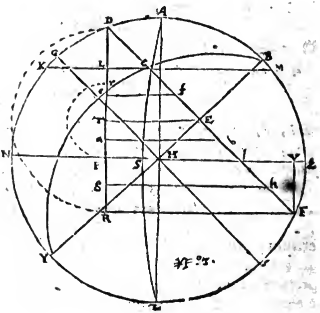
I. Si angulus datus ſit rectus, ejuſq; ſinus verſus DE.

AB, 40. 6.	*Idem* 40. 6.	
BC, 72.12.	*Compl.* 17. 48.	
AF, 112.18.	*DN*, 57.54.	*DP*, 8471219.
QF, 22.18.	*VF, vel PR, vel Dr*, 3794562.	
		rP, 4676657.
		TP, 2338328.

Sinus arcus 13. *gr.* 31′. 22″. *cujus complementum* ∠*AC*, 76. *gr.* 28′. 38″. *eſt latus tertium quæſitum.*

 II. Si-

II. Si angulus datus ſit acutus: ejuſq; ſinus verſus DC.



AB,45.58 Idem 45.58.
BC,59 58. Compl. 30. 2.

AF,105.56. DN, 76.0. DP,9702957.
QF,15.56. — — — VF,2745187.
DR,12448144.

ABC,28.14.DE,10000000.DT,6224072.
61,46.CE,8810284.
DC,1180716.

Vt DE,

Digitized by Google

Vt DE, 10000000. ad DT, 6224072. ita DC, 1189716. ad DL, 740488, quo ſubtracto de D P 9702957. relinquitur LP, 8962469, ſinus arcus 63. gr. 40'. 8". cujus complementum 26. gr. 19'. 52". eſt latus ◡AC, quæſitum.

III. Si angulus datus ſit obtuſus: eiuſq; ſinus verſus Db.

AB, 45. 58. *Idem* 45. 58.
BC, 59. 58. *Compl.* 30. 2.

AF, 105. 56. *DN*, 76. 0. *DP*, 9702957.
QF, 15. 56. — — — *VF*, 2745187.
◡ABC, 112. 35. *DR, 12448144.*
Exc. 22. 35. Db, 13840267. DT, 6224072.

Vt DE, 10000000. ad DT, 6224072, ita Db, 13840267. ad Da, 8614282 quo ſubtracto de DP, 9702957. relinquitur a P, 1088675. ſinus arcus 6. gr. 15'. cujus complementum 83. gr. 45. m. eſt ◡AC, latus tertium quæſitum.

IV. Si angulus datus ſit obtuſus, ejuſq; ſinus verſus Dh.

AB, 45. 58. Idem 45. 58.
BC, 59. 58. Compl. 30. 2.

AF, 105. 56. DN, 76. 0. DP, 9702957.
QF. 15. 56. — — — VF, 2745187.
DR, 12448144.
◡ABC, 170. *DT, 6224072.*
90.
Exc. 80. Dh, 19848077.

Vt DE, 10000000. ad DT, 6224072, ita Dh, 19848077 ad Dg, 12353586 de quo ſubtractus ſinus DP, 9702957 relinquit Pg, 2650629 ſinus arcus 15 gr. 22'. 14". qui additus ad quadrantem 90. gr. conſtituit AC, latus tertium quæſitum, 105. gr. 22'. 14".

NOTA.

Digitized by Google

NOTA. Si quartus numerus in hoc caſu idem reperiatur cum ſinu DP, quomodo reperiretur ex ſinu verſo: DI: indicio eſt, tertium latus eſſe quadrantem: quia nullum habet ſinum complementi, vel exceſſus. Nam, ſi DP, ſubtrahas à DP, reſtat nihil.

V. Si latus tertium datum ſit quadrante minus: ejuſq. complementi ſinus LP.

AB, 45.58	*Idem* 45.58.	
BC, 59.58.	*Compl.* 30. 2.	
AF, 105.56.	*DN*, 76. 0.	*DP*, 9702957.
QF, 15.56.	— — —	*VF*, 2745187.
		DR, 12448144.
AC, 26.20.		*DT*, 6224072.
59.58.	— —	*LP*, 8962469.
		DL, 740488.

Vt DT, 6224072. ad DE, 10000000, ita DL, 740488. ad DC, 1189716, quo ſubtracto de DE, 10000000, reſtat CE, 8810284, ſinus anguli CBE, 61.46. cujus complementum 28.14, eſt angulus ∠ABC, quæſitus.

VI. Si latus tertium datum ſit quadrante majus: ejuſq. exceſſus ſinus Pg.

AB, 45.58.	*Idem* 45.58.	
BC, 59.58.	*Compl.* 30. 2.	
AF, 105.56.	*DN*, 76. 0.	*DP*, 9702957.
QF, 15.56.	— — —	*VF*, 2745187.

∠AC,

AC,105.gr. 22'. *DR,12448144.*
Ext. 15. 22. Pg,2650629. *DT,6224072.*
DP,9702957.
Dg,12353586.

Vt DT,6224072 ad DE, 10000000, ita Dg, 12353586 ad Dh, 19848077 ſinum verſum anguli ABC, quæſiti 170. grad.

USUS PRÆCEDENTIUM AXIOMATUM.

Sive:

Manuductio, qua oſtenditur, quomodo beneficio illorum quatuor axiomatum, quæ hactenus explicata ſunt, quodlibet quæſitum in quovis Triangulo Sphærico, quàm facilimè reperiri poſſit.

Principio memento, Triangulum ſphæricum aliud eſſe rectangulum, aliud obliquangulum. Et rectangulorum aliud habere tres, aliud duos, aliud unicum rectum.

Si igitur Triangulum ſphæricum rectangulum habeat tres rectos: datis tribus illis rectis, etiam latera ipſorum data ſunt: & contra, per 68 p.1.

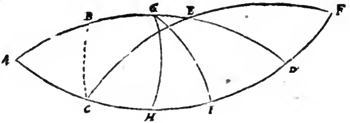
Si Triangulum ſphæricum rectangulum habeat duos rectos: datis duobus illis rectis data ſunt etiam duo latera, duobus illis rectis oppoſita: nempe duo quadrantes, per 68. p. 1. Quod ſi præterea etiam detur latus tertium, vel angulus tertius: dato horum alterutro, etiam alterum datum erit: cum latus tertium angulo tertio quadrantetenus oppoſitum, nihil aliud ſit, quàm anguli illius menſura per 58 p.1.

In his igitur duobus caſibus nulla Trigonometria eſt opus. At ſi Triangulum ſphæricum rectangulum tantum unicum habeat rectum, cæteros duos obliquos, in eo caſu Trigonometria ſæpe requiritur.

Cum autem triplex ſit huiuſmodi Triangulum ſphæricum rectangulum. Vel enim anguli reliqui duo ambo ſunt acuti, vel ambo obtuſi, vel alter obtuſus, alter acutus, per 63. p. 1. Axiomata noſtra, non niſi eorum ſolutionem oſtendunt: quæ duos habent præter rectum acutos: ac proinde latera ſingula quadrantibus minora, per 65. p. 1.

Quod ſi igitur ſolvendum tibi detur Triangulum ſphæricum rectangulum cum duobus obtuſis: aut cum uno obtuſo & altero acuto: aut cum lateribus duobus ſigillatim quadrante majoribus: pro eo Triangulo ſolvas Triangulum minus ipſi oppoſitum. Ut

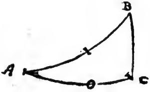
Si detur tibi ſolvendum Triangulum BDC, rectangulum ad D, & obtuſangulum ad B & C, pro eo ſolvas Triangulum ⌒ABC, Triangulo BDC, ex angulo D, oppoſitum. Quibuſcunq; enim tribus in Triangulo BDC, datis: etiam tria in Triangulo ⌒ABC, data erunt: cum an-



guli ad A & D, ſint æquales per 59. p. 1. latera verò ⌒AB & ⌒AC, laterum BD & CD, obtuſi deniq; ad B & C, acutorum ad B & C, complementa, per 60. & 21. p. 1. Simi-

Similiter ſi detur tibi ſolvendum Triangulum CED, rectangulum ad D, obtuſangulum ad E, & acutangulum ad C, pro eo ſolvas Triangulum EDF, Triangulo ECD, ex angulo C, oppoſitum.

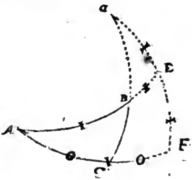
Si verò ſolvendum tibi detur Triangulum ſphæricum rectangulum, cum duobus acutis: aut cum lateribus omnibus ſigillatim quadrante minoribus: in illo nihil quæri poterit: quod non beneficio pauciſſimorum noſtrorum axiomatum: ex tribus quibuſcunque datis unica, vel multiplicatione, vel diviſione: aut interdum, etiam ſine omni, tàm multiplicatione, quàm diviſione, per ſolam additionem, & ſubtractionem reperias: modo hoc obſerves: ut ſi in ipſo Triangulo propoſito idonea ad ſolutionem proportio inter data & quæſita non appareat, mox ſingula ejus latera, uſque ad quadrantes continues: & totam figuram quadrante claudas. Id enim ſi feceris, in complementis datorum & quæſitorum laterum & angulorum certiſſimè reperies proportionem aliquam tuo inſtituto inſervientem.



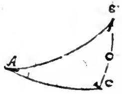
Verbi gratia. Si in Triangulo ◡ABC, ex datis latere ◡AB, & angulis BAC, & ◡ACB, quæratur latus ◡AC, quia nulla in his datis & quæſitis proportio apparet, cujus mentio facta ſit in axiomatibus proportionum: ideò latera ſingula uſque ad quadrantes continues, & totam figuram quadrante DF, claudas hoc modo.

Qua continuatione facta in Triangulis BDE & CDF, apparet talis proportio: de quali actum fuit axiomate ſecundo. Per iſtud igitur axioma ſic concludes:

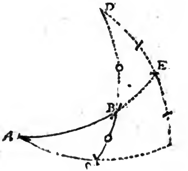
Vt ſinus baſis DE, ad tangentem perpendiculi EB, ita ſinus quadrantis DF, ſive radius ad tangentem FC, cuius complementum eſt arcus ◡AC, quæſitus.



Similiter, *Si in Triangulo ◡ABC, dati ſint omnes anguli: quæratur autem perpendiculum BC, quia in his datis & quæſitis nulla apparet proportio: ſecundum noſtra quidem axiomata: ideo Triangulum ◡ABC, continues hoc modo:*



Quo facto erit in Triangulo DEB: ut DBE ad DE, ita DEB ad DB, per axioma tertium: quo DB noto, notum eſt etiam ejus complementum BC.

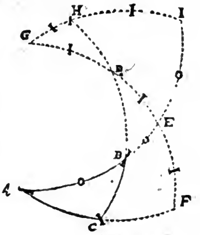


Quod ſi prima continuatio non ſuffecerit: etiam ſecundam adhibeas licet: ut factum vides in hoc exemplo: ubi ad quærendam ex datis tribus angulis hypotenuſam prima continuatio non ſuffecit. Secundam igitur aſcivimus: hoc eſt: con-

Digitized by Google

continuavimus etjam Triangulum BDE, ut pridem continuaveramus Triangulum ABC, quo facto, apparuit eſſe,

Vt HI, tangens ad IB, radius ita DE, tangens ad EB ſinum, per axioma ſecundum, cuius BE, arcus complementum eſt hypotenuſa AB, quæſita.



De Obliquangulis.

Atq; hæc de rectangulis. De obliquangulis ab initio idem ferè monendus es, quod de rectangulis: nempe, ſi ſolvendum tibi detur Triangulum obliquangulum, laterum ſigillatim quadrantibus majorum: pro eo ſolvas Triangulum ipſi oppoſitum: quod laterum ſit ſigillatim quadrantibus minorum. Quam oppoſitionem didiciſti lib. 1. prop. 60. Nam axiomata proportionum noſtra: etſi quodammodo generalia eſſe poſſint: præcipuè tamen accommodata ſunt ad ea Triangula, quorum latera ſingula, vel certè duo principalia (quæ nimirum angulum datum, aut quæſitum includunt) ſigillatim ſint quadrantibus minora.

Horum igitur quædam abſq; reductione ad rectangula ſolvi poſſunt: quædam abſq; reductione ad rectangula ſolvi non poſſunt.

Abſque reductione ad rectangula ſolvi poſſunt, quæ tertio, vel quarto proportionum axiomati conveniunt. Tertio proportionum axiomati conveniunt, in quibus, vel ex datis duo-

Digitized by Google

bus lateribus cum angulo uni eorum oppoſito, angulus alteri eorum oppoſitus: vel contra ex datis duobus angulis, cum latere uni eorum oppoſito, latus alteri eorum oppoſitum inquiritur. Ut in iſtis:

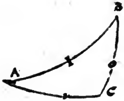
In quibus eſt: ut GIH, ad GH, ita HGI ad HI. Et ut KL ad KML, ita KM, ad KLM.

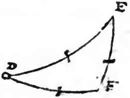


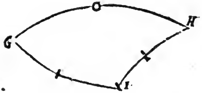
Quarto proportionum axiomati conveniunt, quædam per ſe, quædam per accidens.

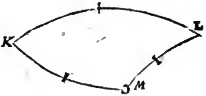
Quarto proportionum axiomati per ſe conveniunt: in quibus, vel ex datis duobus lateribus ſigillatim quadrante minoribus, unà cum angulo ab ipſis comprehenſo, latus tertium: vel contra ex datis omnibus tribus lateribus, angulus quiſpiam à duobus lateribus ſigillatim quadrante minoribus, comprehenſus, inquiritur. Ut in iſtis:

In

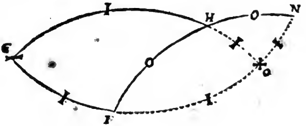


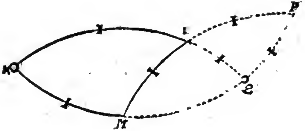






In quorum poſterioribus duobus: quæ latus GH & KL, habent quadrante majus: ſi talis inſtituatur inquiſitio, qualem ſequentes notæ indicant.



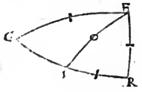


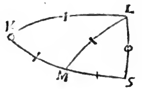
Quia

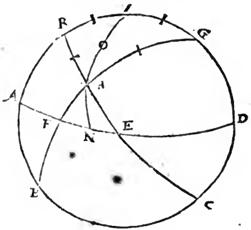
Digitized by Google

Quia ſic duo latera angulum datum, vel quæſitum includentia non ſunt utraque ſigillatim quadrantibus minora : ut axioma quartum requirit. Pro Triangulo GHI vel KLM, ſolvas Triangulum HNO vel LPQ, in quo utrovis, duo latera angulum datum, vel quæſitum includentia juxta præceptum quarti axiomatis, ſigillatim ſunt quadrantibus minora.

Quod ſi latus GH vel KL, ſit quadrans : non neceſſe eſt, ut ſolvas Triangulum obliquangulum GHI vel KLM. Sed ſolvere poteris rectangulum, quod tali obliquangulo ſemper adjacet : ut ex ſequentibus tribus ſchematibus apparet.







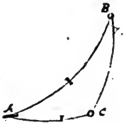
In quibus ſi latus minus GI vel KM continues uſq; ad quadrantem GR vel KS, in Triangulis GHR & KLS, anguli ad H & R, item ad L & S, erunt recti, per 68. p. 1. & latus HR, vel LS, erit menſura anguli ad G vel K, per 58. p. 1. adeoque exiſtet inde rectangulum IHR, vel MLS, trium datorum; quo rectangulo ſoluto, etiam obliquangulum illi adjacens (quippe quod complementa rectanguli contineat) ſolutum erit.

His

His obſervatis, quartum axioma ſufficiet: neq; opus erit, ut ad ſingulos obliquangulorum caſus ſingula axiomata fabricemus: quod alioqui fieri poterat.

¶ Sed & illud hoc loco tenendum eſt: Si data quidem obliquanguli propoſiti ad quartum axioma congruant: quæſitum verò non item: Ut in iſtis.

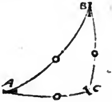
In quorum primo quæritur angulus ad B vel C, in altero, angulus ad G vel H, principio latus BC vel GH, quærendum eſſe per axioma quartum: deinde ex illo invento, anguli quicunq; reliqui per tertium.

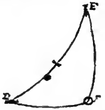




Atque hæc de illis obliquangulis, quæ quarto proportionum axiomati per ſe conveniunt.

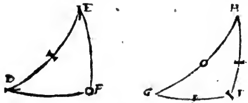
¶ Quarto proportionum axiomati per accidens conveniunt: in quibus, vel ex datis tribus angulis latus aliquod, vel ex





datis duobus angulis cum latere ipſis interjacente tertius angulus inquiritur, ut in iſtis.

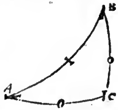
Quæ propterea dico per accidens convenire quarto axiomati: quia non aliter ipſi conveniunt: quam quatenus latera in angulos, & contra anguli in latera permutantur: quòd qua conditione fieri poſſit, oſtendimus lib. 1. prop. 61. quam propoſitionem qui penitus intellexerit, & animo probè infixerit, nihil hic præterea deſiderabit. In tyronum tamen gratiam, qui præcipua præceptionum momenta non ſemper obſervant, id hic repeto & inculco: in hac permutatione angulorum & laterum, pro latere maximo & angulo ipſi oppoſito ſemper complementa ad ſemicirculum eſſe ſumenda; propter cauſas ad dictam prop. 61. libri 1. oſtenſas. *Exempli gratia.*



Si in Triangulo DEF, angulos in latera & contra permutaveris, Triangulum inde tale exiſtet, quale eſt GHI. Vnde apparet ad calculum aſſumendum eſſe non ſinum verſum lateris DE, ſed complementi ad ſemicirculum: quod complementum reſpondet obtuſo HIG.

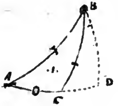
Cæterùm, quòd de illis obliquangulis monuimus, quæ per ſe quarto axiomati conveniunt: nempe, ſi data quidem axiomati quarto conveniant, quæſitum verò non item; id etiam hic locum habet.

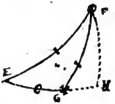
Verbi gratia. Si in obliquangulo ◡ABC, ex datis angulis ad ◡A & B, unà cum latere AB, inquirendũ ſit latus AC vel BC, principiò quaras oportet angulum ACB, per axioma quartum: & tum deniq; latus AC vel BC, per axioma tertiũ.

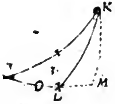


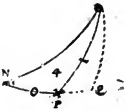
Reſtant illa obliquangula; quæ neq; tertio, neq; quarto propor-

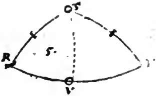
proportionum axiomati conveniunt. In quibus nempe, vel ex datis duobus lateribus, & angulo uni eorum oppoſito, angulus neutri eorum oppoſitus, aut latus angulo ignoto oppoſitum: vel contra, ex datis duobus angulis, & latere uni eorum oppoſito, latus neutri eorum oppoſitum, aut angulus lateri ignoto oppoſitus inquiritur. Hæc ſolvi non poſſunt, niſi ad rectangula reducantur. Ad rectangula autem reducuntur, per dimiſſionem perpendiculi. Quod perpendiculum, vel extra, vel intra Triangulum cadit. Extra Triangulum cadit: ſi dimittatur ab angulo acuto. Intra Triangulum cadit, ſi dimittatur ab angulo obtuſo. Utcunq; autem cadat: ſemper angulo noto opponitur: & per axioma tertiũ reperitur, hoc modo.

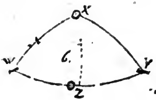








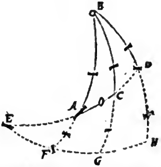




1. *Vt ADB,ad AB,ita DAB ad DB.*
2. *Vt GHF,ad GF,ita HGF,ad HF.*
3. *Vt IMK,ad IK,ita MIK,ad MK.*
4. *Vt PQO,ad PO,ita OPQ,ad OQ.*
5. *Vt RVS,ad RS,ita VRS,ad VS.*
6. *Vt WZX,ad WX,ita ZWX,ad ZX.*

Inventis autem perpendiculis BD, FH, KM, &c. in omnibus iſtis obliquangulis habentur bina rectangula trium datorum: *Verbigratia. In primo genere ABD & DCB: in ſecundo, EFH, & GFH, & ita deinceps.* Quorum rectangulorum beneficio, quicquid in obliquangulis adjunctis requiritur, facilimè reperitur: præſertim, ſi latera ſingula uſq; ad quadrantes continuentur: hoc modo.

Qua continuatione facta: Si ex datis AB, BC, BAC, quæram AC, dico per axioma primum.



I. Vt HD,ad DE,ita FA,ad ◡AE, quo ſubtracto de ED reſtat ◡AD.

II. Vt HD, ad DE, ita GC ad CE, cujus complementum eſt CD, quo ſubtracto de ◡AD, reſtat arcus ◡AC, quæſitus.

Sin ex iiſdem datis quæram angulum ABC, dico: per axioma ſecundum.

I. Vt DH, ad HE, ita ◡AF, ad FE: quo ſubtracto de EH, reſtat FH.

II. Vt DH, ad HE, ita CG, ad GE, cujus complementum eſt GH, quo ſubtracto de FH, reſtat FG, menſura anguli ◡ABC, quæſiti.

Cætera uſus te docebit.

BAR-

Digitized by Google

BARTHOLOMÆI
Pitiſci Grunbergenſis
TRIGONOMETRIÆ
Liber Quintus.

De compendiis & varietatibus calculi Trigonometrici.

Superioribus quatuor libris neceſſaria Trigonometriæ præcepta perſecuti ſumus. Quinto hoc, & poſtremo libro, de compendiis & varietatibus calculi Trigonometrici quædam trademus: quæ, etſi neceſſaria non ſunt: uſum tamen habent in Trigonometria perjucundum.

Compendia calculi Trigonometrici præcipua ſex ſunt.

COMPENDIUM PRIMUM.

In regula proportionum: in qua ſemper debent eſſe tres termini dati:

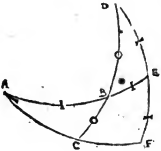
Si primo loco ſit radius, ſecundo & tertio ſinus, & multiplicationem & diviſionem evitare.

Regula. Pro duobus præter radium datis ſinibus: ſume arcuum ſinibus iſtis reſpondentium complementa: & habebis triangulum ſphæricum rectangulum, quarto Triangulo-

rum ſphæricorum axiomati accommodatum: atq adeo per ſolam proſthaphæreſin ſolubile.

Exempli gratia: ſi detur talis propoſitio: Vt radius ◡*AE, ad ſinum EF: ita ſinus AB, ad ſinum BC.*

Pro datis ſecundo & tertio loco arcubus AB, & EF, ſume eorum complementa BE, & ED, & habebis triangulum BED, rectangulum ad E, cujus beneficio quæſitum BC, complementum lateris DB, per quartum axioma ſphæricorum ſine omni multiplicatione & diviſione inveneris.



Sit jam latus AB,	*42. gr.*	
latus EF,	*48. gr. 25′.*	
Ergo erunt latus BE,	*48 gr.*	
latus DE,	*41. gr. 35′.*	

Quibus habitis ita procedo.

DE. 41. gr. 35′.	*Idem 41. gr. 35′.*
BE. 48. gr. 0′.	*Compl. 42. gr. 0′.*

89.	*35.*	*83. gr. 35′.*	*ſin. 9937354.*
0.	*25.*	— —	*ſin. 72721.*
			10010075.
			5005037.

Sinus arcus quæſiti BC, 30. gr. 2′.

COMPENDIUM SECUNDUM.

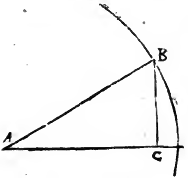
Si primo loco ſit ſinus: ſecundo, vel tertio radius: radio in primum locum retracto, diviſionem evitare ◡.

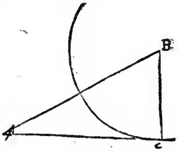
REGULA.

REGULA. Pro ſinu, primo loco poſito, ſubſtitue ſecantem complementi: & negocium confectum erit.

Nam, ut ſinus ad radium: ita radius ad ſecantem complementi: v.g.

Vt BC, ſinus anguli BAC, ad ◡AB radium, ita BC, radius ad ◡AB, ſecantem complementi ◡ABC, per primum planorum.

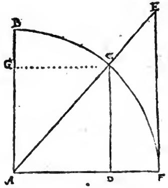




Idem etiam ſic demonſtrari poteſt.

Vt ◡AD, ſinus anguli ◡ACD, ad ◡AC, radium, ita ◡AF, radius ad AE ſecantem complementi CAD.

EXEMPLUM. *Sit data hæc proportio. Vt ſinus arcus ◡AB, 42. gr. ad ſinum arcus BC, 30. grad. 2'. ita ſinus arcus ◡AE, hoc eſt, radius ad ſinum arcus EF.*

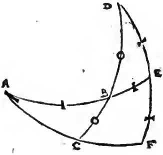


Pro ſinu arcus ◡AB, 42. gr. ſume ſecantem complementi 48. grad. & proportio ita habebit.

Vt radius

Digitized by Google

Vt radius 10000000. ad ſecantem 48. grad. 14944765. ita ſinus arcus BC, 30 grad. 2'. nempe 5005037. ad ſinum arcus EF, 7479910. 48. grad. 25'.

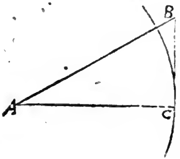


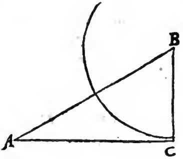
COMPENDIUM TERTIUM.

Si primo loco ſit tangens: ſecundo, vel tertio radius: radio in primũ locum retracto diviſionem evitare.

REGULA. Pro tangente primo loco poſitâ, ſubſtitue tangentem complementi: & voti compos eris.

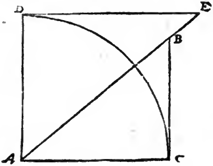
Nam, ut tangens ad radium: ita radius ad tangentem complementi: v.g. ut BC, tangens anguli BAC, ad AC radium: ita BC, radius ad AC, tangentem complementi ABC, per primum planorum.





Idem

Digitized by Google



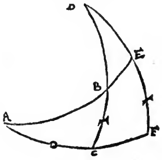
Idem etiam ſic demonſtrari poteſt.

Vt BC, tangens ad ◡AC, radium, ita ◡AD, radius ad DE tangentem complementi.

EXEMPLUM. *Sit data hæc proportio: ut tangens EF, 48. gr. ad radium ◡AF, ita tangens BC 30. gr. 2'. ad ſinum ◡AC.*

Pro tangente EF, 48. gr. 25'. ſubſtitue tangentem complementi 41. grad. 35'. Et habebis talem proportionem.

Vt radius 10000000. ad tangentem 41. grad. 35'. 8873215, ita tangens BC, 30. gr. 2'. 5781262, ad ſinum ◡AC, 5129838. 30. gr. 51'. 46".



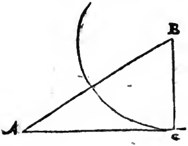
COMPENDIUM QUARTUM.

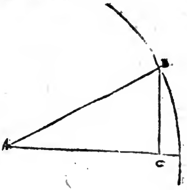
Si primo loco ſit ſecans: ſecundo, vel tertio radius: radio in primum locum retracto, diviſionem evitare.

REGULA. Pro ſecante primo loco poſitâ, ſubſtitue ſinum complementi: & habebis proportionem, in qua radius ſit primo loco.

Nam, ut ſecans ad radium: ita radius ad ſinum complementi, v. g. ut ◡AB, ſecans anguli ABC, ad BC, radium: ita AB, radius ad BC, ſinum complementi BAC, per primum planorum.

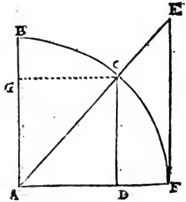
Digitized by Google





Idem etiam ſic demonſtrari poteſt.

Vt ſecans ◡AE, ad radium AF, ita radius ◡AC, ad ſinum complementi ◡AD.



COMPENDIUM QUINTUM.

Si primo loco ſit ſinus: nuſquam radius: diviſionem per ſinum primi loci faciendam, in multiplicationem convertere.

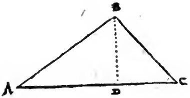
REGULA. Pro ſinu primi loci, ſubſtitue ſecantem complementi: & problemati ſatisfactum erit.

Nam;

Digitized by Google

Nam, ſi detur talis proportio:

Vt AB, ſinus anguli ACB, ad BC, ſinum anguli BAC, ita ◡AB latus, ad BC latus.



Dimiſſo perpendiculo BD: eodem effectu dixeris:

1. Vt ◡AB radius ad BD, ſinum anguli BAC, ita ◡AB latus, ad BD latus.

2. Vt BD radius ad BC, ſecantem anguli DBC, complementi anguli ◡ACB vel DCB, ita BD latus, ad BC latus, per prim. planorum.

COMPENDIUM SEXTUM.

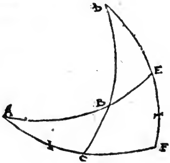
Si primo loco ſit radius: ſecundo, & tertio mixtim ſinus & tangentes, vel ſecantes: per ſolam proſthaphæreſin problema ſolvere.

REGULA. Tangentes & ſecantes habe pro ſinibus: & exemplum quadrabit ad compendium primum.

Quod ſi tangens, aut ſecans habeat plures, quàm ſeptem cyphras: ultimas ſeptem cyphras habe pro ſinu: per primam vero cyphram, aut, ſi plures ſint, per primas, multiplica alterius dati ſinum, & productum adde ad inventum compendii primi: hoc modo:

Sit data talis proportio.

Vt radius ◡AF, ad tangentem EF, anguli EAF, 48. gr. 25'. quæ tangens eſt, 11269872, ita ſinus arcus AC (qui arcus eſt 30. gr. 51'. 46''.) 5129837. ad tangentem arcus BC.



Tangentis 11269872. ultimas ſeptem cyphras 1269872. habe pro ſinu: & illi ſinui competentem arcum de canone deſume 7. grad. 17′. 44″. Tumq; ita procede per compendium primum.

Arcus 7. gr. 17′. 44″. complementum eſt 82. gr. 42′. 16″.
Arcus 30. gr. 51′. 46″. complementum eſt 59. gr. 8. 14″.

Ergo ſecundum quartum ſphæricorum.

Latus minus eſt 59. gr. 8′. 14″. Idem 59. gr. 8′. 14″.
Latus majus eſt 82. gr. 42′. 16. Compl. 7. gr. 17′. 44″.

exc. 51. 50. 30. — — 66. 25. 58. ſin. 9165916.
— — — ſin. 7863064.

1302852.

Inventum compendii primi 651426.
Cui adde ſinum alterius dati — 5129837.

Et emerget —-- quæſita tangens arcus BC, 30. grad. 2 · 5781263.

NOTA. *Si data tangens talis eſſet: 21269872. poſt praxin compendii primi, per ultimas ſeptem cyphras 1269872. multiplicares ſinum alterius dati, 5129837. per 2. & productum adderes ad inventum compendii primi 651426.*

Si vero data tangens talis eſſet: 31269872: poſt praxin compendii primi per ultimas ſeptem cyphras 1269872. multiplicares ſinum alterius dati, 5129837. per 3. Si deniq; ante ſeptem ultimas eſſet 4. multiplicares 5129837. per 4. ſi 5. ſi 6. per 6. ſi 12. per 12. ſi 213. per 213. Et ſic deinceps.

Cauſa eſt: quia totus ſinus 5129837. erat per totam tangentem, 11269872. multiplicandus.

Atqui per uſum compendii primi ſinus 5129837. erat tantum multiplicatus per 1269872. Ergo reſtabat multiplicatio per 1. vel 2. vel 3. vel per quicquid ante illas ſeptem cyphras 1269872 præceſſerit. Ideo autem factus per 1. & 5129837. directe ſub inventum compendii primi, 651426. ſubſcribitur: quia illud inventum eſt productum multiplicationis

Digitized by Google

tionis ſinuum, 5129837. & 1269872, radio diviſum. Quod productum ita ſtaret, ſi radio diviſum non eſſet.

6514260000000.

Quia igitur poſtremus multiplicator 1. eſt octavo loco, ſiniſtram verſus: ideo etiam productum ejus multiplicatoris, 5129837. neceſſario ſic ſubſcribitur, ut ultimus ejus numerus ſit octavo, penultimus nono loco, & ita deinceps: hoc nempe modo.

6514260000000.
5129837. —

COMPENDIUM SEPTIMUM.

Qualiacunque ſint data: per ſolam proſthaphæreſin quæſitum invenire.

REGULA. Ut ſemper radium habeas primo loco: effice per compendium ſecundum, tertium, quartum vel quintum. Deinde cętera perage per compendium primum aut ſextum.

De Varietatibus calculi Trigonometrici, in genere.

In ſolutione triangulorum, præcipuè ſphæricorum, ſæpè unum idemque quæſitum, ex iiſdem datis, pluribus diverſis modis inveniri poteſt. Cujus rei cauſæ ſunt quatuor: quas ſingulas ſingulis theorematibus explicabimus.

Varietatis calculi Trigonometrici theorema primum.

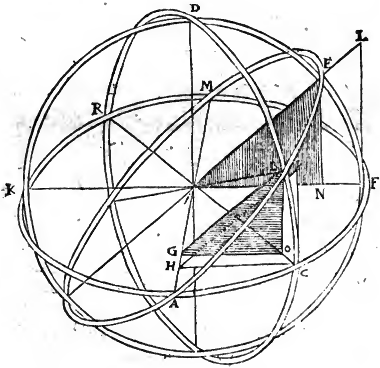
Omnis proportio radii ad ſinum, tangentem, aut ſecantem: & contra: tripliciter variari poteſt, per primum axioma planorum.

Ergo in triangulo ſphærico rectangulo ABC, ſi ex datis BAC, 48. gr. 25'. & AB, 42. gr. quærendus ſit arcus BC. Quia datur hac proportio.

Vt AE, radius ad EF, ſinum: ita AB, ſinus ad BC, ſinum per primum ſphæricorum.

Hoc eſt

Quia in triangulo plano GBO, per iſta duo data BAC, & ◡AB, dantur omnes anguli & inſuper latus GB, ſinus nempe arcus ◡AB. Latus BO, ſinum arcus BC, tripliciter invenire poſſum. Nempe vel ſic:



Vt GB, radius	— —	10000000.
ad BO, ſinum anguli BAC vel BGO,	—	7479912.
ita GB, ſinus arcus ◡AB,	—	6691306.
ad BO, ſinum arcus BC,	—	5005038.

Vel

Digitized by Google

Vel ſic.

Vt GB, ſecans anguli BGO,	—	*15066852.*
ad BO, tangentem ejuſdem anguli,	—	*11269872*
Ita GB, ſinus arcus ◡AB,	—	*6691306.*
ad BO, ſinum arcus BC,	—	*5005038.*

Vel deniq; ſic.

Vt GB, ſecans anguli GBO,	—	*13369141.*
ad BO, radium	— —	*10000000.*
ita GB, ſinus arcus ◡AB,	—	*6691306.*
ad BO, ſinum arcus BC,	—	*5005038.*

¶ *Sic in eodem triangulo ſphærico ABC, ſi ex datis BAC, 48. grad. 25'. & ◡AC, 30. grad. 51'. 40". quæratur arcus BC. Quia datur hæc proportio.*

Vt AF, radius ad EF, tangentem: ita AC, ſinus ad BC, tangentem: per ſecundum ſphæricorum.

Hoc eſt:

Quia in triangulo plano HPC, per iſta duo data, BAC & AC, dantur omnes anguli, & inſuper latus ◡AC, latus PC: tangentem anguli BAC, vel PHC, tripliciter invenire poſſum. Nempe, vel ſic: poſito latere HC, pro radio.

Vt HC, radius	— —	*10000000.*
ad PC, tangentem anguli PHC,	—	*11269872.*
ita HC, ſinus arcus HC,	—	*5129838.*
ad PC, tangentem arcus ◡AC,	—	*5781262*

Vel ſic: poſito latere PC, pro radio.

Vt HC, tangens anguli HPC,	—	*8873215.*
ad PC, radium	— —	*10000000.*
ita HC, ſinus arcus ◡AC,	—	*5129838.*
ad PC, tangentem arcus BC,	—	*5781262.*

Vel

Digitized by Google

Vel deniq; ſic: poſito latere HP, pro radio.

Vt HC, ſinus anguli HPC,	—	6637087.
ad PC, ſinum anguli PHC,	—	7479912.
ita HC, ſinus arcus ◡AC,	—	5129838.
ad PC, tangentem arcus BC,	—	5781262.

Varietatis calculi trigonometrici theorema ſecundum.

In regula proportionum, in qua ſemper ſunt quatuor termini, tres dati, quartus quæſitus: perinde eſt, utrum duorum terminorum intermediorum ſecundo, vel tertio loco ponam.

Perinde enim eſt, ſive dicam:

Vt 2. ad 4. ita 5. ad 10.

Sive

Vt 2. ad 5. ita 4. ad 10.

Hinc quodlibet exemplum primi theorematis rurſum tripliciter variare poſſum.

Primum exemplum primi theorematis hoc erat:

Vt radius	—	—	—	10000000.
ad ſinum anguli BAC,			—	7479912.
ita ſinus arcus ◡AB,		—	—	6691306.
ad ſinum arcus BC,		—	—	5005038.

Pro eo nunc ita dicam: adhibita rurſus varietate theorematis primi.

Vel: ut radius	—	—	—	10000000.
ad ſinum arcus ◡AB,			—	6691306.
ita ſinus anguli BAC,		—	—	7479912.
ad ſinum arcus BC,		—	—	5005038.

Vel:

Vel: ut ſecans arcus AB,	—	13456327.
ad tangentem ejuſdem	—	9004040.
ita ſinus anguli BAC,	—	7479912.
ad ſinum arcus BC,	—	5005038.
Vel deniq; ut ſecans complementi arcus AB,		14944765.
ad radium	— —	10000000.
ita ſinus anguli BAC,	—	7479912.
ad ſinum arcus BC,	—	5005038.

¶ *Secundum exemplum primi theorematis hoc erat:*

Vt radius	— — —	10000000.
ad tangentem anguli BAC,	—	11269872
ita ſinus arcus AC,	—	5129838.
ad tangentem arcus BC,	—	5781262.

Pro eo nunc ita dicam: adhibitâ ſimul varietate theorematis primi.

Vel: ut radius	— —	10000000.
ad ſinum arcus AC,	— —	5129838.
ita tangens anguli BAC,	—	11269838.
ad tangentem arcus BC,	—	5781262.
Vel: ut ſecans arcus AC,	—	11649603.
ad tangentem ejuſdem	— —	5976055.
ita tangens anguli BAC,	—	11269838.
ad tangentem arcus BC,	—	5781262.
Vel deniq; ut ſecans complementi arcus AC,		19493797.
ad radium	— —	10000000.
ita tangens anguli BAC,	—	11269838.
ad tangentem arcus BC,	—	5781262.

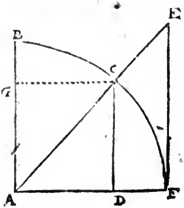
Varietatis calculi trigonometrici theorema tertium.

Sinus arcuum & ſecantes complementorum reciprocè ſunt proportionales.

Hoc eſt, ut ſinus arcus majoris ad ſinum arcus minoris: ita ſecans complementi arcus minoris, ad ſecantem complementi arcus majoris. Et viciſſim. Vt ſinus arcus minoris, ad ſinum arcus majoris: ita ſecans complementi arcus majoris ad ſecantem complementi arcus minoris.

Cauſa hujus reciprocationis eſt:

Quia radius eſt medià proportione inter ſinum arcus & ſecantem complementi, *hoc eſt, Vt ſinus ſe habet ad radium: ita radius ad ſecantem complementi v. g.*



Vt AD, ſinus arcus BC, ad radium AC, ita radius AF ad AE, ſecantem complementi CF, per 4 ſexti Euclidis: ſive per 46. primi noſtri.

Ergo unuſquiſq; ſinus in ſecantem complementi ductus, efficit quadratum radii.

Ac proinde plana ex ſinibus arcuum & ſecantibus complementorum facta, omnia inter ſeſe ſunt æqualia: quia ſcilicet uni quadrato radii ſunt æqualia.

Atqui plana æqualia, habent latera reciprocè proportionalia per 42. primi noſtri.

Ergo, ut ſinus arcus majoris, ad ſinum arcus alicujus minoris: ita ſecans complementi arcus minoris, ad ſecantem complementi arcus majoris.

In parvis numeris hoc totum cernere perfacile eſt. Sint enim ſinus duo: 4. & 2. radius 10. Principio manifeſtum eſt, ſecantes complementorum fore 25. & 50. Nam

Digitized by Google

Nam:

Vt 4. ad 10. ita 10. ad 25.

Vt 2. ad 10. ita 10. ad 50.

Deinde manifeſtum eſt, eſſe ſecantem complementi 2, ad ſecantem complementi 4, ut 4. ad 2. Nam ſecans complementi 2. eſt 50. ſecans complementi 4. eſt 25. Vt autem 4. ad 2. ita 50. ad 25.

In numeris majoribus eſt eadem ratio. Sint enim dati duo ſinus 6691306. & 5005038. & quærantur ſecantes complementorum, hoc modo.

Vt 6691306. ad 10000000.

ita 10000000. ad 14944765.

Vt 5005038. ad 10000000.

ita 10000000. ad 19979868.

Manifeſtum eſt, poſt iſtam inquiſitionem eſſe:

Vt 6691306. ad 5005038.

ita 19979868. ad 14944765.

Hinc primum exemplum primi theorematis rurſum ſextupliciter variare poſſum.

Nam ſi ex primo theoremate aſſumam proportionem iſtam.

Vt radius 10000000. ad ſinum anguli BAC, 7479912. Inverſa illa proportione dicam per hoc tertium theorema: adhibitâ ſimul varietate theorematis primi.

Vel: ut ſinus anguli BAC,	—	7479912.
ad radium	— —	10000000.
ita ſecans complementi arcus AB,	—	14944765
ad ſecantem complementi arcus BC,		19979868

Vel: ut tangens anguli BAC,	—	11269872
ad ſecantem ejuſdem	—	15066852.
ita ſecans complementi arcus AB,		14944765.
ad ſecantem complementi arcus BC,		19979868.

Digitized by Google

Vel deniq; ut radius — —	10000000.
ad ſecantem complementi anguli BAC,	13369141.
Ita ſecans complementi arcus AB, —	14944765
ad ſecantem complementi arcus BC,	19979868.

¶ *Si vero ex ſecundo theoremate aſſumam proportionem iſtam.*

Vt radius 10000000. ad ſinum arcus ◡*AB, 6691306. Inverſa illa proportione dicam per hoc tertium theorema: adhibitâ ſimul varietate theorematis primi.*

Vel: ut ſinus arcus ◡*AB.* —	6691306.
ad radium — —	10000000.
ita ſecans complementi anguli BAC, —	13369141.
ad ſecantem complementi arcus BC	19979868.
Vel: ut tangens arcus AB, —	9004040.
ad ſecantem ejuſdem, —	13456327.
ita ſecans complementi anguli BAC, —	13369141.
ad ſecantem complementi arcus BC,	19979868.
Vel deniq;: ut radius, — —	10000000.
ad ſecantem complementi AB, —	14944765
ita ſecans complementi anguli BAC, —	13369141.
ad ſecantem complementi arcus BC,	19979868

Ita arcum BC, ex iiſdem datis BAC, & AB, duodecies invenero: ter per primum: & iterum ter per ſecundum: & deniq; ſexies per tertium theorema.

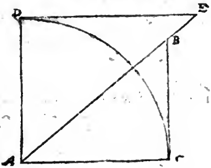
Varietatis calculi Trigonometrici theorema quartum.

Tangentes arcuum & tangentes complementorum reciprocè ſunt proportionales.

Hoc eſt: ut tangens arcus majoris ad tangentem arcus minoris: ita tangens complementi arcus minoris, ad tangentem complementi arcus majoris. Et contra.

Ratio

Ratio reciprocationis hujus eadem eſt, quæ in ſecantibus. Quia nimirum radius eſt media proportione inter tangentem arcus & tangentem complementi. Nam Vt ED ad AD, ita AC ad BC, per 4. Sexti Euclidis, ſive per 46. primi noſtri. Cum igitur ſit exempli gratia.



Vt 11269872. tangens 48. grad. 25'. ad radium 10000000, ita radius 10000000. ad tangentem complementi 8873215.

Et,

Vt 5781262. tangens 30. gr. 2'. ad radium 10000000, ita radius ad tangentem complementi 17297260.

Erit etiam:

Vt 11269872. ad 5781262.
ita 17297260. ad 8873215.

Vel viceverſa:

Vt 5781262. ad 11269872.
ita 8873215. ad 17297260.

Hinc, ſi data tangente 11269872, quæratur tangens 5781262. miſſis illis poſſum fingere, datam eſſe tangentem complementi 8873215. & quæri tangentem alterius complementi 17297260. Qua fictione aſſumpta, proportionem ſecundi exempli ſecundi theorematis: quæ talis erat:

Vt radius 10000000. ad ſinum arcus AC, ita tangens anguli BAC, ad tangentem arcus BC.

Hanc inquam proportionem inverto & dico: adhibitâ ſimul varietate theorematis primi.

Vel: ut ſinus arcus AC,	—	*5129838.*
ad radium	— —	*10000000.*
ita tangens complementi anguli BAC,		*8873215.*
ad tangentem complementi arcus BC,		*17297260.*

X 3 *Vel*

Vel: ut tangens arcus ◡AC,	5976055.
ad ſecantem ejuſdem	11649603.
ita tangens complementi anguli BAC,	8873215.
ad tangentem complementi arcus BC,	17297260.

Vel denique: ut radius	10000000.
ad ſecantem complementi arcus ◡AC,	19493797
ita tangens complementi anguli BAC,	8873215.
ita tangentem complementi arcus BC,	17297260

Et ita arcum BC, ex iiſdem datis BAC, & ◡AC, novies invenero: ter per primum, ter per ſecundum, & iterum ter per hoc quartum theorema.

DE VARIETATE CALCULI TRIGONOMETRICI IN SPECIE: CIRCA priora tria axiomata planorum.

Priora tria axiomata planorum fortaſſe rectius in unum contrahi: & ſic proponi poſſent.

Latera ſubtenſis angulorum oppoſitorum directè ſunt proportionalia.

Hoc eſt: ut ſe habet latus maximum ad latus minimum: ita ſe habet ſubtenſa anguli maximi ad ſubtenſam anguli minimi. Et ſic de cæteris.

Cauſa eſt: quia cuivis triangulo plano circulus circumſcribi poteſt. Quod ſi fiat, latera trianguli plani jam reipſa ſunt ſubtenſæ angulorum ipſis oppoſitorum: ut libro tertio, axiomate tertio, oſtendimus.

CONSECTARIUM GENERALE.

Datis igitur duorum quorumcunq; angulorum ſubtenſis, cum latere uni datorum angulorum oppoſito; datur etiam latus alteri datorum angulorum oppoſitum. Et contrà.

Datis

Datis duobus quibuſcunque lateribus, cum ſubtenſa anguli uni datorum laterum oppoſiti; datur etiam ſubtenſa anguli alteri datorum laterum oppoſiti: & per ſubtenſam angulus ipſe.

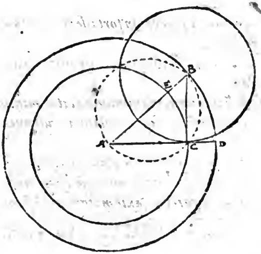
¶ *Dantur autem ſubtenſæ angulorum datorum, in triangulis planis rectangulis tripliciter: nempe◡*

1. Vel ſic, ut latus ſubtendens rectum ſit radius: latera includentia rectum ſinus.

2. Vel ſic, ut latus majus includentium rectum ſit radius: reliqua duo latera tangens & ſecans acuti minoris.

3. Vel deniq; ſic, ut latus minus includentium rectum ſit radius: reliqua duo latera tangens & ſecans acuti majoris.

Vt in triangulo plano rectangulo ◡ABC, in quo latera ◡AB, BC & ◡AC, ſunt ſubtenſæ angulorum ipſis oppoſitorum: reſpectu circuli punctati ◡ABC.



Si latus ◡AB, ponas pro radio: latera BC & ◡AC, erunt ſinus angulorum BAC & ◡ABC: reſpectu circuli BD.

Si latus

Digitized by Google

Si latus AC, ponas pro radio, latus BC, erit tangens acuti BAC, latus AB, ſecans ejuſdem: reſpectu circuli EC.

Si latus BC, ponas pro radio, latus AC, erit tangens acuti ABC, latus AB, ſecans ejuſdem: reſpectu circuli CD.

¶ *At in triangulis planis obliquangulis: datis angulis dantur ſubtenſæ angulorum uno modo tantùm: nempe per ſinus tantùm. Tangentes enim, & ſecantes in triangulis planis obliquangulis locum non habent: per eorum definitiones. Sinus autem ubiq; locum habent: quia ſunt ſemiſſes ſubtenſarum, circulo inſcriptarum: quales ſubtenſæ cujuſvis trianguli plani latera eſſe poſſunt: per antecedentem demonſtrationem.*

¶ *Sed & non dati cujuſvis anguli ſubtenſa in triangulo plano rectangulo dari poteſt. Vnumquodq; enim latus trianguli plani rectanguli pro radio, hoc eſt, partium 10000000. poni, & ſic pro ſubtenſa anguli oppoſiti, etiam nondum noti, haberi poteſt.*

At in triangulo plano obliquangulo, anguli non dati ſubtenſa nullo modo dari poteſt. Quia nullum latus trianguli plani obliquanguli pro radio poni poteſt. Idq; ideo: quia nullum latus trianguli plani obliquanguli diameter circuli triangulo circumſcripti eſſe poteſt: per 1.c.53.p.1.

Conſectaria ſpecialia rectangulorum.

I. *Igitur, in triangulis planis rectangulis:* Dato præter angulos unico latere, datur reliquorum laterum quodlibet, triplici proportione: prout ſcilicet, vel latus ſubtendens rectum, vel majus, aut minus includentium rectum pro radio poſueris.

II. Datis duobus quibuſcunq; lateribus, daturuterq; acutorum, duplici proportione: prout ſcilicet, vel hoc, vel illud datorum laterum pro radio (*hoc eſt, pro ſubtenſa anguli oppoſiti, ſive noti, ſive ignoti*) poſueris.

Conſectaria ſpecialia obliquangulorum.

I. *In triangulis planis obliquangulis:* Dato præter angulos unico latere, datur quidem reliquorum laterum quodlibet: Sed unicâ tantum proportione, &c.

II. *Non, ſimpliciter datis duobus quibuſcunq; lateribus:* Sed tantùm, datis duobus lateribus, cum angulo, uni eorum oppoſito: datur angulus alteri eorum oppoſitus.

Hæc deductio magis quidem methodica mihi videbatur: Sed illis diſcipulis meis, qui nihil non apud me poterant, ea ratio, quam libro tertio ſecutus ſum, ad captum tyronum videbatur accommodatior.

De varietatibus calculi Trigonometrici, iterum in ſpecie:

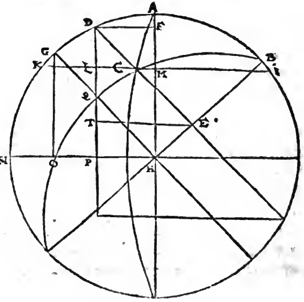
Circa quartum axioma triangulorum ſphæricorum.

Regiomontanus & eum ſecuti Finckius atq; Landsbergius quartum axioma triangulorum ſphæricorum ita proponunt.

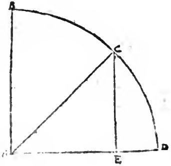
Quadratum radii eſt ad planum ſinuum rectorum, duorum laterum inæqualium: ut ſinus verſus anguli à dictis duobus lateribus comprehenſi, ad differentiam ſinuum verſorum tertii lateris, & reliquorum duorum laterum differentiæ.

Digitized by Google

DEMONSTRATIO *eorum breviter hæc eſt.*



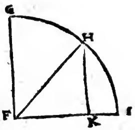
I. Vt GH, radius ad DE. ſinum rectum lateris majoris BC, vel BD, ita GQ, ſinus verſus anguli ⌣ABC, in diametro circuli maximi: ad DC, eundem ſinum verſum in diametro circuli paralleli. Quia in circulis inæqualibus: ut radius circuli unius ad radium circuli alterius: ita ſinus tàm recti, quàm verſi, circuli unius, ad ſinus tàm rectos, quàm verſos ſimilium arcuum circuli alterius: *v.g.*



In circulis inæqualibus BCD, & GHI, ſi arcus CD, & HI, ſint ſimiles: eſt ut radius ⌣AC, ad radium FH: ita ſinus rectus CE, ad ſinum rectum HK; & ita ſinus rectus AE, ad ſinũ rectũ FK; & ita deniq; ſinus verſus ED, ad ſinũ

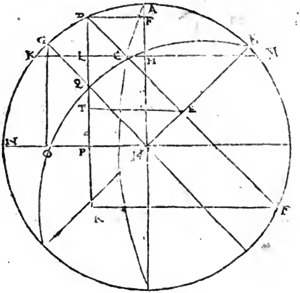
verſum

Digitized by Google



verſum KI, per quartam ſexti, & per quintam quinti, ac undecimam ſeptimi Euclidis; & per ſchemata adjuncta.

II Vt GH, radius ad GO, ſinum rectum lateris minoris AB, vel GN, ita DC, ad DL, per quartam Sexti Euclidis. Quo DL, addito ad AF, ſinum verſum differentiæ laterum AB, & BC, ſive BD, nempe arcus AD, efficitur AM, ſinus verſus tertii lateris AC, vel AK.



Porro: quia eſt,

Vt GH, ad DE, ita GQ, ad DC. Et
Vt GH, ad GO, ita DC, ad DL.

Digitized by Google

Eſt etiam, per multiplicationem proportionum.

Vt planum GH, GH, ad planum DE, GO.
Ita planum GQ, DC, ad planum DC, DL.
Et poſtremis duobus planis GQ, DC, & DC, DL.
Per commune latus DC, diviſis.
Vt planum GH, GH, ad planum DE, GO.
Ita latus GQ, ad latus DL.

Vel, primis etiam duobus planis per communem aliquem diviſorem, v. g. per radium, diviſis.

Vt GH, radius ad planum DE, GO, radio diviſum:
Ita GQ, latus ad DL, latus.

Nam ſi ſit:

Vt 10. ad 8, ita 5. ad 4.
Vt 10. ad 5, ita 4. ad 2.

Erit etiam:

Vt 100. ad 40, ita 20. ad 8.

Et poſtremis duobus planis per commune latus 4. diviſis.

Vt 100. ad 40, ita 5. ad 2.

Vel primis etiam duobus planis per communem aliquem diviſorem v. g. per 10. diviſis.

Vt 10. ad 4, ita 5. ad 2.

Hæc eſt demonſtratio Regiomontani, Finckii, & Landsbergii: omnino certa, & infallibilis. Quod nemo non videt: niſi qui planè ſit ἀγεωμέτρητος.

EXEMPLUM è tertio genere exemplorum noſtrorum repetitum.

BC, 59.

Digitized by Google

BC.59 58. ſinus rectus.		*86ſ7344.*
AB,45.58. ſinus rectus.		*7189355.*
Diff.	*14. 0.*	*10000000.*
	76.	*9702957.*
Sinus verſus differentia.		*297043.*
◡ABC,28.14.		*10000000.*
	61.46.	*8810284.*
Sinus verſus anguli		*1189716.*

Planum ſinuum rectorum ◡AB & BC, 62240719373120.

Idem planum radio diviſum 6224072.

Planè conveniens cum medietate recta, per proſtaphareſin à nobis inquiſita.

Proportio.

Vt radius	*10000000. DE.*
◡Ad planum ſinuum rectorum, radio diviſum	*6224072. DT.*
Ita ſinus verſus anguli ◡ABC	*1189716. DC.*
◡Ad differentiam	*740488. DL.*
Quam ſi addas ad ſinũ verſum differentia laterum	*297043. AF.*
Efficitur ſinus verſus tertii lateris	*1037531. AM.*
Qui demtus de radio	*10000000. AH.*
Relinquit ſinum complementi tertii lateris	*8962469. MH.*

Cui ſinui competit arcus KN.63.gr.40'.8". Cuius complementum 26.gr.20'.52". eſt arcus ◡AK, vel ◡AC, quaſitus.

JUSTUS BYRGIUS in praxi quarti axiomatis nunquam ſinibus verſis, ſed ſemper ſinibus rectis utitur: Et primum quidem inquirit ſinum complementi tertii lateris, qualis eſſet, angulo ad B, exiſtente recto: deinde differentiam illius ſinus à ſinu anguli obliqui, hoc eſt, rectam CO, vel EO,

Y 3 vel LT:

vel LT: inveſtigat: Si angulus ad B, ſit acutus: tali proportione.

Ut DE, radius ad DT, medietatem rectæ,
Ita CE, ſinus complementi anguli ABC, ad CO.

Si angulus ad B, ſit obtuſus: tali proportione.

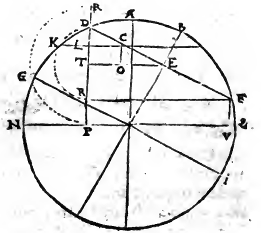
Ut DE, radius ad DT, medietatem rectæ,
Ita EC, ſinus exceſſus anguli ABC, ad EO.

Quam ipſam tamen proportionem ſine omni multiplicatione & diviſione abſoluit: adminiculo primi compendii noſtri.

Porrò, inventum TL, angulo ABC, exiſtente acuto ſemper addit ad IP, ut reſultet LP, ſinus complementi tertii lateris.

At, angulo ABC, exiſtente obtuſo, vel inventum TL, ſubtrahit à TP, ut reſtet LP, ſinus complementi tertii lateris: vel, ab inventa TL, ſubtrahit TP, ut reſtet LP, ſinus exceſſus tertii lateris: quemadmodum faciendum eſſe, adjuncta tria ſchemata docent. Quibus ſingulis ſingula exempla Byrgiano more facta accommodabimus.

EXEMPLUM PRIMUM: QUOD LIBRO quarto fuit ſecundum ſecundi generis.

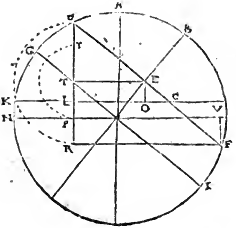


Latus

Latus minus GN, vel QI, 26. gr. 26.
Compl. lateris majoris GD, vel FI, 30. 2. } *adde & ſubtrahe.*

Summa DN, 56. 22. Sinus. 8325991. DP.
Differentia FQ, 3. 42. Sinus 645323. PR.
Summa 8971314. rP.
Dimidium 4485657. TP, inventum I.
645323. Dr.
ABC, quaſi la-tus minus 22. gr. 35'. 1½''. 3840334. DT, medietas recta.
50. 4. 0.
Summa. 72. 39'. 1½. Sinus 9545031.
Differentia. 27. 28. 58½. Sinus 4614841.
Differentia 4930190.
Dimid. 2465095. CO, vel LT, inventum II.
4485657. TP, inventum I.
Summa. 6950752. LP, ſinus complementi tertii lateris.

EXEMPLUM SECUNDUM : QVOD libro quarto fuit tertium tertii generis.



Latus

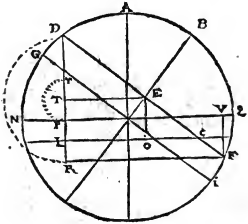
Latus minus GN, vel Ql, 45. gr. 58'.
Compl. majoris GD, vel FL. 30. 2.

Summa DN,	*76. 0.*	*Sinus 9702957. DP.*
Differentia FQ,	*15. 56.*	*Sinus 2745187. PR.*
	Diff.	*6957770. RP.*
	Dimid.	*3478885. TP. inventum. I.*
		2745187. PR, vel Dr.
38. gr. 29'. 31''.		*6224072. DT, medietas recta.*

Latus minus 51.	*30. 29.*	
Exc. ∠ABC. 22.	*35. 0.*	
Summa 74.	*5. 29.*	*Sinus. 9617001.*
Differentia 28.	*55. 29.*	*Sinus. 4836600.*
		Differentia. 4780401.

Dimid. 2390200. EO, vel LT. inventum. II.
3478885. TP, inventum. I.
Differentia. 1088685. LP, ſinus complementi tertii lateris.

EXEMPLUM
TERTIUM, QVOD LIbro quarto fuit quartum tertii generis.



Latus

Latus minus GN, vel QI, 45. gr. 58.
Compl. majoris GD, vel FI. 30. 2.

Summa DN,	*76. 0.*	*Sinus 9702957. DP.*
Differentia QF,	*15. 56.*	*Sinus 2745187. PR.*
	Diff.	*6957770. r P.*
	Dimid.	*3478885. TP. inventum. I.*
		2745187, PR.
	38. gr. 29′. 31″.	*6224072. DT. medietas recta.*
ABC. q. latus minus 10. 0. 0.		
	48. 29′. 31″.	*Sinus 7488625.*
	28. 29. 31.	*Sinus 4770352.*
		Summa 12258977.
		Dimid. 6129488. EO, vel TL. invẽ-tum. II.
		3478885. TP, inventum I.
		Differentia. 2650603. PL, ſinus exceſſus tertii lateris.

Hic eſt modus Byrgii. Alios aliorum modos referre, non eſt operæ precium.

APPENDIX LIBRI QUINTI,

Continens explicationem & demonſtrationem Regulæ falſi.

Quia Regula falſi in Trigonometria tam magnum uſum habet, ut diſcipulum ejus artis à tricis Algebraicis prorſus liberare poſſit: quemadmodum libro ſecundo oſtendi: viſum eſt Regulæ illius & præceptum & demonſtrationem hoc loco breviter explicare.

Præceptum Regulæ falſi tale eſt.

Loco numeri quæſiti pone numerum pro libitu magnum aut parvum; & per eum operare ſecundum præſcriptum

quæſtionis propoſitæ. Tum, ſi exit quod exire debebat; habes numerum quæſitum: ſin autem; differentiam inter id quod exit, & quod exire debebat, ſive falſitatem, nota per Plus vel Minus; & per aliam poſitionem, ſive majorem ſive minorem, eandem operationem repete. Deinde multiplica per crucem ſive alternatim, poſitionem primam per falſitatem ſecundam, & poſitionem ſecundam per falſitatem primam: tumque, ſi falſitates fuerint homogeneæ, ſubtrahe duo producta à ſe invicem, & duas etiam falſitates à ſe invicem: ſin falſitates fuerint heterogeneæ, adde tùm productum producto, tùm falſitatem falſitati: ac deniq; productorum vel reſiduum vel aggregatum divide per falſitatum vel reſiduum vel aggregatum, & habebis numerum quæſitum.

Caſus igitur regulæ falſi tres ſunt:

Primus caſus eſt; ubi utraq; falſitas eſt Plus: ſecundus caſus; ubi utraq; falſitas eſt Minus: tertius caſus; ubi altera falſitas eſt Plus, altera Minus.

Exempli gratia, quæratur numerus, cui ſi addatur pars tertia, & ab aggregato auferatur pars ſexta, relinquantur 100.

Is numerus revera eſt 90. ut patet ex calculo ſubiecto

90	
$\frac{1}{3}$)30	*Adde*
120	
$\frac{1}{6}$)20	*Subtrahe.*
100	*reſiduum.*

At fingam me numerum illum neſcire: & pro primo caſu primò ponam, numerū illum eſſe 144. deinde ponam eſſe, 108. Operatio talis erit.

Poſitio prima.	144	*Poſitio ſecunda.*	108
	$\frac{1}{3}$)48	*Adde*	36
	192		144
	$\frac{1}{6}$)32	*Subtrahe*	24
	160	*Exit*	120
	100	*At exire debebat*	100

Falſitas

Falſitas prima.	60		Falſitas ſecunda.	20
Poſitio ſecunda	108		Poſitio prima.	144
	6480	Productum.		2880
	2880	Subtrahe.		
Reſiduum	3600	Dividendus.	Falſitas prima +—	60
	40	Diviſor.	Falſitas ſecunda +—	20
			Reſiduum.	40

(90 Quotus: hoc eſt numerus quæſitus.

Pro ſecundo caſu, primò ponam numerum illum, quem quæro, eſſe 54. deinde ponam eſſe 72. Operatio talis erit.

Poſitio prima.	54	Poſitio ſecunda.	72
	$\frac{1}{3}$)18		24
	72		96
	$\frac{1}{6}$)12		16
	60		80
	100		100
Falſitas prima.	40	Falſitas ſecunda	20
Poſitio ſecunda.	72	Poſitio prima.	54
	2880		1080
	1080	Falſitas I. —— ——	40
	1800 Dividēdus.	II. —— ——	20
	20 Diviſor.	Diviſor	20

(90. Quotus.

Pro tertio caſu primo ponam numerum quæſitum eſſe 54. deinde ponam eſſe. 144. Operatio talis eſt.

Poſitio prima.	54	Poſitio ſecunda.	144
	$\frac{1}{3}$)18		48
	72		192
	$\frac{1}{6}$)12		32
	60		160
	100		100

Digitized by Google

Falſitas prima.	40		*Falſitas ſecunda.*	60
Poſitio ſecunda.	144		*Poſitio prima.*	54
	5760			3240
	3240			
	9000	*Dividendus.*	*Plus.*	60
	100	*Diviſor.*	*Minus.*	40
		(90. *Quotus.*		100 *Diviſor*

Intelligis opinor mentem Regulæ falſi: jam demonſtrationem cape. Cujus fundamentum hoc eſt: quod

Falſitates poſitionum & acquiſitorum ſunt inter ſeſe proportionales. *hoc eſt: ſicut ſe habet falſitas poſitionis primæ ad falſitatem poſitionis ſecundæ: ita ſe habet falſitas acquiſiti primi, ad falſitatem acquiſiti ſecundi.*

Voco autem falſitates poſitionum, exceſſum vel defectum numerorum poſitorum, ſuprà vel infra numerum verum.

Verbi gratiâ. In primo caſu erant:

Poſitio prima.	144.	*Poſitio ſecunda.*	108
Numerus verus.	90.		90
Differentia.	54.		18

Ergò falſitas poſitionis primæ fuit 54. ſecundæ. 18.

Falſitates acquiſitorum voco exceſſum vel defectum numerorum per proceſſum quæſtionis propoſitæ acquiſitorum ſuprà vel infrà numerum quæſitum. Verbi gratiâ in primo caſu erant:

Acquiſitum primum.	160.	*Acquiſitum ſecundum.*	120
Numerus quæſitus.	100.		100
Differentia.	60.		20

Ergò falſitas acquiſiti primi fuit 60. ſecundi 20. Dico jam, eſſe,

Vt 54. ad 18. ita 60. ad 20.

Cauſa eſt: quia eâdem ratione utrobiq; proceſſum fuit: nempe, addendâ primum ad numerum poſitum unâ tertiâ, deinde ab aggregato ſubtrahendâ unâ ſextâ.

Effectus cauſæ reſpondet: ut vides ex calculo ſubjecto.

Vt 54.

Vt 54. ad 18. ita 60. ad 20.

Multiplica. 18
per. 60

Divide. 1080 (*evadit* 20.

54
108

000

54.

Quia igitur eſt: ut falſitas poſitionis primæ ad falſitatem poſitionis ſecundæ; ita falſitas acquiſiti primi ad falſitatem acquiſiti ſecundi: ideò, ſi falſitates illæ per crucem multiplicentur, nempe, falſitas poſitionis primæ per falſitatē acquiſiti ſecundi, & falſitas poſitionis ſecundæ per falſitatem acquiſiti primi: producta duarum illarum multiplicationum erunt æqualia. Nam ſi quatuor numeri ſint proportionales, productum mediorum æquatur producto extremorum: ut de lineis demonſtratum fuit lib. 1. prop. 42: in numeris autem eadem eſt ratio. Cum igitur ſint,

Vt 54. ad 18. ita 60. ad 20.

Productum numeri 18. per 60. idem erit cum

Producto numeri 54. per 20. Quod ipſum etiam calculus ſubiectus verum eſſe comprobabit: qui calculus ita habet.

Falſitas poſitionis primæ.	54	*Falſitas poſitionis ſecundæ.*	18
Falſitas acquiſiti ſecundi.	20	*Falſitas acquiſiti primi.*	60
	1080		1080

Porrò, in multiplicatione perinde eſt, ſive numerum totum per totū; ſive totum unum per partes alterius multiplicem. Verbi gratiâ; perinde eſt, ſive multiplicem 7. per 7. ſive 7. per 4. & 3. Per utramq; enim multiplicationē invenero 49. ut & ratio dictat, & calculus ſubjectus oſtendit.

7	7	7
7	4	3
49	28	21
	Adde 21	
	Fit 49	

Ergò in propoſito exemplo primi caſus, ſi primam poſitionem 144.

 multipli-

multiplicem per ſecundi acquiſiti falſitatem, nempe per 20. perinde eſt, ac ſi multiplicaverim 90. & 54. per 20. Et per conſequens, productum multiplicationis numeri 144. per 20. continet numerum verum 90. vicies, & falſum 54. itidem vicies.

Similiter, ſi ſecundam poſitionem 108. multiplicem per falſitatem acquiſiti primi, nempe per 60.

Perinde eſt, ac ſi multiplicaverim 90. & 18. per 60. Et per conſequens, productum multiplicationis numeri 108. per 60. continet numerum verum 90. ſexagies, & falſum 18. etiam ſexagies.

Atqui 18. ſexagies, & 54. vicies, æquipollent: ut jam antè demonſtratum fuit.

Ergò ſi productum numeri 144 per 20. ſubtraxero de producto numeri 108. per 60. falſum numerum, qui primo producto adhærebat, totaliter ſubtraxero; & inſuper verum numerum vicies ſubtraxero. Reſtabit igitur verus numerus quadragies: quantum ſcilicet reſtabit de falſitate 60. poſt ſubtractam falſitatem 20.

Ergò ſi quod reſtat, poſt ſubtractionem unius producti ab altero, per id quod reſtat poſt ſubtractionem unius falſitatis acquiſitæ ab altera, diviſero; neceſſariò verus numerus exibit.

Prorſus ad eundem modum in ſecundo caſu: ſi poſitionem primam 54. multiplicem per falſitatem ſecundam 20. perinde eſt, ac ſi multiplicaverim 20. per 90. minus 36.

Ergò productum 54. per 20. continet verum numerum 90. vicies, minus falſ. numero 36. vicies.

Similiterq; ſi poſitionem ſecundam 72. multiplicem per falſitatem acquiſiti primi, nempe per 40. perinde eſt, ac ſi multiplicaverim 90. minus 18. per 40.

Ergò productum 72. per 40. continet verum numerum 90. quadragies, minus falſo numero 18. itidem quadragies.

Iam quadragies 18. & vicies 36. æquipollent, per antecedentem demonſtrationem.

Ergò, ſi de producto 72. per 40. ſubtraxero productum 54 per 20. Falſita-

Falſitatem primo producto adhærentem totaliter ſubtraxero, & inſuper verum numerum vicies ſubtraxero: ac proinde verus numerus reſtabit vicies: ſicut ſubtractis falſitatibus 20. de 40. reſtant 20.

Ergò ſi reſiduum productorum diviſero per reſiduum falſitatum acquiſitarum, Quotus erit numerus verus quæſitus.

In tertio caſu: ſi poſitionem primam 54. multiplicem per falſitatem acquiſiti ſecundi, nempe per 60. Perinde erit ac ſi multiplicavero 90. minus 36. per 60. Productum igitur continebit verum numerum 90. ſexagies, minus falſo numero 36. ſexagies.

Si poſitionem ſecundam 144. multiplicem per 40. perinde eſt ac ſi multiplicaverim 90. & 54. per 40. Productum igitur continebit verum numerum 90. quadragies; & falſum 54. etiam quadragies.

Atqui ſexagies 36. & quadragies 54. æquipollent, per ſuperiorem demonſtrationem: atq; adeò, quantum uno loco deeſt, tantum altero loco ſupereſt: & per conſequens, ſi productum 54. per 60. addidero ad productum 144. per 40: aggregatum nullam amplius falſitatem habebit, ſed verum numerum 90. continebit ſexagies & quadragies. hoc eſt centies.

Ergo ſi ſummam productorum per ſummam falſitatum acquiſitarum diviſero, verum numerum habebo.

FINIS.

Digitized by Google

Digitized by Google

A 2 184

Errata Trigonometriæ.

Pag. 10. lin. 20. pro GH lege CH. & in ſchemate inter A & K pone G.
pag. 23. lin. 3. & 4. lege. prop. 32. 33. 35. 36. 37. & 38.
pag. 24. lin. 2. & 13. pro 7. lege 0.
pag. 28. lin. 10. pro non, lege, uno.
pag. 40. lin. 12. pro K. lege B. lin. 18. pro 36. lege 38.
pag. 41. lin. 18. lege, ſubtenſa ſimpli, dupli, tripli &c.
pag. 45. lin. 1. pro 6q. lege bq. lin. 8. pro. cyphra. 1. lege cyphra ad 1. lin. 15. pro v & i lege √ et 3.
pag. 72. lin. 8. pro B. lege N. lin. 9. & 19. pro 7. lege 12.
pag. 73. lin. 21. addantur hæc verba: Quæratur autem ſinus 70. graduum.
pag. 78. lin. 13. pro recta, lege recta.
pag. 80. lin. 2. 3. 5. 14. pro. 8. gr. 9. lege 89. gr. ſimiliterq́ linea 7. & 8. pro 2. gr. 1. lege 21. gr. item pro 6. gr. 8. lege 68. gr. ſic pag. 122. lin. 11. 14. 16. 19. pro 2. gr. 6. lege 26. gr. pro 2. gr. 8. lege 28. gr. pro 4. gr. 5. lege 45. gr. pro 5. gr. 0. lege 50. gr. pro 5. gr. 9. lege 59. gr.
pag. 81. lin. 6. pro 41. lege 47.
pag. 82. lineâ 1. & deinceps in tangentibus dele puncta, & numeros ſub ſe mutuo colloca, ut paulo poſt, nempe linea 23. &c. collocati ſunt.
pag. 85. lin. 20. pro 52. lege 25.
pag 93. lin. ult. pro 49. lege 48.
pag. 99. lin. 19. & 20. pro B. lege C. lin. 24. pro ◡ABC. lege ◡ACB.
pag. 100. lin. 9. pro 7. lege 12. lin. 12. 14. 15. 16. 17. pro ◡AC. ſemper lege AB. & lin. 32. pro ABC. lege ACB.
pag. 113. lin. 4. pro 7. lege 12. ſic pag. 114. lin. 12.
pag. 117. lin. 1. pro 8. lege 17. lin. 27. pro FF. lege EF.
pag. 118. lin. ult. pro quadra, lege quadrantes.
Item pag. 120. lin. 15. & 23. pro 7. lege 12.
pag. 124. lin. 29. pro 7. lege 12. lin. 30. pro 8. lege 13.
pag. 156. lin. 22. lege, ſi 5, per 5.
pag. 172. lin. 14. adde, Et,

Errata,

Digitized by Google

Errata problematum.

Pag. 5. lin. 6. pro ABST, lege ADST.

pag. 6. lin. 1. pro F lege E.

pag. 11. lin. 8. pro CH. lege AF. lin. 15. lege:

Quod multiplicatum.

Pag. 16. lin. 17. pro ſi, lege ſit.

pag. 41. lin. 15. pro &, lege eſt.

pag 59. pro dc, lege dC. & ante dC. pone cC.

pag. 76. lin. 7. pro EK. lege EQ.

pag. 110. lin. 17. & 18. pro 155. lege 115. lin. 19. & 20. pro æquales, lege æquantur.

pag. 111. lin. 11. pro. (4. lege (40. & lineam 14. duobus locis promove.

pag. 135. lin. 8. & 28. pro 2. lege 3.

Digitized by Google

185

BARTHOLOMÆI PITI-SCI GRVNBERGENSIS

PROBLEMATVM VARIORVM:

NEMPE

Geodæticorum,
Altimetricorum,
Architectonicorum,
Geographicorum,
Gnomonicorum, &
Aſtronomicorum:

LIBRI VNDECIM,

TRIGONOMETRIÆ SVB-
iuncti, ad uſum eius demon-
ſtrandum.

FRANCOFVRTI,
Apud Nicolaum Hoffmannum, ſumptibus
IONÆ ROSÆ, Anno 1612.

Digitized by Google

Digitized by Google

APPENDIX
*BARTHOLOMÆI PITI-
SCI GRVNBERGENSIS.*

PROBLEMATVM VARIORVM:

NEMPE

Geodæticorum, Altimetricorum, Architectonicorum, Geographicorum, Gnomonicorum, & Aſtronomicorum:

LIBRI VNDECIM,

TRIGONOMETRIÆ SVBjuncti, ad uſum ejus demonſtrandum.

FRANCOFVRTI,
Typis Hoffmannianis, ſumptibus Ionæ Roſæ. Anno 1612.

Digitized by Google

Digitized by Google

APPENDIX
BARTHOLOMÆI PITI-
SCI GRVNBERGENSIS,

PROBLEMA-
TVM VARIORVM:

NEMPE

Geodæticorum,
Altimetricorum,
Architectonicorum,
Geographicorum,
Gnomonicorum, &
Aſtronomicorum:

LIBRI VNDECIM,
TRIGONOMETRIÆ SVB-
junĉti, ad uſum ejus de-
monſtrandum.

FRANCOFVRTI,
Typis Hoffmannianis, ſumptibus Ionæ Roſæ. Anno 1612.

Digitized by Google

186

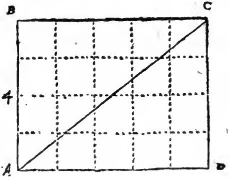
BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

PROBLEMATUM GEODÆTICORVM

Liber Unus.

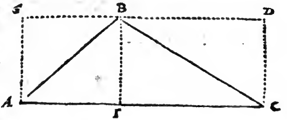
PRÆFATIO.

Socrates hunc principalem Geometriæ (cujus pars eſt Trigonometria) finem eſſe ſtatuebat: ut agrum planum metiri dividereq; poſſis. Tanti Philoſophi judicium ſecuti, iſtius generis problematibus meritò primum locum attribuimus. Cæterùm, cum variæ ſint rationes agri plani dimetiendi, mihi ea ſemper viſa eſt expeditiſſima, quæ fit, vel per quadrangula, vel per triangula rectangula. Nam ſi duo latera includentia rectum, inter ſe multiplices, productum multiplicationis totum, erit area quadranguli; dimidium, trianguli; à talibus lateribus conſtituti. Vt ſi duo latera includētia rectū ABC, nēpe AB, quatuor decempedarū,



Digitized by Google

& BC,5. inter ſe multiplices, productum multiplicationis totum, nempe 20. erit area quadranguli ABCD. Productum vero multiplicationis dimidium nempe 10. erit area Trianguli ABC, ut vel ex adjuncto diagrammate liquet. Ad hujuſmodi igitur Triangula plana rectangula quomodo ager quilibet, qui formam exactè quadrangulam rectangulam non habeat, ſine errore reduci poſſit, duobus problematibus oſtendemus. Vbi tamen notandum eſt, factâ reductione non opus eſſe ut utrumque triangulum rectangulum ſeorſim ſupputetur: ſed ſatis eſſe, ſi ſola baſis trianguli obliquanguli per perpendiculum multiplicetur. Iſta enim unica multiplicatio exhibet utriuſque trianguli rectanguli, hoc eſt, totius obliquanguli aream duplam. Exempli gratia, In triangulo obliquangulo ABC. factâ reductione ad duo triangula rectangula ABF & FBC. non opus eſt, ut ſeorſim aream trianguli rectanguli ABF, & iterum ſeorſim aream trianguli rectanguli CBF inquiras, latera AF & BF, item BF & FC invicem

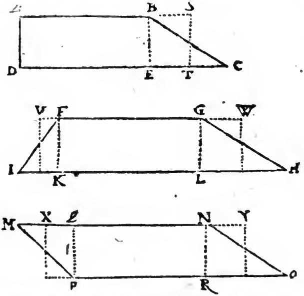


multiplicando: ſed ſatis eſt, ſi baſin trianguli obliquanguli ABC. nempe rectam AC. per perpendiculum BF vel DC. multiplices. Nam eo facto ſtatim habebis aream quadranguli rectanguli AGDC. cujus dimidiam eſſe aream trianguli obliquanguli ABC. vel ipſa figuræ inſpectio te docebit. Sed & hoc notandum eſt, ſæpe quadrangula & triangula rectāgula in unam figuram conjungi, ſic ut inde fiat trapezium, vel ſimplex, quale eſt ABCD. vel duplex, qualia ſunt FGHI, & MNOP. In quibus caſibus omnibus, ſi longitudinem mediam: qualis eſt in prima figurâ recta AS, in ſecunda VW, in tertia XY; per latitudinem multiplices, aream habebis. v. g. In trapezio ABCD.

Longitu-

Longitudo minima AB ſit	—	*10. ped.*
maxima DC.	— —	*16. ped.*
		26. ped.
media AS	— —	*13. ped.*
Latitudo AD vel ST	— —	*4. ped.*

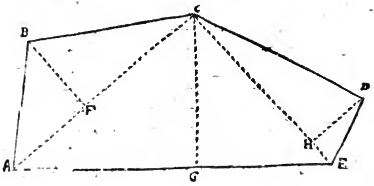
Area igitur ABST, vel ABCD. erit 52. ped. Atq; hac qui-



dem obiter in gratiam tyronum annotata ſunto. Nunc ad ipſa illa, quæ propriè inſtituti noſtri ſunt, problemata accedemus.

PROBLEMA PRIMVM.

Agrum planum multangulum, cujus data ſint latera unà cum diagonis: ſed anguli non item: in Triangula rectangula diſpertire.



Sit propoſitus ager planus multangulus ABCDF. Et ſint data ejus latera omnia: unà cum diagoniis AC, & CE. quærantur autem perpendicula BF, CG & DH, unà cum ſegmentis diagoniorum AF & FC. Item AG & GE, & denique CH & HE. Et ſint, AB, 7. pedum, BC 9. CD, 10. DE, 4. EA, 17. AC, 13. DE, 11.

Dico pro ſolutione Trianguli obliquanguli ABC.

I.	Vt latus maximum AC, — — —	13	AB 7.
	ad ſummam laterum AB & BC, — —	16	BC. 9.
	Ita differentia laterum AB & BC, — —	2	Summa. 16.
	ad ſegmentum — — — —	$2\frac{6}{13}$	Differentia 2
	Quo demto de AC. — — — —	13	
	Relinquitur — — — — —	$10\frac{7}{13}$	
	Cuius dimidium eſt AF — — — —	$5\frac{7}{26}$	
	Quo ſubtracto de AC — — —	13	
	Relinquitur FC — — — —	$7\frac{19}{26}$ per 4. pl.	

		26	26
II. Vt AB latus, pedum — —	7	5	7
		130	182
ad AF latus, pedum — — —	$5\frac{7}{26}$	7	
		13700000 (7. &c.	
Ita AB. radius — —	100000	182	

Ad AF

Ad AF. ſinum anguli ABF — 75274—48 gr. 50'. per 1. pl.
Cuius anguli complementum eſt BAF. 41. 10.

III. Vt AB radius — — — — — — 100000
ad BF. ſinum anguli BAF. 41. gr. 10' — 65825
Ita hypotenuſa AB — — — — — — 7. pedũ
ad perpendiculum BF — — — 4|60775. per. 1. pl.
Quod multiplicatum per baſin AC. — 13|

Exhibet aream trianguli ABC. duplam 59|90075
ſimplam 29|95037
ſive — $29\frac{95}{100}$ pedum quadratorum.

Similiter pro ſolutione Trianguli obliquanguli ACE, dico:

I. Vt latus maximum AE — — —	17	AC. 13
ad ſummam laterum AC & CE — —	24	CE. 11
ita differentia laterum AC & CE — —	2	Summa 24
ad ſegmentum — — —	$2\frac{14}{17}$	Differentia 2.
Quo demto de AE — — —	17	
Relinquitur — — — —	$14\frac{3}{17}$	
Cuius dimidium eſt GE — —	$7\frac{3}{34}$	
Quo ſubtracto de AE — —	17	
Relinquitur AG — — —	$9\frac{31}{34}$. per 4. planorũ.	

II. Vt CE. latus — — 11
ad GE latus — — $7\frac{3}{34}$
Ita CE radius — — 100000
ad GE ſinum anguli GCE. — 64439—40 gr. 7'. per 1. pl.
Cuius complementum eſt CEG. — — 49. 53.

Per primum planorum.

III. Vt EC radius — — — 100000
ad CG. ſinum anguli CEG — 67473

Ita

Ita EC. hypotenuſa — — — — 11 |
ad CG. perpendiculum — — — 8 | 41203. per 1. pl.
Quod multiplicatum per baſin AE — 17 |
Exhibet aream trianguli ACE. duplam 143 | 00451
ſimplam 71 | 50225

¶ *Deniq; pro ſolutione Trianguli obliquanguli CDE, dico:*

I. Vt maximum latus CE — — 11 | CD. 10
ad ſummã laterum CD & DE — 14 | DE. 4
Ita differentia laterum CD & DE 6 | Summa. 14
ad ſegmentum — — — — $7\frac{7}{11}$ | Differentia 6
Quo ſubtracto de CE — — 11
Relinquitur — — — — $3\frac{4}{11}$
Cuius dimidium eſt HE — — $1\frac{15}{22}$
Quo ſubtracto de CE — — 11
Relinquitur CH — — — $9\frac{7}{22}$ per 4. pl.

II. Vt ED latus — — — — — 4
ad HE. latus — — — — — $1\frac{15}{22}$
ita ED. radius — — — — 100000
ad HE. ſinum anguli HDE — — 42046 — 24 gr. 52′
Cuius complementum eſt angulus HED — 65 8
Per primum planorum.

III. Vt DE. radius — — — — — — 100000
ad HD. ſinum anguli HED — — — 90729
Ita DE hypotenuſa — — — — 4 pedum
ad HD. perpendiculum — — — 3|62916 per 1. pl.
Quod multiplicatum per baſin EC — 11 |
Exhibet aream trianguli ECD duplam 39|92076

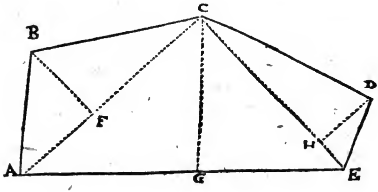
ſimplam

ſimplam	19	96038
Cui adde aream trianguli ABC —	29	95037
Item aream trianguli ACE — —	71	50225
Et habebis aream totius agri ABCDE.	121 $\frac{411}{1000}$.	pedū quadratorum.

PROBLEMA SECVNDVM.

Agrum planum multangulum, cujus data ſint latera & anguli exteriores, diagonii non item: in Triangula rectangula diſpertire.

Sæpe fit, ut ager planus rectis itineribus pertranſiri non poſſit: propter arbores aut paludes interjectas:



In eo caſu lineæ angulares, ſive diagonii, & inde deniq; perpendicula, ac baſes Triangulorum rectangulorum reperiuntur hoc modo. Sit exempli gratia ager planus multangulus ABCDE: qui pridem: Et ſint in eo data latera AB, 7. ped. BC, 9. CD, 10. DE, 4. EA, 17. unà cum angulis ABC, 108. gr. 2'. BCD 141. gr. 53'. CDE, 93. gr. 35. DEA, 115. gr. 5'. EAB, 81. gr. 29'. Quærantur autem perpendicula & baſes Triangulorum rectangulorum in eo agro contentorum.

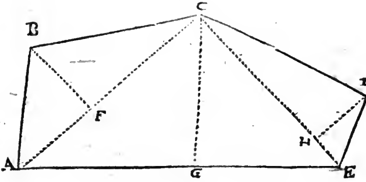
Digitized by Google

Pro ſolutione Trianguli obliquanguli ◁*ABC.*

Primùm colligo & ſummam, & differentiam laterum AB & BC. Itemq; ſummam & dimidium ſummæ angulorum ad A & C hoc modo.

BC, 9.	ABC, 108. gr. 2'.
AB, 7.	Compl. 71. 58'.
Summa 16.	Dimid. 35. 59.
Differentia 2.	

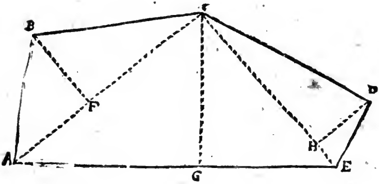
Deinde dico :



I.	Vt ſumma laterum AB & BC	16
	ad differentiam eorundem	2
	Ita tangens 35. gr. 59'.	72610
	ad tangentem	9076
	Cuius tangentis arcus vel angulus eſt	5. gr. 11'.
	Quo addito ad	35. 59.
	Efficitur angulus BAC vel BAF	41. 10.
	Cuius complementum eſt angulus ABF	48. 50.
	Subtracto vero eodem angulo	5. 11.
	de angulo	35. 59.
	Relinquitur angulus BCA vel BCF	30. 48.
	Cuius complementum eſt angulus CBF	59. 12. per 3. pl.

II. Vt

II. Vt AB. radius		100000
ad BF. ſinum anguli BAF. 41. gr. 10′.		65825
Ita AB. pedum	7	
ad BF. pedum	4	60775. per. 1. pl.
III. Vt AB. radius		100000
ad AF ſinum auguli ABF. 48. gr. 50′.		75280
Ita AB. pedum	7	
ad CH. pedum	5	26960. per 1. pl.
IV. Vt BC. radius		100000
ad FC ſinum anguli FBC. 59 gr. 12.		85896
Ita BC. pedum	9	
ad FC. pedum	7	73064 (per 1. pl.)
Quo addito ad AF.	5	26960
Fit AC.	13	00024
Quo multiplicato per BF.	4	60775
Exhibet aream trianguli ABC. duplam.	59	90
Ergo area trianguli ABC. ſimpla eſt	29	$\frac{85}{100}$. pedum quadratorum.



Deinde

Deinde pro ſolutione Trianguli obliquanguli ◡ACE.

Primùm, de angulo EAB — 81.gr.29'.
ſubtraho angulum BAC — 41.gr.10.
Et relinquitur angulus CAG — 40.gr.19.

Deinde pro latere AC. nuper invento 13|00024. aſſumo 13. fractione ſcilicet $\frac{24}{100000}$ neglecta: quippe quæ fermè nullius ſit momenti.

Denique dico per. 1. pl.

Vt AC. radius — — —	100000
ad GC. ſinum anguli GAC. 40 gr. 19. — —	64701
Ita AC pedum — — —	13
ad GC. pedum — — —	8|41113
Quod multiplicatum per AE — —	17|
Exhibet aream ACE duplam —	142|98921
ſimplam —	71|49460

Poſtremo, ad ſolutionem Trianguli CDE accedens:

Primùm colligo ſummam & differentiam duorum laterum CD & DE. Item ſummam & dimidium ſummæ duorum angulorum ad C & E. hoc modo:

Latus CD. 10.	Angulus CDE	93.gr.35.
Latus DE. 4.	Complementum ad 2 rectos	86. 25.
Summa. 14.	Dimidium	43. 12.
Differentia. 6.		

Deinde dico per 3. pl.

I. Vt ſumma laterum CD & DE	14
ad differentiam eorundem	6
Ita tangens anguli 43. 12.	93906

ad tan-

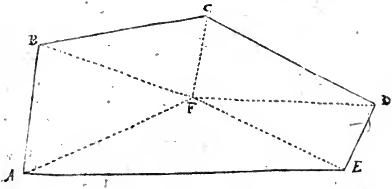
ad tangentem		40245
Cui in Canone reſpondet angulus		21.gr.55'.
Quo addito ad angulum		43.gr.12.
Efficitur angulus CED		65.gr. 7
Cuius complementum eſt angulus HDE		24.gr.53.
Quo ſubtracto de angulo CDE		93.gr.35
Relinquitur angulus HDC		68.gr.42
Cuius complementum eſt angulus HCD		21.gr.18
II. Vt CD. radius		100000
ad HD.ſinum anguli HCD. 21.gr.18'.		36325
Ita CD.pedum	10	
ad HD.pedum	3	63250.per.1.pl.
III.Vt CD.radius		100000
ad CH ſinum anguli CDH.68.gr.42.		93169
Ita CD. pedum	10	
adCH.pedum	9	31690.per 1.pl.
IV.Vt DE.radius		100000
ad HE ſinum anguli HDE.24 gr.53.		42077
Ita DE.pedum	4	
ad HE pedum	1	68308 (per 1.pl.)
Quo addito ad CH.	9	31690
Fit CE.	10	99998
Hoc eſt, ferè	11	
Quo multiplicato per DH.	3	6325
Fit	39	9575
Cuius dimidium eſt area CDE	19	9787
Cui adde aream ACE	71	4946
Item aream ABC.	29	95

Et habebis aream totius agri, ut ante. $121\frac{4233}{10000}$ pedum quadratorum.

Cæterùm, ut hoc obiter adiiciam, anguli agri plani, quos in hoc problemate dandos eſſe diximus, obſervantur vel per Quadrantem, vel per Inſtrumentum orbiculare, duplici dioptra inſtructum, & in 360. partes diviſum. In qua obſervatione, an à vero aberraveris nec ne, ſic deprehendes:

Omnes angulos circa agrum obſervatos collige in unam ſummam. Quæ ſumma, ſi duplo plures rectos effecerit quàm ſunt latera, minus quatuor rectis, juſta eſt obſervatio: ſin autem; erronea.

Nam unaquæque figura multangula, meris angulis internis conſtans, habet ad circumferentiam duplo plures rectos quàm latera, minus quatuor rectis. Quia, ſi ex ſingulis angulis rectæ ad centrum figuræ ducantur, tot fiunt in figurâ triangula, quot ſunt latera. Atqui ſingula illa triangula habent duos rectos, per 49. p. 1. Ergo univerſa habent duplo plures rectos quàm ſunt latera figuram includentia. Iam quatuor recti triangulorum iſtorum ad centrum figuræ conſiſtunt, per 6. & 15. p. 1. Ergo reliqui recti ad circumferentiam conſiſtunt. Exempli loco ſit ager quinquangulus,



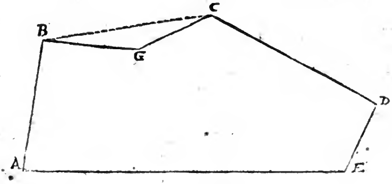
hactenus

hactenus à nobis dimenſus. Is habet quinque latera. Ergo debet habere ſex angulos rectos. Nam bis quinque ſunt decem. Decem, minus quatuor, ſunt ſex. An igitur hoc ita ſit, hoc eſt, an ager ille ex noſtra obſeruatione habeat ſex angulos rectos, videre juvat.

Fuerunt autem anguli obſervati,	ABC.	108 gr.	2'.
	BCD.	141.	53.
	CDE.	93.	35.
	DEA	115.	1.
	EAB.	81.	29.

Summa eſt —— 540 gr. o quæ ſumma quærebatur. Nam ſex recti efficiunt 540. gradus, Sexies enim 90. ſunt 540. Iuſta igitur fuit obſervatio.

Quod ſi latera aliqua verſus centrum ſint inflexa, & angulum faciant externum, ut in hac alterâ figurâ latera BG & CG verſus centrum ſunt inflexa, & angulum faciunt ex-



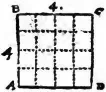
ternum BGC. Pro lateribus illis duobus BG & GC, revera in agro exiſtentibus, ſume & numera unicum latus imaginariū BC. & de tot rectis quot habitura eſſet figura ABCDE ſubtrahe anguli BGC complementū ad duos rectos, hoc eſt, ſubtrahe

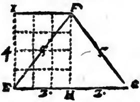
Digitized by Google

trahe ſummam angulorum GBC & BCG. de rectis in figura ABCDE exiſtentibus: reſiduum erit ſumma angulorum in figura data contentorum. Exempli gratia: ſi angulus BGC ſit 150. graduum, ſumma angulorum GBC & BCG erit 30. graduum. De ſex igitur rectis qui competunt figuræ quinquangulæ ABCDE, hoc eſt, de 540 gradibus, ſi ſubtraxeris. 30. gradus, reſtabit ſumma angulorum in figurâ ABGCDE contentorum 510. gr. Cauſam vel me tacente intelliges, ſi oculis non limis figuram propoſitam inſpexeris.

APPENDIX.

Antequam hunc librum concludam: paucis te moneo, lector, quiſquis es: ſi geodaſiam exercere velis, ut etiam atque etiam tibi caveas à vulgari illo errore circumforaneorum geodatarum: qui quos agros iiſdem paſſibus obambulaverint, eos æquales eſſe cenſent. Quæ cenſura, quàm ſit iniqua, vel ex hoc exemplo diſces:





Sint duo agri ABCD, & EFG, utrique habentes in circuitu decempedas ſedecim. Et ſi ager ABCD, quadratus. EFG, triangularis. Dico aream agri EFG, multò eſſe minorem, quam ſit area agri ABCD. Nam area quidem agri ABCD, ſi latera AB & AD, in ſeſe mutuò ducas, invenietur eſſe ſexdecim decempedarum. At area agri EFG, ſi perpendiculum FH 4, ducas in baſin alterutram EH, vel HG, 3. non niſi duodecim decempedarum eſſe deprehendetur. Magna igitur iniuria afficietur, ſi quis eodem precio agrum EFG, quo agrum ABCD, vel emerit, vel conduxerit. Quatuor enim decempedis totis in tam parvo agro defraudabitur. Quanta igitur fraus futura eſſet in agro magno?

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

PROBLEMATUM ALTIMETRICORUM

Liber Unus.

PRÆFATIO.

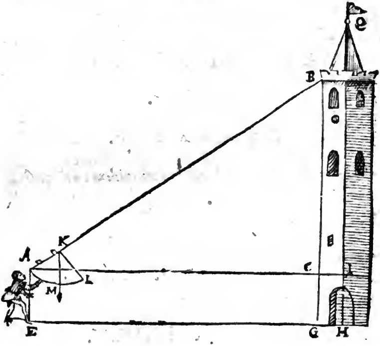
PRoblemata altimetrica vocabulo minus quidem Latino, ſed tamen uſitato, vocamus ea, quæ ſunt de dimenſione diſtantiæ & altitudinis, atq; hypotenuſæ quarumcunq; rerum ſub aſpectum noſtrum cadentium. Quæ dimenſio per varia inſtrumenta fieri poteſt. Nobis viſum eſt oſtendere, quomodo fiat per quadrantem uſitatum. Quorſum autem proſit, facilè intelligent ii, qui ex vocatione divina debent. Cæteris exponere non eſt officii, nec inſtituti noſtri.

PROBLEMA PRIMUM.

Data diſtantia, altitudinem invenire.

Sit data diſtantia turris GB, nempe recta EG vel AC, 200. pedum. Libeat autem ſcire, quanta ſit altitudo pinnarum ejuſdem turris, nempe puncti B, ſupra oculum menſoris C vel A.

Obſervatis per quadrantem angulis AKM & MKL, quorum ille eſt æqualis angulo ABC, per 38. p. 1. & hic angulo BAC, propterea, quod ut angulus BAC, eſt complementum anguli ABC, per 52. p. 1. ita angulus MKL, eſt complementum anguli AKM, per 9. p. Æqualium autem angulorum AKM & ABC, complementa MKL & BAC, inæqualia eſſe



non poſſunt, per naturam. His, inquam, in hunc modum obſervatis: & repertis angulis ABC, 60. gr. 20. m. BAC, 29. gr. 40′. Dico compendioſiſſimè:

Ut AC. radius	—	—		100000
ad BC. tangentem anguli BAC. 29. gr. 40′.				56962
Ita AC. pedum	—	—	—	200
Ad BC. pedum	—	—	—	$113\frac{924}{1000}$

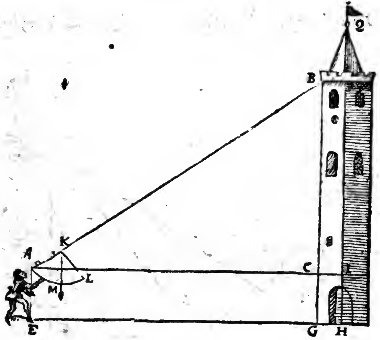
per primum axioma planorum.

NOTÆ

NOTA. Si metiri libeat altitudinem globi Q. non danda erit diſtantia AC, ſed AI, quia punctum Q. puncto C, non eſt perpendiculare.

PROBLEMA SECUNDUM.

Data diſtantia, hypotenuſam invenire.



Rurſum ſit data diſtantia AC, 200. pedum, quæratur autem hypotenuſa AB. quot pedum?

Obſervatis & repertis per quadrantem angulis, ut ante, dico, compendioſiſſimè:

 Ut

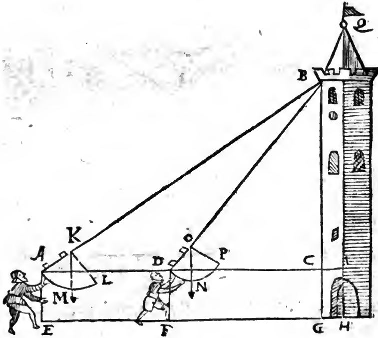
Digitized by Google

Vt AC. radius	— — —	100000
ad AB.ſecantem anguli BAC.29.gr.40′.	—	115085
Ita AC. pedum	— — —	200
ad AB. pedum	— — — —	$230\frac{17}{100}$

per primum planorum.

PROBLEMA TERTIUM.

Data aliqua parte diſtantiæ, reliquam diſtantiam invenire.



Sit data pars aliqua diſtantiæ AC, verbi gratia, EF, vel AD, 90. pedum: quæratur autem reliqua pars diſtantiæ, per quam

Digitized by Google

quam tranſire jam non liceat, propter paludes, aut foſſas interjectas. Aſpectâ eadem altitudine B, ex utroq; termino datæ diſtantiæ, nempe è puncto E & F, & obſervatis in prima quidem ſtatione, angulo AKM, ſive per 38. p. 1. ABC, 60. gr. 20. m. in ſecunda verò, angulo DON, ſive per 38. p. 1. DBC, 44. gr.

Primum, de AC. tangente anguli ABC.	—	175556.
ſubtraho DC. tangentem anguli DBC.	—	96568
Ut reſtet differentia tangentium AD.	—	78988
Deinde dico per 47. p. 1.		
Ut AD. differentia tangentium	— —	78988
ad DC. tangentem minorem	— —	96568
Ita AD. differentia ſtationum	— —	90 ped.
ad DC. diſtantiam ſtationis proximæ	—	110 ped.
Quam ſi addideris ad diſtantiam AD.	—	90 ped.
Habebis totam diſtantiam AC. vel EG.	—	200 ped.

PROBLEMA QUARTUM.

Data aliqua parte diſtantiæ, altitudinem invenire.

Retentis prioris obſervationis angulis, angulorumq; tangentibus, & tangentium differentiâ, Dico per 47. p. 1.

Ut AD. differentia tangentium	— —	78988
ad BC. radium	— —	100000
ita AD. differentia ſtationum	— —	90 ped.
ad BC. altitudinem	— —	114 ped. ferè.

PROBLEMA QUINTUM.

Data aliqua parte diſtantiæ, hypotenuſam invenire.

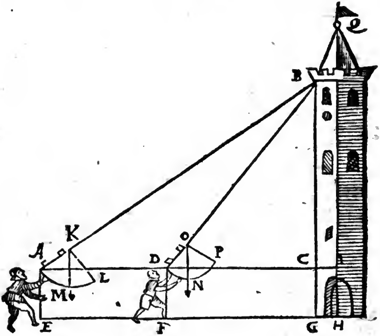
Retentis prioris obſervationis terminis & angulis: primùm ſubtraho angulum BDC, ſive per prius demonſtrata NOP, 46, à duob. rectis 180. ut reſtet obtuſus ADB, 134. gr.

per 20. p. 1. vel quod idem eſt, a[illegible]do angulum DBC. 44. gr. ad angulum BCD, 90. ut reſultet inde angulus ADB, 134 gr. per 48. p. 1. Deinde addo angulum ADB, 134. gr. ad angulũ BAC, 29. gr. 40. m. ut ex ſumma duorum illorum angulorum 163. gr. 40. m. innoteſcat angulus tertius ABD, 16. gr. 20. m. Denique dico per 2. planorum:

Ut AD ſinus anguli ABD. 16. gr. 20′.	—	28122
ad AB. ſinum anguli ADB. 134. gr.	—	71933
Ita AD. differentia ſtationum	— —	90 ped.
ad AB. hypotenuſam	— —	$230\frac{591}{28122}$.

Vel, ſi malis hypotenuſam DB.

Ut AD. ſinus anguli ABD. 16. gr. 20′.	—	28122
ad DB. ſinum anguli DAB 29. gr. 40′.	—	49495.
Ita AD. differentia ſtationum	—	90 ped.
ad DB. hypotenuſam	— —	$158\frac{11274}{28122}$.



PRO-

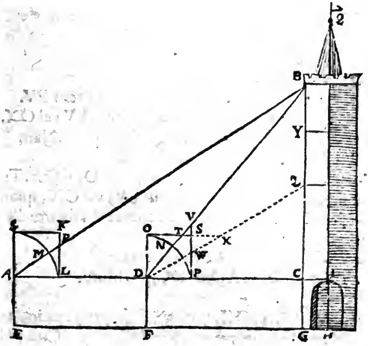
PROBLEMA SEXTUM.

Data altitudine diſtantiam: vel, data aliqua parte altitudinis, reliquam altitudinem, aut diſtantiam, aut etiam hypotenuſam, inde colligere.

Inverte præcedens ſchema, ſic ut BC ſit diſtantia: AC, altitudo: inſtrumento ad caſum perpendiculi convenienter applicato: & calculus erit idem.

APPENDIX.

Non erat mihi propoſitum quicquam de Quadrato Geometrico dicere. Sed quia in mentem venit, multos fore, qui etiam iſtam theoriam deſiderent: En tibi eam paucis.



Latera

Latera Quadrati SK & KL, quorum illud umbra recta, hoc umbra verſa vulgò dicitur, nihil aliud ſunt, quàm tangentes arcuum ſemiquadrante minorum.

Itaque ſi dicas:

Ut AL, ſcala tota ad LR, partes æquales umbræ verſæ: ita AC, diſtantia ad CB, altitudinem.

Perinde eſt, ac ſi dixeris:

Ut AL, radius ad LR tangentem, ita AC, diſtantia ad BC. altitudinem.

Ideo autem ſufficiunt tangentes arcuum ſemiquadrante minorũ, quia eadem eſt proportio tangentis ad radium, quæ radii ad tangentem complementi: per compendium calculi trigonometrici tertium. Vnde hæc duo ſequuntur.

1. Si dicendum ſit,
Ut DP, ad PV.
eodem effectu dici poſſe:
Ut TO, ad OD.
nec deſiderari in tali caſu tangentem PV.

2. Si omnino deſideretur tangens PV vel OX, facile hanc, vel illam, reperiri poſſe. Nam
Ut TO, ad OD, ita DP, ad PV. &
Ut WP, (cui æqualis eſt RL) ad PD, ita DO ad OX. Tunc autem deſideratur interdum tangens PV, vel OX, quando dimenſio fit per duas ſtationes. In eo enim caſu, ſi forte dicendum ſit:

Ut VW, ad WP, ita AD, ad DC, vel:
Ut TX, ad TO, ita AD, ad DC, pro libitu.

Tangentem PV, vel OX, notam eſſe oportet: ut inde differentia tangentium primæ & ſecundæ ſtationis elici poſſit, ſive

ſive illæ tangentes ſint ipſorum angulorum viſionis: ut WP, (hoc eſt, RL) & PV, ſive complementorum, ut OT & OX. Nam id perinde eſt. Quia

I. Triangula compoſita DXTO & BADC, ſunt æquiangula per 38. p. 1. Ergo:

Ut XT, ad TO, ita AD ad DC, per 46. & 47. pp. 1.

II. Triangula compoſita DVWP & DBZC, ſunt æquiangula per 38. p. 1. Ergo

Ut VW, ad WP, ita BZ, ad ZC, per 46. & 4. pp. 1.

Ut autem BZ, ad ZC, ita AD, ad AC, per 45. p. 1. quia nempe recta DZ, eſt parallela baſi AB in Triangulo ABC.

Ergo denique:

Ut VW, ad WP, ita AD ad AC.

Nam quæ conveniunt uni tertio, etiam inter ſe conveniunt.

FINIS.

Digitized by Google

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

PROBLEMATUM ARCHITECTONICORUM

Liber Unus.

PRÆFATIO.

Etiam in Architecturâ Trigonometria uſum habet: præſertim in Architecturâ militari. Quod ut Chriſtianis militibus oſtenderem, Princeps verè CHRISTIANVS, domus Anhaltinæ columen atq; decus, à me poſtulavit, & ſuppetias etiam ad eam rem mihi tulit, tam excelſo ingenio dignas. Tanti igitur Principis & favore excitatus & manuductione adjutus, faciam, quod alioqui minimè facturus eram.

PROBLEMA PRIMUM.

Data multitudine laterum arcis regularis, quantitatem angulorum circumferentiæ reperire.

Arcem hic generaliter voco quemvis locũ munitum. Neque enim aliud vocabulum Latinum ſuppetit, quo exprimam id quod Germanicè dicitur, Eine Feſtunge.

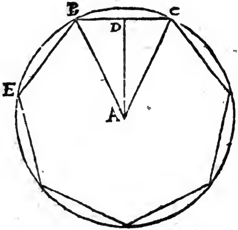
Arx

Arx regularis eſt, quæ æqualibus & lateribus & angulis conſtat, verbi gratia, quatuor, quinq; , ſex, ſeptem, octo, &c. Nam trium laterum & angulorum arx nullius eſt precii. Neq; quatuor laterum arx multum valet. Igitur ad minimum quinque laterum & angulorum eſſe debet. Quo plurium autem eſt angulorum, eo eſt ad defenſionem commodior, ut docet Speckelius Architecturæ militaris Germanicæ fol. 17. A. §. 2. ſecundæ editionis, de anno 1599.

In tali igitur arce, data multitudine laterum, quantitas angulorum circumferentiæ reperitur hoc modo.

Circulum totum arci circumſcriptum, qui circulus ſemper ponitur 360. graduum, divide per multitudinem laterum, & quotum à ſemicirculo, hoc eſt, à duobus rectis ſubtrahe: quod reſtat, erit angulus circumferentiæ arcis.

Ratio præcepti patebit ex ſubjecto exemplo. Sit arx ſeptē angulorum EBC. Totus circulus dividatur per ſeptē: quotus



erit arcus BC. menſura anguli BAC. quo detracto de duobus rectis: in triangulo plano quovis, atq; adeo etiam in triangulo ABC. exiſtentibus: relinquetur ſumma angulorum ABC & ACB: quorum angulorum unuſquiſque eſt dimidium anguli circumferentiæ per ſtructuram. Ergo ſimul ſumti exhibent ipſum angulum circumferentiæ.

Praxis.

360 gr. (51 gr.
7
35
———
10
7
———
3
60
———
180 (25′
7
14
———
40
7
35
———
5
60″
———
300 (43″ ferè
7
28
———
20
7.

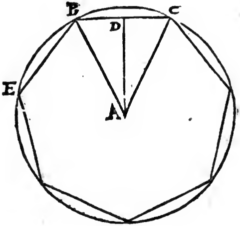
	180. gr.	
BAC.	51. gr. 25′.	43″.
	128. gr. 34′.	17″.
ABD.	64. gr. 17′.	$8''\frac{1}{2}$.
BAD.	25. gr. 42′.	$51''\frac{1}{2}$.

PROBLEMA SECUNDUM.

Data quantitate laterum arcis regularis, diametrum circuli circumſcripti,

cumſcripti, ſimulq; perpendicularem in latus arcis, atq; hinc aream arcis invenire.

Quantitatem laterum ſingulorum uniuſcujuſque arcis regularis Speckelius vult eſſe 1000. pedum. Itali contenti ſunt 800. pedibus: ut refert idem Speckelius fol. 24. Belgæ variant. Quem nos ſequamur, ad Trigonometriam nihil intereſt. ergo Speckelii numerum retinebimus, quo retento latus BC erit 1000. pedum: ejuſque dimidium BD, erit 500. pe-



dum. Quo dato, facile erit latus AB & AD in triangulo ABC; quæ duo jam requiruntur, invenire. Nam in triangulo BAD omnes anguli dati ſunt, per Problema antecedens. Poſito igitur latere dato BD, pro radio (facilioris calculi cauſa) latus AB erit ſecans, AD tangens, anguli DBA. Qui angulus in propoſito exemplo arcis ſeptem angulorum eſt *64. gr. 17'.* 8''½. Secans autem ejus anguli eſt *23047632*, tangens *20765195*. Dico igitur

Pro inventione lateris AB.

Ut BD radius	—	10000000	23047632
ad AB ſecantem	—	23047632	500
ita BD pedum	—	500	1152|3816000
ad AB pedum	—	1152|3816	

Pro inventione lateris AD.

Ut BD radius	—	10000000	20765195
ad AD tangentem	—	20765195	500
ita BD pedum	—	500	1038|2597500
ad AD pedum	—	1038|25975	

Quod multiplicatum per BD — 500

exhibet aream Trianguli ABC. 519129|87500

Quæ area multiplicata per — 7

exhibet aream totius Arcis 3633909|125

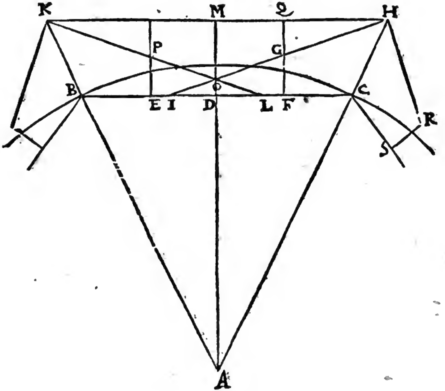
Speckelius in arce ſeptem angulorum poſito uno latere 1000. pedum invenit ſemidiametrum 1155. pedum. At invenire debuit 1152. pedum, error eſt. 3. pedum. In arce octo angulorum ſemidiametrum invenit 1300. pedum. At invenire debuit 1306. pedum, error eſt 6. pedum. In arce 16. angulorum ſemidiametrum invenit 2580. pedum. at invenire debuit 2563. pedum, error eſt 17. pedum. Tantùm trigonometria mechanicis operationibus præſtat.

PROBLEMA TERTIUM.

Partes præcipuas arcis, nempe cortinam, faciem, alam & angulum propugnaculi rectè conſtituere.

Cortina eſt linea ſive longitudo valli inter duo propugnacula interjecta: qualis eſt hic linea EF. propugnaculum eſt FGHRS. facies propugnaculi eſt GH. ala FG. collum FC. Angulus propugnaculi eſt angulus GHR. Qui angulus vulgò dicitur

dicitur angulus defenſus, ſive defendendus: reſpectu anguli KOH, qui vulgo dicitur angulus defendens.



Poſito igitur latere arcis BC 1000. pedum, Speckelius cortinam vult eſſe 500. faciem 400. alam 150. pedum.

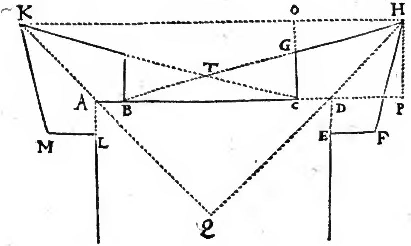
Alii à facie propugnaculi incipientes eam volunt eſſe in arce maxima 400. in mediocri 350. in minima 300. pedum. Deinde facie pro libitu aſſumtâ, cortinam volunt continere quinque quartas, & alam duas quintas faciei. Quæ propor-

proportio cum Speckeliana propè convenit. Nam ſi faciem 400. pedum dividas in quatuor partes, hoc eſt, in quater centum pedes cortina, ſi ſit 500 pedum, exactè continebit quinq; talium partium. Sin eandem faciem 400. dividas in quinque partes, duæ quintæ efficient 160. pedes. quæ parum abſunt à 150. pedibus.

Alii, diviſo latere arcis in quinq; partes, cortinæ tribuunt hujuſmodi partes 3. faciei 2. alæ $0\frac{3}{4}$ (hoc eſt $\frac{1}{4}$ cortinæ.) Qua ratione collo propugnaculi utrinque relinquitur pars una.

Angulum propugnaculi Speckelius ſemper vult eſſe rectum. Erhardus de Bar le duc itidem. Atqui in arce quadrangula vel quinquangula id locum habere nullo modo poteſt: ut ipſimet fatentur: imò in arce etiam ſexangula vel ſeptangula difficulter. Ideò præceptum illud de arce octo vel plurium angulorum inprimis eſt intelligendum. Itali plerique angulum propugnaculi faciunt obtuſum, quod is ſit cæteris firmior. In Belgio ſunt artifices nobiliſſimi, qui angulum propugnaculi pro ratione anguli circumferentiæ arcis variandum eſſe cenſent: ſic nimirum, ut quanto magis aperiatur angulus circumferentiæ, tantò magis etiam aperiatur angulus propugnaculi. Abſurdum enim eſſe putant, ut angulo circumferentiæ creſcente, angulus propugnaculi non ſimul creſcat. In arce igitur quadrangula; quippe omnium minima; quia angulus circumferentiæ eſt minimus, nempe tantum 90. graduum, etiam angulum propugnaculi minimum eſſe volunt; Minor autem nunquam eſſe debet, quàm ſexaginta graduum. Angulus ergo propugnaculi ſive angulus defenſus arcis regularis quadrilateræ erit 60. graduum. Quo poſito angulus defendens neceſſario erit 150. graduum. Sit enim arx quadrilatera ABCDE &c. Quia igitur angulus GHF. ponitur 60. graduum: atque adeo angulus GHD. 30. graduum: angulus autem OHD, eſt 45. graduum; quippe æqualis

qualis angulo CDQ, propter rectas OH & CD. parallelas: ideo angulus OHG, neceſſario eſt 15. graduum. Nam ſi 30.



ſubtrahas de 45. reſtant 15. Atqui anguli OHG ſive OHT & OKT ſunt æquales: per ſtructuram. Ergo ſimul ſumti complent 30. gradus: quibus de 180. gradibus ſubtractis, reſtant pro angulo KTH, 150. gradus: Quod demonſtrandum erat.

In arce igitur omniũ minima, nempe quadrangula, ubi angulus circumferentiæ eſt rectus: angulus defenſus eſt 60. defendens 150. graduum. In cæteris arcibus, quæ angulum circumferentiæ habent recto majorem, angulum defenſum & defendentem, ſecundum illos, ſic inquires.

Subtrahe angulum circumferentiæ minimum, hoc eſt 90. gradus, ab angulo circumferentiæ propoſitæ arcis: relicti dimidium adde ad minimum angulum defenſum, hoc eſt ad 60. gradus; idemque dimidium aufer à maximo angulo defen-

Digitized by Google

dente, nempe à 150. gradibus; & acquires iſtâ quidem operatione angulum defenſum, hâc verò angulum defendentem propoſitæ arcis.

Exemplum primum arcis quinquangulæ.

360 (72 gr.	180 gr.
5	72
35	108 Angulus circumferentiæ.
10	90
5	18
	dimid. 9
	60
	69 Angulus defenſus.
	150
	Idē dimid. 9
	141 Angulus defendens.

Exemplum ſecundum arcis ſexangulæ.

360 (60 gr.	180
6	60
	120. Augulus circumferentiæ.
	90
	30
	15
	60
	75 Angulus defenſus.
	150
	15
	135 Angulus defendens.

Exemplum tertium, arcis ſeptangulæ.

260 gr.	180
7 (51 gr.	51. gr. 25′. 43″.
35	

10
7
———
3
60′
———
180 (25′
7
14
———
40
7
35
———
5
60″
———
300(45″terè.
7
28
———
20
7

128. gr. 34′. 17″½ Angulus circumferentiæ.
90
———
38. gr. 34′. 17″½
———
19. gr. 17′. 8″½
60 gr.
———
79. gr. 17′. 8″½ Angulus defenſus.
150. gr.
19. gr. 17′. 8″½
———
130. gr. 42′. 51″½ Angulus defendẽs.

Hâc ratione angulus defenſus non prius fit rectus, quàm ventum ſit ad arcem duodecim angulorum, Sed fit tamen recto proximus: quod ſatis eſt: & angulus defendens non fit nimis obtuſus: quod planè vitioſum eſſet: Nam ut angulus defenſus, quò rectior eò melior, ita angulus defendens, quò acutior eò melior. Sic igitur anguli defenſi perfectio curanda eſt, ut anguli etiam defendentis perfectioni, quantum fieri poteſt ſtudeatur.

Cæterum, ſi in inquiſitione angulorum feſtinandum ſit, ſume duas tertias anguli circumferentiæ pro angulo propugnaculi: nec multum à ſcopo aberrabis: ut ſequens calculus oſtendet.

Angulus circumferentiæ.	Quadrang.	Quinq.	Sexang.	Sept.	Octang.
	90.	108.	120.	129.	135
Una tertia	30.	36.	40.	43.	45
Duæ tertiæ	60.	72.	80.	86.	90.

Porrò,

Porrò, dicta proportio linearum & angulorum ſimul quidem conſiſtere poteſt, quamdiu principium lineæ defenſionis incertum relinquitur, nec ad concurſum alæ & cortinæ alligatur. At, ſi lineam defenſionis ex ipſo concurſu alæ & cortinæ perpetuò ductam velis, certa linearum ſimul & angulorum proportio obſervari non poteſt. Nam ſi dixero:

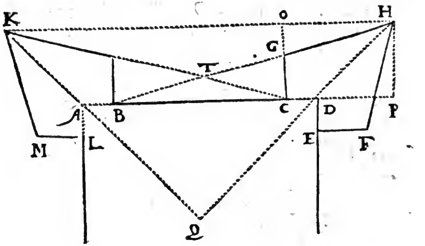
Multiplicatio.

Ut cortina 3. | 3 — 10000000 | 300 &c.
ad alam $\frac{1}{4}$. | 4 —— 1 | 4
ita radius 10000000. | Diviſio per 3.
ad tangentē 2500000. | 1 — 30000000 | 300 &c.
3 —— 4 | 12
30000000 (2500000
12
24
Prodibit angulus à cortina & linea defenſionis | 60.
12
comprehenſus. 14 gr. 2'. 10. At debebat eſſe
In quadrangulo 15. gr.
In quinquangulo 19. gr. 30'.
In ſexangulo 22. gr. 30'.
In ſeptangulo 24. gr. 39'. & ſic deinceps.

Igitur in tali caſu, quando nimirum linea defenſionis ex concurſu alæ & cortinæ ducenda eſt, vel lineæ angulis, vel vel anguli lineis cedant oportet. Quod ſi ergo angulos retinere cupis inconcuſſos, alæ quantitatem pro ſingulis multangulis peculiariter inquiras, hoc modo. Angulus à cortina & linea defenſionis comprehenſus: nempe in ſchemate tertio angulus GBC: eſt, ut modo diximus:

		Tangentes illorum angulorum ſunt.
In quadrangulo	15 gr.	2679492.
In quinquangulo	19 gr. 30'.	3541186.
In ſexangulo	22 gr. 30.	4142136.
In ſeptangulo	24 gr. 39.	4588917.

Dico



Dico igitur:

Pro quadrangulo.

Ut radius.	10000000.
ad tangentem.	2679492.
Ita cortina.	3
ad alam.	$\frac{4}{5}$

2679492—3
3—3
8038476—0
1|0000000

Pro quinquangulo.

Ut radius.	10000000.
ad tangentem	3541186.
Ita cortina.	3
ad alam.	$1\frac{6}{100}$

3541186—1
3—3
1|0623558—3
1|0000000

Pro ſexangulo.

Ut radius.	10000000.
ad tangentem.	4142136.
Ita cortina.	3
ad alam.	$1\frac{1}{5}$

4142136—3
3—3
1|2426408

Porrò, dicta proportio linearum & angulorum ſimul quidem conſiſtere poteſt, quamdiu principium lineæ defenſionis incertum relinquitur, nec ad concurſum alæ & cortinæ alligatur. At, ſi lineam defenſionis ex ipſo concurſu alæ & cortinæ perpetuò ductam velis, certa linearum ſimul & angulorum proportio obſervari non poteſt. Nam ſi dixero:

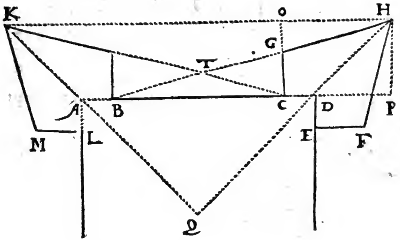
	Multiplicatio.
Ut cortina 3.	3 — 10000000 | 300 &c.
ad alam $\frac{1}{4}$.	4 —— 1 | 4
ita radius 10000000.	Diviſio per 3.
ad tangentẽ 2500000.	1 — 30000000 | 300 &c.
	3 —— 4 | 12
	30000000 (2500000
	12
	2.4
Prodibit angulus à cortina & linea defenſionis	60
	12

comprehenſus. 14 gr. 2'. 10. At debebat eſſe
In quadrangulo 15. gr.
In quinquangulo 19. gr. 30'.
In ſexangulo 22. gr. 30'.
In ſeptangulo 24. gr. 39'. & ſic deinceps.

Igitur in tali caſu, quando nimirum linea defenſionis ex concurſu alæ & cortinæ ducenda eſt, vel lineæ angulis, vel vel anguli lineis cedant oportet. Quod ſi ergo angulos retinere cupis inconcuſſos, alæ quantitatem pro ſingulis multangulis peculiariter inquiras, hoc modo. Angulus à cortina & linea defenſionis comprehenſus: nempe in ſchemate tertio angulus GBC: eſt, ut modo diximus:

		Tangentes illorum angulorum ſunt.
In quadrangulo	15 gr.	2679492.
In quinquangulo	19 gr. 30'.	3541186.
In ſexangulo	22 gr. 30.	4142136.
In ſeptangulo	24 gr. 39.	4588917.

Dico



Dico igitur:

Pro quadrangulo.

Ut radius.	10000000.	2679492—3
ad tangentem.	2679492.	3—3
Ita cortina.	3	8038476—0
ad alam.	$\frac{4}{5}$	1|0000000

Pro quinquangulo.

Ut radius.	10000000.	3541186—1
ad tangentem	3541186.	3—3
Ita cortina.	3	1|0623558—3
ad alam.	$1\frac{6}{100}$	1|0000000

Pro ſexangulo.

Ut radius.	10000000.	4142136—3
ad tangentem.	4142136.	3—3
Ita cortina.	3	1|2426408
ad alam.	$1\frac{1}{5}$	

Pro ſeptangulo.

Ut radius.	10000000	4588917—6
ad tangentem.	4588917	3—3
Ita cortina.	3	1|3766781
ad alam.	$1\frac{3}{5}$ &c.	

Alâ ſic inventâ, ſi faciem vis immutabiliter eſſe duarum partium, qualium cortina eſt trium, variabit collum: & quantitas ejus ſic reperietur:

unde figura prob: 17. q... cu...

I. Ut GH. radius ad ſinum GO.
Ita GH. 2. ad GO - - - - -
Quo addito ad GC - - - -
Fit OC. vel HP - - -
II. Ut GH. radius ad ſinum HO
Ita GH. 2. ad HO vel CP - - - -
III. Ut HP radius ad PD tangentem
Ita HP partium - - - - ad PD
Quo demto de CP.

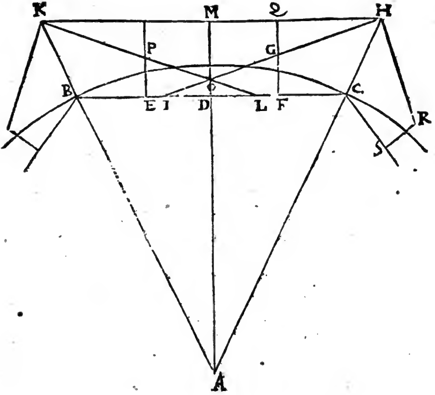
Relinquitur CD.

Exemplum hujuſce calculi videbis infra, ſub finem problematis decimiſeptimi.

PROBLEMA QUARTUM.

Qualeſcunq; dentur, cortina, facies, ala, atq; angulus propugnaculi: quanta futura & in quam partem cortina caſura ſit linea defenſionis, invenire.

In priore ſchemate problematis antecedentis latus BC ſit latus arcis ſeptangulæ. Angulus igitur BAC erit 51. gr. 25′. 43″. Angulus verò BAD 25. gr. 42′. 51″$\frac{1}{2}$. quippe dimidius anguli BAC, Angulus denique ABD erit 64. gr. 17′. 8″$\frac{1}{2}$: quippe anguli BAD complementum: omnia, per problema primum. Ponatur jam angulus propugnaculi GHR 84 gr. 16′. angulus igitur



igitur GHC erit 42.gr.8. Quem ſi ſubtrahas ab angulo QHC. qui eſt æqualis angulo DCA. 64. gr. 17′. 8″½. reſtabit angulus QHG.22.gr.9′.8″½. Cujus complementum eſt angulus QGH 67. gr. 50′. 51″½. cui æquatur angulus FGI. unde liquet triangula QGH. & FGI. eſſe prorſus æquiangula: quod & ſtructura indicat. Porrò, ſi angulum QGH 67.gr.50′.51″½. ſubtrahas à duobus rectis, reſtabit obtuſus FGH. 112.gr.9′.8″½. Si eundem angulum QGH. vel MOH duplum ſumas, habebis obtuſum KOH 135.gr.41′.43″. Denique ſi angulum DCA

64.gr.

Digitized by Google

64.gr.17′.8″½. ſubtrahas à duobus rectis, habebis obtuſum FCH.115.gr.42′.51″½. Atque ita omnes anguli in hac figura noti erunt.

De lateribus, datum ſit latus arcis BC. 1000. cortina EF 500. facies GH. 400. ala FG 150. pedum, ex Speckelii inſtituto. Latera igitur DF & FC ſingula erunt 250. pedum.

Quibus ita poſitis primum inquiratur longitudo lineæ defenſionis IH, hoc modo: In Triangulo IGF. datum eſt latus GF 150. pedum, dati ſunt etiam anguli FGI & FIG: ille quidem 67.gr.50′.51″½. hic verò 22.gr.9′.8″½. Ponatur igitur latus datum FG. pro radio; Quo facto latus IG erit ſecans anguli FGI. 67.gr.50′.51″½. Atqui illius anguli ſecans eſt 26520216. Dico igitur.

Ut FG radius	10000000	26520216—6
ad GI ſecantem	26520216	150—6
ita FG pedum	150	1326010800
ad GI pedum	397|80324	26520216
Quo addito ad GH	400	397|8032400—0
efficitur IH	797|80324	

longitudo lineæ defenſionis: quam circiter 800. pedum artifices eſſe volunt, nempe pro ictu bombardæ furca ſuſtentatæ.

Deinde inquiratur, in quam partem cortinæ linea defenſionis incidat. h. e. quantum diſtet punctum I. à puncto E. ſive quanta ſit recta EI?

Eaq; inquiſitio inſtituatur hoc modo.

In eodem Triangulo IFG. & eodem latere FG pro radio poſito, ut IG eſt ſecans, ita IF eſt tangens anguli FGI. 67.gr. 50′.51″½. Atqui tangens illius anguli eſt 24562610 Dico igitur;

Ut FG

U FG radius	10000000	24562610—8
ad FI tangentem	24562610	150—6
Ita FG pedum	150	1228130500
ad FI pedum	368|43915	2456261
Quo detracto de FE	500|00000	368|4391500—3

Relinquitur EI pedum 131|56085. diſtantia initii lineæ defenſionis ab ala. Quam diſtantiam alii artifices multò minorem, nempe tantùm duodecim pedum aut circiter: nonnulli etiam planè nullam eſſe volunt: At invenias exempla viva arcium exactiſſimè munitarum, in quibus diſtantia EI. ſit plus quàm 200. pedum, & perparum à medio cortinæ diſtet.

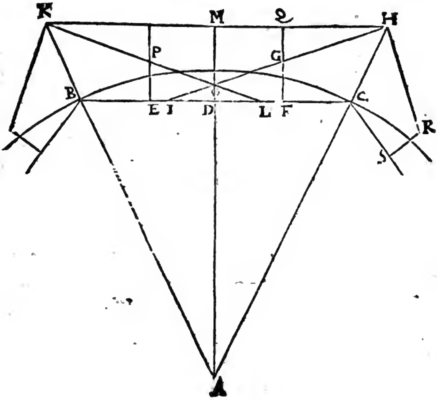
PROBLEMA QUINTUM.

Ex iiſdem datis punctum decuſſationis duarum linearum defenſionis, quantum & à latere arcis & ab extremitate alæ diſtet, invenire.

Punctum illud in hoc noſtro ſchemate & punctum O. diſtantia ejus à latere arcis eſt recta DO. ab extremitate verò alæ recta OG. Hæ igitur duæ lineæ nempe recta DO & recta OG. hoc loco quæruntur. Inventio autem earum tota conſiſtit in ſolutione trianguli IOD. in quo quia latus ID. jam notum eſt, vel certe notum eſſe poteſt per Problema antecedens. Nam, ſi

repertam ibi rectam EI	131|56085
ſubtraxeris à recta ED	250|
Reſtabit recta ID	118|43915

Pono hoc latus ID pro radio. Qua poſitione latus DO erit tangens, IO. ſecans, anguli DIO. 22. gr. 9'. 8''½. per problema antecedens. tangens autem illius anguli eſt 4071228. ſecans 10796987. Dico igitur,



I. Ut ID radius — 10000060
ad DO tangentem 4071228
Ita ID pedum — 118|43915
ad DO pedum — 48|21928

11843915 — 5
4071228 — 6
94751320
23687830
23687830
11843915
82907405
47375660
48|21927|8377620 — 3.

II. Ut

II. Ut ID radius —	10000000	
ad IO ſecantem —	10796987	
ita ID pedum —	118	43915
ad IO pedum —	127	87859
Quo detracto de IG	397	80324
Relinquitur OG —	269	92465
Quo addito ad GH	400	
efficitur OH —	669	92465

11843915 — 5
10796987 — 2
82907405
94751320
106595235
71063490
106595235
82907405
11843915
127|87859|6284105 — 1

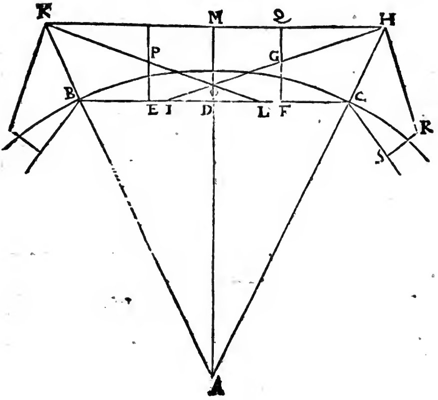
PROBLEMA SEXTUM.

Extremorum propugnaculorum diſtantiam, & à ſe invicem & à centris ſuis; atq; etiam à centro arcis, ſimulq; perpendicularem à centro arcis in rectam extrema propugnacula connectentem, invenire.

Extrema propugnacula voco extremitates ſive cuſpides propugnaculorum, nempe puncta K & H quorum punctorum diſtantia ab invicem eſt recta KH, diſtantia verò eorundem illorum punctorum à ſuis centris, hoc eſt, à centris propugnaculorum B & C ſunt rectæ BK & CH. diſtantia porrò punctorum illorum à centro arcis eſt recta AK vel AH; perpendic·.laris denique à centro arcis in rectam KH eſt recta AM. Ad quas l neas omnes inveniend[...] opus eſt ſolutione triangulorum GQH & AMH.

In triangulo GQH. præter omnes angulos nota eſt etiam hypotenuſa GH. qua pro radio poſita latera GQ & QH ſunt ſinus oppoſitorum ipſis angulorum; qui ſinus ita habent ut ſequitur.

Digitized by Google



I. Ut ID radius —	10000060		11843915 — 5
ad DO tangentem	4071228		4071228 — 6
Ita ID pedum —	118|43915		94751320
ad DO pedum —	48|21928		23687830
			23687830
			11843915
			82907405
			47375660
			48|21927|8377620—3.

II. Ut

Digitized by Google

II. Ut ID radius	—	10000000
ad IO ſecantem	—	10796987
ita ID pedum	—	118|43915
ad IO pedum	—	127|87859
Quo detracto de IG		397|80324
Relinquitur OG	—	269|92465
Quo addito ad GH		400|
efficitur OH	—	669|92465

11843915 — 5
10796987 — 2
82907405
94751320
106595235
71063490
106595235
82907405
11843915
127|87859|6284105 — 1

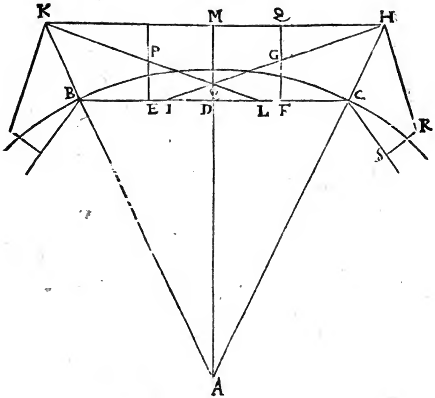
PROBLEMA SEXTUM.

Extremorum propugnaculorum diſtantiam, & à ſe invicem & à centris ſuis; atq; etiam à centro arcis, ſimulq; perpendicularem à centro arcis in rectam extrema propugnacula connectentem, invenire.

Extrema propugnacula voco extremitates ſive cuſpides propugnaculorum, nempe puncta K & H quorum punctorum diſtantia ab invicem eſt recta KH, diſtantia verò eorundem illorum punctorum à ſuis centris, hoc eſt, à centris propugnaculorum B & C ſunt rectæ BK & CH. diſtantia porrò punctorum illorum à centro arcis eſt recta AK vel AH; perpendicularis denique à centro arcis in rectam KH eſt recta AM. Ad quas lineas omnes inveniendas opus eſt ſolutione triangulorum GQH & AMH.

In triangulo GQH. præter omnes angulos nota eſt etiam hypotenuſa GH. qua pro radio poſita latera GQ & QH ſunt ſinus oppoſitorum ipſis angulorum; qui ſinus ita habent ut ſequitur.

Digitized by Google



Anguli minoris GHQ 22 gr. 9'. $8''\frac{1}{2}$. ſinus eſt 3770709
Anguli majoris GQH 67 gr. 50'. $51''\frac{1}{2}$. ſinus eſt 9261844.

Dico igitur,

I.	Ut GH radius	—	10000000	
	ad GQ ſinum	—	3770709	3770709 — 6
	Ita GH pedum	—	400	400 — 4
	ad GQ pedum	—	150|82836	150|8283600 — 6
	Quo addito ad FG	—	150	

Efficitur

Efficitur QF vel MD	—	300|82836	
Quo rurſum addito ad AD		1038|25975	
efficitur AM	—	1339|08811	
II. Ut GH radius	—	10000000	9261844
ad QH ſinum	—	926 1844	400
Ita GH pedum	—	400	370|4737600
ad QH pedum	—	370|47376	
Quo addito ad MQ	—	250	
efficitur MH	—	620|47376	
Cujus duplum eſt KH		1240|94752.	

diſtantia extremorum propugnaculorum à ſe invicem.

In triangulo AMH nota jam ſunt duo latera, nempe latus AM, & latus MH. Noti etiam ſunt omnes anguli: nempe angulus MAH. 25. gr. 42′. 51″½. ejuſque complementum MHA. 64. gr. 17′. 8″½. Poſito igitur latere AM pro radio. AH erit ſecans anguli 25. gr. 42′. 51″½. Quæ ſecans ex canone deſumta eſt partium 11099163. Dico igitur

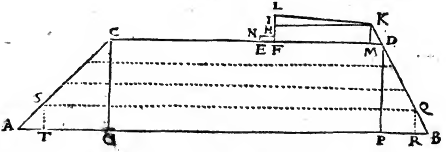
Ut AM radius	—	10000000	1339|08811—7
ad AH ſecantem		11099163	110|99163—3
Ita AM pedum	—	1339|08811	4017|26433
ad AH pedum	—	1486|27572	80345|2866
Unde ſi detraxeris			133908|811
AC		1152|38160	12051792|99
			120517929|9
			133908811
			133908811
Relinquitur CH		333|89412.	1486|27572|0425193—3..

PROBLEMA SEPTIMUM.

Valli latitudinem & altitudinem rectè conſtituere.

 Iſta

Iſta pro ratione & materiæ & formæ & ſitus arcis variant. Nos in exemplum proponemus vallum, cujus altitudo CG.



ſit 20. pedum, latitudo maxima AB 90. minima CD 60. acclivitas interior AG altitudini æqualis. nempe 20. pedum: acclivitas exterior PB: ad altitudinem ſubdupla, nempe 10. pedum. Loricæ latitudo maxima FD 24. minima IK 22. pedum: acclivitas MD 2. pedum, altitudo FI vel MK. 4. pedum IL. 2. FL 6. pedum. Scamni latitudo EF 3. pedum: altitudo EN. unius pedis.

PROBLEMA OCTAVUM.

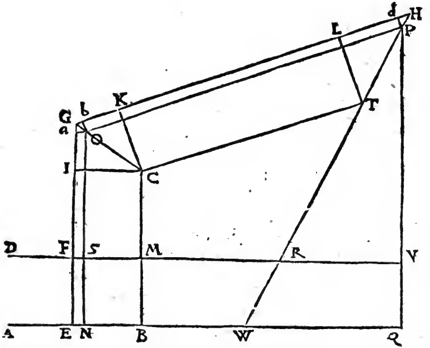
Longitudinem valli interiorem ad datam latitudinem inveſtigare.

Longitudo valli exterior DFGH, jam ſupra data eſt, nempe

DF	250.
FG	150.
GH	400.
Tota DFGH	800. pedum.

Longitudo valli interior ABCT ad datam latitudinem AD, 90. pedum jam quæritur.

Quia



Quia igitur data eſt latitudo AD, & illi æquales EF, BM. FM & EB. Ideò ſi

ad AE	— —	250
addas EB	—	90
habebis AB	—	340
Item ſi ad FG	— —	150
addas EF	— —	90
habebis EG	—	240

Unde ſi auferas IG
reſtabit EI vel BC

Sed IG incognita eſt, ergo per Trigonometriam inquiratur, hoc modo.

In trian-

In triangulo IGC (cui æquatur triangulum GKC per ſtructuram) notus eſt angulus IGC. per problema IV. dimidius nempe obtuſi IGK,

qui obtuſus IGK erat	111 gr. 9'.8''½. ergo
acutus IGC erit	55.gr.34'.34''. Hujus verò
Complem. ICG erit	34.gr.25'.26''.

Notum eſt præterea latus IC 90. pedum.

Poſito igitur hoc latere IC. pro radio, latus IG erit tangens anguli ICG, quę tangens in canone reperitur partiū 6853268 Dico igitur.

Ut IC radius —	10000000	6853268
ad IG tangentem —	6853268	90
Ita IC pedum —	90	61|6794120
ad IG pedum —	61|679412	
Quo ſublato de EG	240|000000	
Reſtabit EI vel BC. —	178|320588	
Unde ſi rurſum auferas BM —	90	
Reſtabit CM — —	88|320588	
Item, ſublato GK —	61|679412	
de GH —	400	
Reſtat KH — —	338|320588	

Unde ſi auferam LH.

Relinquetur KL ſive CT.

Sed LH. rurſus ignoratur: nec niſi per Trigonometriam indagari poteſt.

Notus autem eſt in Triangulo TLH. per problema IV. angulus LHT. 42.gr.8'. Et ejus complementum angulus LTH. 47.gr.52'. cujus tangens de canone eſt, 11054284. Dico igitur

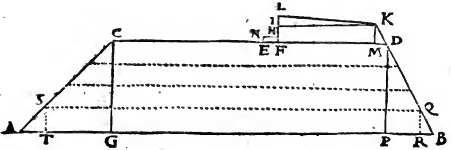
Ut TL radius — —	10000000	11054284
ad LH tangentem —	11054284	90
Ita TL pedum —	90	99|4885560
ad LH pedum —	99|488556	
Quo ſubtracto de KH	338|320588	

Reſtabit

Reſtabit KL ſive CT	—	238|832032
Cui adde CB	— —	178|320588
& AB	— —	340|
Et habebis totam ABCT		757|15262

PROBLEMA NONUM.

Aream ſectionis valli reperire.



Imaginē ſectionis valli refert ſchema ex problemate VII. hûc repetitum. Cujus ſchematis aream ex datis in eo lineis ita quàm facilimè invenies.

Valli abſque loricâ longitudo

maxima eſt AB	—	90 ped.
minima CD	—	60
		150
media	— —	75
Altitudo CG	—	20
Area ABCD	—	1500

In lorica, trapezii FIKD longitudo
maxima eſt FD — 24.ped.
minima IK — — 22 ped.

46.

media — — 23.ped.
altitudo FI — — 4.ped.

Area FIKD — — 92.ped.
In triangulo IKL latus IK eſt — 22.ped.
dimidium latus IL eſt — 1.ped.

Ergo area ILK eſt — — 22.ped.
Cui adde aream FIKD — 92.ped.

Et habebis totam aream
loricæ ſine ſcamno — 114.ped.
Scamni EFNH latitudo EF eſt — 3.ped.
Altitudo EN — — 1.ped.

Area EFNH — — 3.
Cui adde aream loricæ reliquæ — 114.

Et habebis aream loricæ cum
ſcamno — 117.
Cui adde reliquam aream valli 1500.

Et habebis aream ſectionis totius
valli — 1617.pedum quadratorum.

PROBLEMA DECIMUM.

Corpus valli totum reperire.

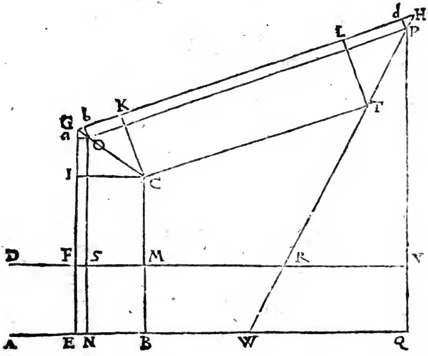
Corpus valli intra curvaturas facilimè invenitur: multiplicando ſcilicet aream ſectionis valli per longitudinem valli minimam. Ut, longitudo valli minima à medio cortinæ uſque

ad alam, eſt AE	—	—	250 ped.
In ala ipſa CM	—	—	88|320588
In facie CT	—	—	238|832032

Summa

Digitized by Google

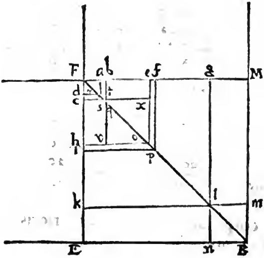
Summa —	577	15262
Area ſectionis valli — —		1617
	4040	06834
	5771	5262
	346291	572
	577152	62
Corpus valli intra curvaturas exiſtens	933255	78654



nempe à medio cortinæ D uſque ad F, & ab F uſque ad I, & denique à K uſque ad L. Sed curvaturarum corpus indagare, hoc opus hic labor eſt: ſi quis non proximum vero,

 ſed

ſed ipſum verum ſcire appetiverit. Sic autem procedes, ſi te appetitus iſte inceſſerit.



Ante omnia corpus valli ipſius & tùm demum corpus loricæ inquires.

Corpus valli ut invenias, primum aream valli ſupremam indagato; Deinde eam per altitudinem multiplicato, & habebis corpus valli perpendiculare.

Suprema area valli eſt, quæ conſiſtit intra lineas d r a, & k l g. quas lineas jam noſti ex plana ſectione valli, ad problema nonum annotata.

Linea nempe d r. vel r a. eſt linea acclivitatis valli exterioris, diſtans ab ambitu valli exteriore 10. pedibus, & tranſiens in ſchemate planæ ſectionis valli per punctum P.

Linea

Linea k l vel l g. eſt linea acclivitatis valli interioris, diſtans ab ambitu valli exteriore 70. ab interiore 20. pedibus; & tranſiens in plana ſectione valli per punctum G.

Inventio igitur areæ talis erit.

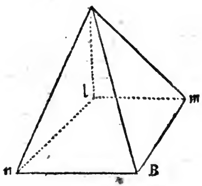
Longitudo minima d r	—	10
& r a	—	10
maxima k l	—	70
& l g	—	70
Aggregatum	—	160
Longitudo media	—	80
Latitudo CK	— —	60
Area	—	4800
altitudo	—	20
Corpus valli perpendiculare		96000

Deinde corpus acclivitatis valli interioris à k vel g uſq; ad l inquiras, hoc modo.

longitudo k l	—	70
latitudo l n	—	20
Area E k l n	—	1400
altitudo	— —	20
Corpus utriuſque		28000

acclivitatis: nempe & ejus quæ conſiſtit in baſi E k l n. & ejus quæ conſiſtit in baſi l g M m.

Tertiò inquire corpus pyramidis ſimplicis circa angulum B. ſuper baſi l n B m conſiſtentis, cujus delineatio optica talis eſt.



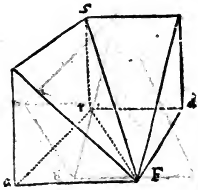
Inventio autem ſtereometrica talis eſt.

l n.	—		20
n B.	—		20
plana baſis	—	—	400
Altitudo	—	—	20
Priſma	—	—	8000|
Pyramis	—	—	2666|66666. triens ſcilicet

priſmatis baſi & altitudine æqualis per 7.p.12. Euclid. ſive per 5. Elementum 23. libri Geomet. Rami.

Quartò, inquire corpus duplicis pyramidis circa angulum F in baſi F d r a. conſiſtentis, cujus delineatio optica talis eſt.

Inven-



Inventio autem ſtereometrica talis eſt.

FD.	—	10
dr.	—	10
plana baſis a r d F	—	100
Altitudo r s	— —	20
Priſma	— —	2000
Pyramis ſimplex	—	*666|66666*
duplex	—	1333|33332

(Nota in angulis curvaturarum externis, quales ſunt ad G & H, acclivitates efficiunt pyramides ſimplices. In angulis verò internis, quales ſunt ad FC. & T. acclivitates efficiunt duplices pyramides, cujus rei cauſam melius non intelliges, quam ſi cubo ligneo in tres pyramides diſſecto, & pyramidibus illis ad angulos curvaturarum tùm externos tùm internos accommodatis, ipſis oculis tuis magiſtris utâris.)

Iam

Iam collige in unam ſummam hujus curvaturæ ſive juncturæ

corpus perpendiculare	—	96000
corpus acclivitatum	—	28000
Pyramidem ſimplicem	—	2666|66666
Pyramidem duplicem	— —	1333|33333
Et habebis totum corpus valli ſine lorica, in iſta quidem curvatura conſiſtentis, pedum cubicorum		127999|99999
ferè	— —	128000|

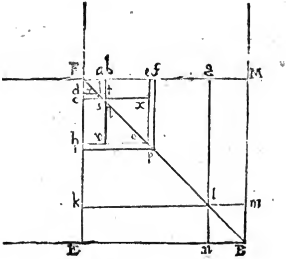
Hinc loricæ corpus inveſtiga, atq; ibi rurſum ante omnia inquire corpus perpendiculare hoc modo.

Ejus longitudo eſt cq	—	12
qb	—	22
ho	—	34
oc	—	34
Aggregatum	—	92
Longitudo media	—	46
Latitudo ch	—	22
		92
		92
plana baſis	—	1012
Altitudo	— —	4
corpus perpendiculare		4048

Deinde inquire corpora triangularia corpori perpendiculari utrinque inſiſtentia uſq; ad pyramidem, hoc modo.

dimidia

Digitized by Google



dimidia longitudo h.v. &x e	—	—	12
latitudo v q	—	—	22
			24
			24
plana baſis	—	—	264
altitudo	—	—	2
corpus	—	—	528

Tertiò inquire corpus duplicis pyramidis interpoſitæ, hoc modo.

longitudo v q	—	—	22
latitudo q x	—	—	22
			44
			44

Digitized by Google

plana baſis	484
Altitudo	2
priſma	968
pyramis	322|66666
duplum	645|33333

Quartò inquire corpus acclivitatum loricæ, hoc modo.

longitudo dimidia c s	10
latitudo r s	2
plana baſis	20
altitudo	4
corpus	80

Quintò inquire duplicem pyramidem acclivitatis loricæ, hoc modo.

longitudo r s	2
latitudo s q	2
plana baſis	4
Altitudo	4
priſma	16
pyramis	5|33333
duplex pyramis	10|66666

Poſtremò inquire corpus ſcamni, hoc modo.

longitudo h o	34
o e	34
i p	37
p f	37
aggregatum	142

longitudo

Digitized by Google

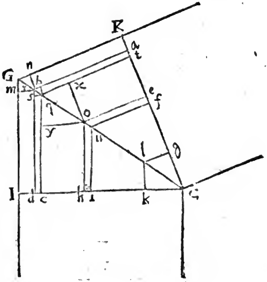
longitudo media	— —	71
latitudo	— — —	3
Area	— — —	213
altitudo	— — —	1
corpus	— — —	213

Iam collige in unam ſummam omnia, quæ ad loricam pertinent, hoc modo.

loricæ corpus perpendiculare	—	4048	
corpus triangulare ſuprapoſitum	—	528	
corpus duplicis pyramidis interpoſitæ	—	645	33333
corpus acclivitatum	— —	80	
corpus duplicis pyramidis	— —	10	66666
corpus ſcamni	— — —	213	
corpus totius loricæ	— —	5524	99999
adde corpus valli	— —	127999	99999
Et habebis totum corpus huic curvaturæ conveniens	—	133524	99999

Quâ curvaturâ expeditâ pergamus ad alteram, cujus plana baſis talis eſt, qualem appoſita figura oſtentat. In qua figura pleræque lineæ neceſſariæ hactenus ignotæ per Trigonometriam inquirendæ ſunt, hoc modo. Triangula inibi exiſtentia omnia ſunt æquiangula per ſtructuram: Et datus eſt in eis angulus ad C. exiſtens 34. gr. 25′. 26″. ejuſque tangens 6853268. per problema octavum. datæ etiam ſunt baſes lC. dc. hC &c. per problema ſeptimum.

Ad inveniendum igitur perpendicula rd. qc. &c. (Nam perpendiculum G. I. jam notum eſt per problema octavum) Dico.



I. Ut CD radius	—	10000000	6853268—2
ad d r tangentem	—	6853268	80—8
Ita C d	— —	80	54|8261440—7
ad d r	— —	54|826144	
Quo ſubtracto de IG	—	61|679412	
Relinquitur m G	—	6|853268	

II. Ut C c radius	— —	10000000	6853268--2
ad c q tangentem	—	6853268	78—6
Ita C c	— — —	78	54826144
ad c q	— —	53|45549	47972876
Quo ſubtracto de d r	—	54|82614	53|4554904—3
Relinquitur s r	— —	1|37065	

III. Ut

Digitized by Google

III. Ut C h radius	—	10000000	6853268—2
ad h o tangentem	—	6853268	56—2
Ita C h	— —	56	41119608
ad h o	— —	38|37830	34266340
Quo ſubtracto de c q	—	53|45549	38|3783008—4
Relinquitur y q	—	15|07719	

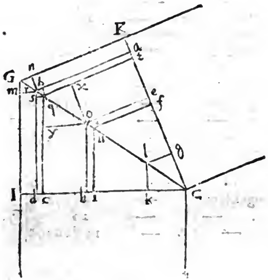
			6853268—2
IV. Ut C i radius	— —	10000000	53—8
ad i u tangentem	—	6853268	20559804
Ita C i	— —	53	34266340
ad i u	— —	36|32232	36|3223204—7

V. Ut C k radius	—	10000000	6853268
ad k l tangentem	—	6853268	20
Ita C k	— —	20	13|7065360
ad k l	— —	13|706536	

His ita præparatis, primum inquire corpus perpendiculare valli, hoc modo.

longitudo d r	—	54|826144
r a	—	54|826144
k l	—	13|706536
l g	—	13|706536
Summa longitudinum		137|06536
longitudo media	—	68|53268—2
latitudo k d	—	60—6
plana baſis	—	4111|96080—3
Altitudo	— —	20
Corpus valli perpendiculare		82239|21600

Deinde inquire corpus acclivitatis externæ I m & n k, hoc modo.



loñgitudo dimidia I m vel d r	—	54	826144
latitudo I d	— — —		10
plana baſis	— — —	548	261440
Altitudo	— — — —		20
corpus acclivitatis externæ d r a	—	10965	228800

Tertiò inquire pyramidem in angulo acclivitatis externæ conſiſtentem, hoc modo.

latus I G	—	61	679412
d r vel IM	—	54	826144. ſubtrahe.
reſtat m G	—	6	853268
m r	—		10
plana baſis r m G n	—	68	532680
Altitudo	— —		20

priſma

priſma	—	1370|653600
pyramis	—	456|884533

Quartò inquire pyramidem duplicem in angulo interiore ad C conſiſtentem, hoc modo.

kl	—	13|706536
kc	—	|20
plana baſis	—	274|130720
Altitudo	— —	|20
priſma	—	5482|614400
triens	—	1827|538133
bes	—	3655|076266

Iam collige in unam ſummam

Corpus perpendiculare	—	82239|2160
Corpus acclivitatis externæ	—	10965|2288
Corpus pyramidis interpoſitæ	—	456|8845
Corpus acclivitatis ſive duplicis pyramidis internæ	—	3655|0763
Corpus totius valli in iſta quidem curvatura abſq; tamen lorica	—	97316|4056

Corporis loricæ inquiſitio.

Corporis perpendicularis longitudo		
maxima c q	— —	53|45549
& q t	— —	53|45549
minima h o	— —	38|37830
& o e	— —	38|37830
aggregatum	— —	183|66758
longitudo media	— —	91|83379
latitudo c h	— — —	|22
		183|66758
		1836|6758

plana

plana baſis	2020	34338
Altitudo		4
Corpus loricæ perpendiculare	8081	37352

Corporis triangularis ſuprapoſitæ.

longitudo h o & v e dimidia	38	3783
latitudo c h		22
	76	7566
	767	566
plana baſis	844	3226
Altitudo		2
Corpus	1688	6452

Pyramidis interpoſitæ.

longitudo y q	15	07719
latitudo y o		22
	30	15438
	301	5438
plana baſis o y q x	331	69818
Altitudo		2
priſma	663	39636
pyramis	221	13212

Acclivitatum loricæ.

longitudo dimidia eſt c q	53	45549
latitudo d c		2
plana baſis	106	91098
altitudo		4
corpus	427	64392

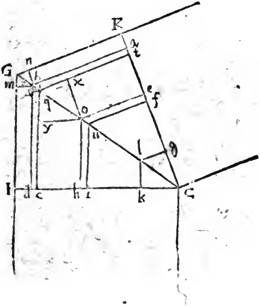
Pyramidis interpoſitæ.

longitudo s r	1	370654
latitudo s q		2

plana

plana baſis — —	2	741308
altitudo — —		4
Prima — —	10	965232
Pyramis — —	3	655077
Scamni longitudo maxima eſt h o	38	3783
& o e	38	3783
minima i u	36	3223
& u f	36	3223
Summa —	149	4012
longitudo media —	74	7006
latitudo — —		3
Area & corpus —	224	1018

nam altitudo i. nihil multiplicat.



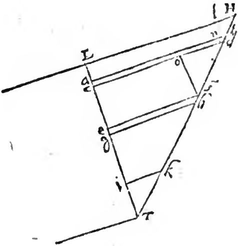
Digitized by Google

Collectio corporis loricæ in unam ſummam.

	8081	3735—8
	1688	6452—4
	221	1321—3
	427	6439—8
	3	6551—2
	224	1018—0
corpus loricæ	10646	5516—7
corpus reliqui valli	97316	4056
corpus totius valli ſecundæ curvaturæ conveniens	107962	9572

Reſtat ultima curvatura ad H. ad cujus expeditionem rurſus trigonometriâ opus eſt propter perpendicula LH, n b &c. in triangulis inibi exiſtentibus ignota.

Quæ perpendicula ſic inveniuntur.



Notus

Digitized by Google

Notus eſt in illis triangulis angulus ad H exiſtens 42. gr. 8. per Problema IV. Notus igitur etiam erit angulus ad T exiſtens: illius nempe complementum 47. gr. 52. Notæ ſunt præterea baſes LT, o f, &c. per Problema VII. Poſitis igitur baſibus pro radiis, & deſumto ex canone tangente anguli 47. gr. 52. quæ tangens eſt 11054284 quia perpendiculum LH jam notum eſt, ex Problemate VIII. pergo ad reliqua, & dico.

I. Ut T a radius	10000000	
ad a b tangentem	11054284	
Ita T a	80	
Ad a b	88|4342720	
Quo ſublato de LH	99|488556	
Reſtat l H	11|054284	

II. Ut T c radius	10000000	11054284—7
ad c d tangentem	11054284	78—6
Ita T c	78	88434272
ad c d	86|2234152	77379988
Quo ſublato de a b	88|4342720	86|2234152—6
Reſtat n b	2|2108568	

III. Ut T c radius	10000000	11054284—7
ad e f tangentem	11054284	56—2
Ita T e	56	66325704
ad e f	61|90399	55271420
Quo ſublato de c d	86|22341	61|9039904—5
reſtat c d	24|31942	

IV. Ut T g radius	10000000	11054284—7
ad g h tangentem	11054284	53—8
Ita T g	53	33162852
ad g h	58|5877	55271420
		58|5877052—2

V. Ut Ti radius — 10000000
ad i k. tang. — 11054284
Ita Ti — — — 20

ad i k — — 22|1085680

His ita factis iterum primo loco valli, deinde loricæ corpus inquiro.

Valli corpus ita inquiro. Corporis perpendicularis
longitudo maxima eſt a b 88|43427
minima i k 22|10857

110|54284

media — 55|27142
latitudo a i — 60

plana baſis corporis perpendicularis
3316|28520 — 3
Altitudo — 20

Igitur corpus perpendiculare eſt 66325|70400 — 6

Acclivitatis exterioris a b.
longitudo tota — 88|43427
dimidia — 44|21713
latitudo l b — — 10

plana baſis — 442|17130
altitudo — — 20

corpus — — 8843|42600

Pyramidis exterioris longitudo L H tota 11|05428
dimidia — — 5|52714
latitudo l b — — — 10

plana baſis — — 55|27140
Altitudo — — 20

Priſma — — 1105|42800
Pyramis — — — 368|476

Duplicis Pyramidis interioris longitudo
i k eſt — --- 22|108568
latitudo T i dimidia eſt — — 10

plana

plana baſis eſt	221	085680
altitudo eſt		20
priſma eſt	4421	713600
pyramis ſimplex	1473	904533
pyramis duplex	2947	809066
huic adde	66325	704
	8843	426
	368	476
Et habebis totum corpus valli, abſque lorica	78485	415

Loricæ corpus ſic inquiro.

Corporis in ea perpendicularis

longitudo maxima c d eſt	86	22341
minima e f eſt	61	90399
	148	12740
media	74	0637--0
latitudo e c		22--4
	148	1274
	1481	274
plana baſis	1629	4014--0
altitudo		4
corpus	6517	6056
Acclivitatis c d longitudo tota eſt	86	22341
dimidia	43	11170
latitudo a c		2
plana baſis	86	22340
altitudo		4
corpus	344	8936

Parvæ pyramidis iſti acclivitati adhæreſcentis

longitudo n b eſt	2	2108
latitudo n d dimidia	1	
plana baſis	2	2108
altitudo	4	

priſma	8	8432
pyramis	2	9474
Corporis triangularis plana baſis	1629	4014
altitudo	2	
priſma	3258	8028
pyramis	1086	2676
huic adde	6517	6056
	344	8936
	2	9474
Et habebis totum corpus loricæ	7951	7142
cui adde corpus valli	78485	4150
& habebis totum corpus hujus dimidiæ curvaturæ	86437	129

Iam collige in unam ſummam.

corpus intra curvaturas	933255	78654—3
corpus primæ curvaturæ ad F	133524	99998—8
corpus ſecundæ curvaturæ ad G	107962	95720—3
corpus tertiæ curvaturæ ad H	86437	12900—4
Et habebis totum corpus valli circa decimamquartam partem ambitus totius arcis	1261180	87272—0
		14
Quod corpus multiplicatum	5044723	49088
per 14. corpus totius valli	12611808	7272
circa totam arcem exhibebit,	17656532	21808
		100000

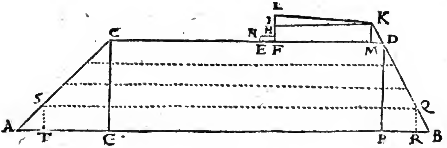
pedum cubicorum, quos pedes cubicos deinde vel in decempedas vel in duodecẽpedas vel in ſexdecempedas rediges: pro tuæ regionis conſuetudine & uſu.

unde tamen ſpatium portis deſtinatum ſubtrahendum eſſe memineris.

PRO-

PROBLEMA UNDECIMUM.

Partem corporis valli quamlibet ab horizonte utcunque diſtantem invenire.



Exempli gratia. Primò quęratur, quantum terræ contineat pars valli quinq; pedes alta & ducentos pedes longa proximè horizontem? Reſpondetur ſic

latitudo maxima AB eſt	90 pedum.
minima S Q	$82\frac{1}{2}$.
	$172\frac{1}{2}$.
media	$86\frac{1}{4}$.
altitudo ST	5
	430
	$1\frac{1}{4}$.
plana ſectio ASQB	$431\frac{1}{4}$.
longitudo	200
	86200
	50
corpus quæſitum	86250

Secundò

Digitized by Google

Secundò quæratur, quantum terræ contineat pars valli ſequens ejuſdem & altitudinis & longitudinis? reſpondetur

latitudo maxima	$82\frac{1}{2}$.
minima	75
	$157\frac{1}{2}$.
media	$78\frac{3}{4}$.
altitudo	5
	390
	$3\frac{3}{4}$.
plana ſectio	$393\frac{3}{4}$.
longitudo	200
	78600
	150
corpus quæſitum	78750

Tertio, quæratur pars corporis valli tertia ad eandem & altitudinem & longitudinem? ſolutio quæſtionis ſic eſt.

Latitudo maxima	75
minima	$67\frac{1}{2}$.
	$142\frac{1}{2}$.
media	$71\frac{1}{4}$.
Altitudo	5
	355
	$1\frac{1}{4}$.
plana ſectio	$356\frac{1}{4}$.
longitudo	200
corpus quæſitum	71250

Quartò: quæratur ſuprema pars valli ad eandem & altitudinem & longitudinem,

latitudo maxima	$67\frac{1}{2}$
minima	60

	$127\frac{1}{2}$.
media	$63\frac{3}{4}$.
Altitudo	5
	315
	$3\frac{3}{4}$.
plana ſectio	$318\frac{3}{4}$.
longitudo	200
	63600
	150
corpus quæſitum	63750

Quintò: quæratur loricæ corpus ad longitudinem ducentorum pedum.

plana ſectio loricæ eſt	117
longitudo	200
corpus deſideratum	23400

PROBLEMA XII.

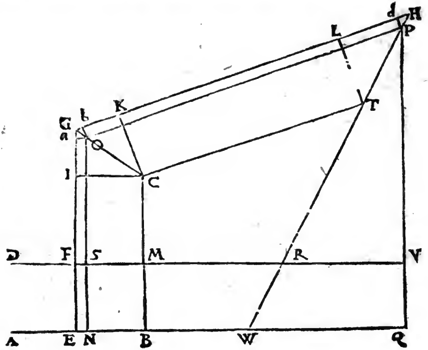
Propugnaculi ſolidi corpus invenire.

Principio inquiras corpus perpendiculare quod intrà lineas NOPW continetur: deinde acclivitatem SO & OP: itemque pyramides ad G & H denique loricam.

Corpus perpẽdiculare ut invenias, ante omnia lineas NO. OP. PR. PQ. SV. PW & WQ cognitas habeas oportet.

Lineam NO. ſic cognoſces. Nota eſt recta e G 240. compoſita ex longitudine alæ F G 150. & latitudine valli E F 90. At recta N O. eſt recta E G minus ſegmento a G. Hoc igitur ſegmentum inquiratur beneficio trianguli O a G: in quo triangulo angulus ad O cum ſua tangente notus eſt per problema VIII. nempe angulus ipſe 34 gr. 25′. 26″. Tangẽs ejus 6853268. Dico igitur.

k Ut O a



Ut O a radius	10000000	
ad a G tangentem	6853268	
Ita O a acclivitas	10	
ad a G	6	8532680
Quo demto de e G	240	
Relinquitur NO	233	146732

Lineam OP ſic cognoſces. Nota jam eſt recta GH 400. ped. notum eſt etiam ſegmentum inde auferendum Gb. æquale nempe ſegmento Ga. per ſtructuram. Notum deniq; eſt in triangulo PdH pro inveniendo ſegmento dH latus Pd 10. ped. & angulus dPH 47. gr. 5'. per Problema VIII. ejuſq; tangens de canone 11054284, Dico igitur.

Ut

Ut d p radius		10000000
ad dH tangentem		11054284
Ita d P pedum	10	
ad dH ped.	11	0542840
huic adde Gb	6	853268
Et hanc ſummam	17	907552
aufer de GH	400	
relinquitur OP	382	092448

Linea HR nota eſt per Problema VI. ubi inventa fuit pedum 333¦89412. Unde ſi auferas ſegmentum PH. relinquetur linea PR. Quod ſegmentum PH ſic invenies. Notus eſt in triangulo angulus dPH & latus dP. Hoc igitur poſito pro radio PH eſt ſecans anguli dPH 47.gr 52'. Quæ ſecans de canone talis eſt 14906280. Dico igitur.

Ut radius dP		10000000
ad PH ſecantem		14906280
Ita dP	10	
ad PH	14	9062860
Quo dempto de HR	333	8941200
relinquitur PR	318	98784

Lineas PQ & SV aliter cognoſcere non potes, quam ex triangulo RPV, in quo triangulo notus eſt angulus RPV æqualis dimidio angulo ad centrum arcis, nempe angulo ſchematis ſecundi DAC. qui angulus Problemate primo inventus fuit 25 gr. 42'51''½. Notum eſt etiam latus ſubtendens rectum RP. Eo igitur pro radio poſito latera includentia rectum RV & VP erunt ſinus oppoſitorum ipſis angulorum: qui ſinus in tabulis ita habent.

Anguli RPV 25 gr. 42'.51''½. ſinus	4338841
complementi PRV ſinus	9009687

Dico igitur.

I. Ut RP. radius	10000000	3— 31898784
ad RV. ſinum	4338841	4— 4338841
Ita RP	318|98784	31898784
ad RV	138|40375	127595136
Quo addito ad FR	250|	255190272
Fit FV vel EK	388|40375	255190272
		95696352
		95696352
		127595136
		138|40375|1869344

II. Ut RP. radius	10000000	3— 31898784
ad RV. ſinum	9009687	3— 9009687
Ita RP	318|98784	223291488
ad RV	287|39806	255190272
Quo addito ad VQ	90|	191392704
Efficitur PQ	377|39806	287089056
		287089056
		287|39805|9520608-0

Ultimam lineam WQ ut invenias in triangulo WPQ, pone latus PQ pro radio, & latus WQ erit tangẽs anguli WPQ 25. gr. 42'. 5'' 1$\frac{5}{2}$. quæ tangens ſecundum canonem eſt partium 4815751. Dices igitur.

Ut PQ. radius	10000000	7— 37739806
ad WQ. tangentem	4815751	4 — 4815751
Ita PQ	377|39806	37739806
ad WQ	181|74551	188699030
		264178642
		188699030
		37739806
		301918448
		150959224
		181|74550|8484306-1

His lineis

His lineis ſic inventis primum aream trapezii NOPQ deinde aream trianguli VVPQ inquires, & hanc ab illa ſubtrahes, quodq; reſtabit per altitudinem ſuam nempe per 20. multiplicabis, & habebis corpus perpendiculare, hoc modo.

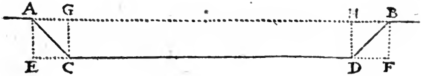
longitudo minima NO		233	14673
maxima PQ		377	39806
		610	54479
longitudo media		305	27239 — 4
latitudo FV vel EQ		388	40375 — 2
		1526	36195
		21369	0673
		91581	717
	122	10895	6
	2442	17912	
	24421	7912	
	91581	717	
area trapezii	118568	94104	74625 — 8
Trianguli longitudo tota PQ		377	39806
longitudo dimidia		188	69903 — 8
latitudo WQ		181	74551 — 5
		188	69903
		9434	9515
		94349	515
	7	54796	12
	132	08932	1
	188	69903	
	15095	9224	
	18869	903	
Area trianguli	34295	20144	38553 — 4
area Trapezii	118568	94104	
area dimidii propugnaculi ſuprema	84273	7396	
	Altitudo	20	
corpus perpendiculare	1685474	7920	

 Acclivi-

Acclivitatum, pyramidum, & loricæ inventio hic eadem eſt, quæ fuit problemate X. Iſthinc ergo repetet qui volet.

PROBLEMA XIII.

Foſſæ & latitudinem & profunditatem definire.



Foſſa non tantum pro ſcopo arcis, ſed etiam pro ratione terræ, quæ ad vallum congerendum requiritur, & pro ratione ſubjecti ſoli vel arenoſi vel ſcaturiginoſi vel petricoſi, & ſecundum latitudinem & ſecundum profunditatem variè definiri ſolet. Nos exempli gratia proponemus foſſam cujus latitudo ſuprema AB ſit 200. pedum, infima CD 160. pedum. Altitudo ſive profunditas AE 20. declivitas EC. itidem 20. pedum.

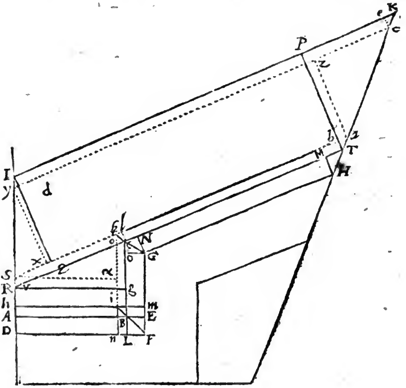
PROBLEMA XIV.

Data latitudine foſſæ ambitum ejus & interiorem & exteriorem invenire.

A vallo uſque ad foſſam ſpatium horizontale vacuum triginta aut circiter pedes latum relinqui & loricâ peculiari muniri ſo-

Digitized by Google

niri ſolet. Itaq; ambitus foſſæ interior non eſt vallo contiguus, nec in eandem cum illo lineam incidit. Sit ergo ambitus valli exterior DFGH. Foſſæ ambitus interior ABCT exterior IK. Ambitus valli exterior DF.GH. datus eſt. Ambitus foſſæ uterq; quæritur. Et primum quæritur linea ABCT vel potius differentia ejus à linea DFGH. quæ differentia conſiſtit in ſegmentis LF, FE, OC, CN, MT quorum ſegmentorum inventio jam eſt obvia per Problema VIII. & breviter ita habet.



I. LF & EF ſingula ſunt 30. ped. quippe latitudo plani horizontalis data.

II. Ut OG. radius	10000000		6853268 — 2
ad OC tangentem	6853268		30 — 3
ita OG	30		20|5598040 — 6
ad OC vel CN	20	5598	

III. Ut HM radius	10000000		11054284 — 7
ad MT tangentem	11054284		30 — 3
Ita HM	30		33|1628520 — 3
ad MT	33	1628	
Cui adde CN	20	5598	
Et fit	53	7226	
Quod adde ad GH	400		
Et fit CT	453	7226	
Deinde de FG	150		
Subtrahe EF	30		
Et remanet EG	120		
Cui adde OC	20	5598	
Et fit BC	140	5598	
Deniq; de DF	250		
aufer LF	30		
Et remanet DL vel AB	220		
Cui adde BC	140	5598	
& CT	453	7226	

Et habebis totam ABCT 814|2824 ambitum nempe foſſæ interiorem.

Ambitus foſſæ exterior, nempe recta IK deinceps quæritur, quæ recta IK ut inveniatur, prænoſcenda eſt recta RT. cujus pars C Γ. jam cognita eſt; pars altera RC ſic accipitur. In tri-

In triangulo RCg. notus eſt angulus CRg 22. grad. 9'. 8''½. per problema IV. & ejus de canone ſecans 10796986. Dico igitur.

Ut Rg radius	10000000		10796986
ad R cſecantem	10796986		220
Ita Rg	220		215939720
ad Rc	237	533692	21593972
Quo addito ad CT	453	722600	237|5336920
Fit RT	691	256292	

Hinc inveſtiganda eſt differentia rectæ IK. à recta RT. hoc modo.

In triangulo RIQ angulus RIQ idem eſt cum angulo CRg. per ſtructuram. Tangens autem illius anguli eſt 4071228. Dico igitur.

Ut IQ radius	10000000		4071228
ad QR tangentem	4071228		200
Ita IQ	200		81|4245600
ad QR	81	42456	
Quo demto de RT	691	25629	
relinquitur QT vel IP	609	83173	

In triangulo TPK angulus ad K (idem qui ad H:) cum ſua tangente jam pridem notus eſt (nempe per problema IV. & VIII.) Dico igitur.

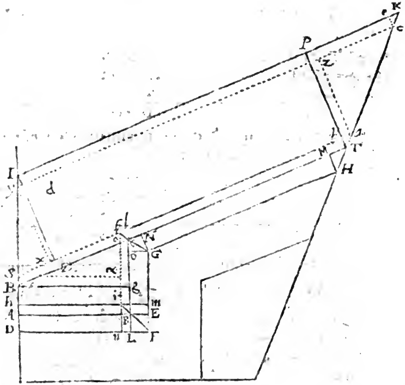
Ut TP radius	10000000
ad PK tangentem	11054284
Ita TP	200

ad PK	221|08568
Quo addito ad IP	609|83173
efficitur IK	830|91741. decima quarta

pars ambitus foſſæ exterioris.

PROBLEMA XV.

Foſſæ capacitatem indagare.



Princi-

Digitized by Google

Principio inquire capacitatem perpendicularem ſecundum latitudinem minimam, quæ eſt in fundo; deinde capacitatem acclivitatum & pyramidum illis interjacentium.

Capacitatem perpendicularem ut accipias, aream foſſæ infimam multiplica per ſuam altitudinem. Aream autem foſſæ infimam intellige, quæ incluſa ſit lineis ih, hy, yc, ca, ak, ki, quarum linearum quædam ad calculum ſunt neceſſariæ, quædam non. Ad calculum neceſſariæ ſunt lineæ ih, hs, ik, yc, yx, & præterea linea Sα. quas lineas omnes ſic invenies.

Linea h i eſt linea AB, minus n L. ergo.

De linea AB	220
Subtrahe lineam nL	20
Et reſtabit linea h i	200

Linea ik eſt linea BC. minus m E. & plus o k.

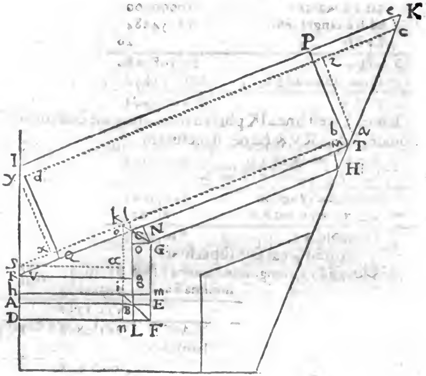
Atqui BC eſt	140|5598.	per Problema antecedens.
mE eſt	20|	
Ergo io eſt	120|5598	

Reſtat inquirendum o k quod invenitur juxta exempla Problematum VIII. & X. hoc modo.

Ut Co radius	10000000
ad o k tangentem	6853268 — 2
Ita Co	20 — 2
ad ok	13|7065360 — 4
Quo addito ad io	120|5598000
fit ik	134|2663

Linea h S eſt linea i k minus linea α k quæ ſic invenitur.

Ut Sα radius	10000000
ad αk tangentem	4071228
Ita Sα	200
ad αk	81|4245|600
Quo dempto de ik	134|2663|
Reſtat hS	52|8417|



Linea S a eſt linea RT minus RV. plus b a, quæ duæ lineæ ſic inveniuntur.

In triangulo R S V

Ut SV radius	10000000
ad VR tangentem	4071228
Ita SV	20
ad VR	8|1424560
Quo demto de RT	691|256292
Remanet VT vel Sb	683|113836

In trian-

In triangulo T b a

Ut T b radius	10000000
ad b a tangentem	11054284
Ita T b	20
ad b a	22 | 1085680
Quo addito ad S b	683 | 113836
Fit S a	705 | 222404

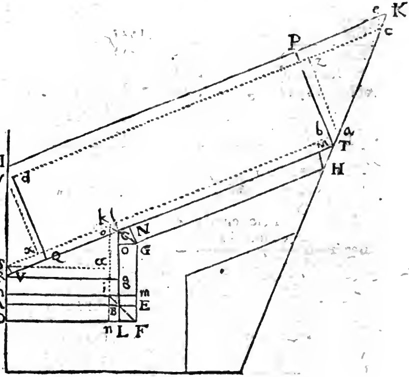
Linea Y c eſt linea lK plus y d minus e k, quæ duæ lineæ ſunt æquales lineis R V & b a per ſtructuram.

Atqui linea lK eſt	830 | 9174
Hinc ergo ſubtrahe e K vel b a	22 | 1086
Et reſtabit l e vel d c	808 | 8088
Cui adde y d vel R V	8 | 1425
Et habebis y c.	816 | 9513

Iam ad areas ſive ſuperficies.

In oblongo S y c a longitudo maxima y c eſt	816 | 9513
minima S a.	705 | 2224
	1522 | 1737
media	761 | 0868
latitudo y x	160
	45665 | 2080
	76108 | 68
Area S y c a	121773 | 8880
In trapezio i h S k longitudo maxima i k	134 | 2663
minima S h	52 | 8417
	187 | 1080
media	93 | 554
latitudo h i	200
Area trapezii i h S k	18710 | 800
Area oblongi S y c a	121773 | 888
Summa arearum	140484 | 688
profunditas foſſæ	20
Capacitas perpendicularis	2809693 | 760

Acclivitatum longitudo	hi	200	
	io	120	5598
	lb	453	7226
	cd	808	8088
		1583	0912
dimidium		791	5456
profunditas			20
Capacitas		158309120	



Pyramidis

Pyramidis BI longitudo	20	
latitudo	20	
plana baſis	400	
altitudo	20	
priſma	8000	
pyramis	2666	66666
Pyramidis c o k l longitudo o k	13	7065
latitudo o c	20	
plana baſis	274	1300
altitudo	20	
priſma	5482	6000
triens	1827	5333
duplex pyramis	3655	0666
Pyramidis T b a longitudo b a	22	108568
latitudo dimidia	10	
plana baſis	221	085680
altitudo	20	
priſma	4421	713600
triens pro pyramide eck	1473	904533
duplex pyramis pro Tba	2947	809066
Pyramidis y l d longitudo y d	8	1424
latitudo dimidia	10	
plana baſis	81	4240
altitudo	20	
priſma	1628	4800
triens	542	8266
duplex pyramis	1085	6532

Collectio in unam ſummam.

Capacitas perpendicularis	2809693	760
Capacitas acclivitatum	15830	912

Capacitas

Capacitas pyramidum	2666|667
	3655|067
	1473|904
	2947|809
	1085|653
Capacitas totius foſſæ 14.ta parte circuitus.	2837353|772 pro
Atqui valli corpus erat	1261180|873
Supereſt igitur terra	1576172|899 pedum

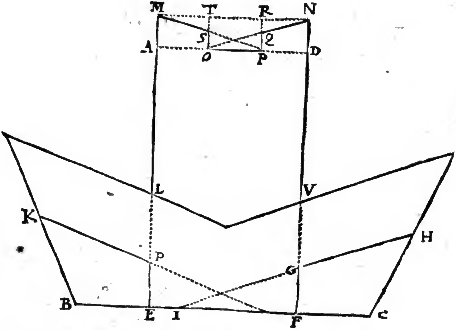
cubicorum, quam terram vel ad loricam horizontalem & ad viam quam vocant coopertam adhibebis, vel foſſam minorem facies.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA XVI.

In opere, quod vocant, cornuto: datâ alâ, & cuſpidum diſtantiâ, cortinam faciebus æqualem conſtituere; & angulos in tali conſtitutione exiſtentes invenire.



Sit opus cornutum, ſive præmunitio ultra foſſam exiſtens LMNV. lineis PM & GN lineæ defenſionis IH æqualibus: & ſit in eo data ala PQ. 50. pedum, unà cum diſtantia cuſpidum M & N. quæ diſtantia ſemper æqualis eſſe debet cortinæ arcis EF. Quam cortinam in noſtro exemplo jam ſupra poſuimus 500 pedum. Quæratur autem, ſi illæ tres lineæ, MS, OP, & QN. æquales eſſe debeant, quanta unaquæque futura ſit? & quales angulos effecturæ ſint? De quantitate linearum prima cura eſto. Quia igitur MN eſt 500. pedum. OP erit aliquanto

m major

major quam triens 500. pedum. Atqui triens 500. pedum eſt $166\frac{2}{3}$. Ergo OP. erit major quam $166\frac{2}{3}$. pedum Sit igitur primò 170. pedũ, & ex ea poſitione inquiratur recta MN. hoc modo.

In triangulo OPQ.

Ut OP pedum	170
ad PQ pedum	50
Ita OP radius	10000000
ad PQ tangentem	2941176

Cujus tangentis angulus eſt 16. gr. 23'. 22".

Cujus anguli ſinus eſt 2821647

Sin' vero cõplementi eſt 9593659

50000000|0
17 |0
3.4 (2
160
17 (9
15.3
70 (4
17
6.8
20
1.7 (1
30
1.7 (1
130
17 (7
119
110
17 (6—3 X 8 (8 6 5)
10.2
8

2941176
2939999—16. gr. 23'.
11770
527 (22"
1054
1230
527

Pergo igitur ad triangulum QRN. quod triangulo OPQ prorſus eſt æquiangulum, per ſtructuram; & dico.

Ut QN radius	10000000
ad NR ſinum	9593659
Ita QN pedum	170
ad NR pedum	163|0922
Cui æquatur MT	163|0922
Quibus addatur TR	170|0000
Fit MN	496|1844
At debebat eſſe	500|
Ergo eſt Minus	3|8156

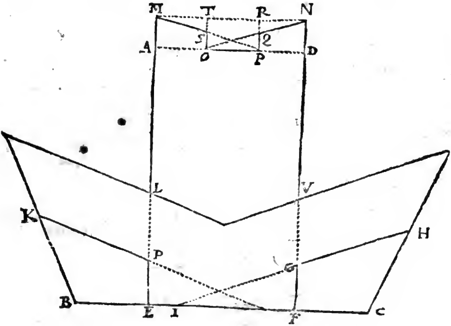
9593659
170
671556130
9593659
163|0922030

Sit de-

Sit deinde OP. 200. pedum, & per eam quæratur MN, ut ante: nempe hoc modo.

In triangulo OPQ.

Ut OP pedum	200	5000000	00
ad PQ pedum	50	2	00
Ita OP radius	10000000		
ad PQ tangentem	2500000	2500000	
Cujus tangentis angulus eſt 14. gr. 2′. 10″.		2499460 — 14. gr. 2′.	
		5400	
Cujus anguli ſinus eſt	2425334	51.5 (10″.	
Sinus verò cõplementi eſt	9701431	250	



Dico igitur in triangulo QRN.

Ut QN radius	10000000
ad NR ſinum	9701431
Ita QN pedum	200
ad NR pedum	194|0286200
Cui addo MT	194|02862
& TR	200|
Et fit	588|05724
At debebat eſſe	500|
Eſt ergo Plus	88|05724
Hoc multiplica per poſitionẽ primam	170
	616400680
	8805724
Productum primum	14969|73080
Deinde Minus	3|8156
Multiplica per poſ. 2. nempe per	200
Productum ſecundum	763|12|00
Productum primum	14969|73| Adde:
Dividendus	15732|85

Plus	88|0572
Minus	3|8156 Adde.
Diviſor	91|8728

15732|85
.91|8.7 (171|25. Latus OP vel QN vel MS quæſitum.
65458
918.7
6430.9
11495
918.7
23080
9187
1.8.37.4
47060
9187
45935
1125

0
4
7 X 7
4

Porrò

Porrò, ut OP pedum		171|25
ad PQ pedum		50|
Ita OP radius		10000000
ad PQ tangentem		2919708
Cujus tangentis angulus eſt 16. gr. 16′. 34″½.		
Cujus anguli ſinus eſt		2082688
Sinus verò complementi eſt		9599210
Dico igitur.		
I.	Ut QN radius	10000000
	ad QR ſinum	2082688
	Ita QN pedum	171|25
	ad QR pedum	35|666
	Cui addo PQ	50|
	Et fit PR ſive DN	85|666
II.	Ut QN radius	10000000
	ad NR ſinum	9599210
	Ita QN pedum	171|25
	ad NR pedum	164|38
	Cui addo MT	164|38
	Et TR	171|25
	Efficiturq; MN	500|

500|000000
171|25
34250 (2
157500
17125 (9
154125
33750 (1
17125
166250 (9
154125
121250
17125 (70
119875
137500
17125 (8—0 X 7
137000
500

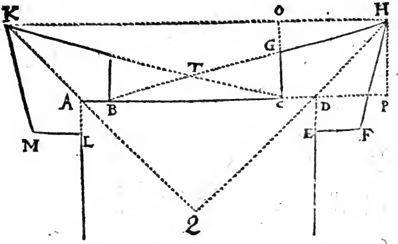
Ab angulo autem recto RND	90.gr.
Si ſubtraxero angulum RNQ	16.gr. 16′. 34″½.
Remanet angulus QND	73.gr. 43. 25½.
Qui idem eſt angulus RQN & OQP	
Quo ſubtracto de duobus rectis	180.gr. 0. 0.
Remanet angulus NQP	106. gr. 16. 34½.
Cujus exceſſus ſupra rectum eſt	16.gr. 16. 34½.

Quibus omnibus ſic in chartâ inventis facile erit in campo lineas foſſoribus ſcitu neceſſarias deſignare.

PROBLEMA XVII.

Data circumferentia caſtri, circa cortinas & propugnacula, quantitatem cortinæ, facierum & alarum, ad datam proportionem, & ad angulos unicuiq; multangulo ſecundum problema tertium convenientes, invenire.

Caſtrum voco munitiunculam campeſtrem: quam Germani vocant, eine Schantze. Cujuſmodi munitio pro ratione præſidii vel parva vel magna eſſe debet: & plerumque ad quadrangularem arçis regularis formam accommodatur.



Sit ergo exſtruendum caſtrum quadrangulare, quod in ambitu habeat ducentas duodecempedas, hoc eſt pedes 2400 pedes: & ſit ſervanda proportio inter cortinam, facies, & alas,

& alas, talis; ut qualium partium cortina erit 15. talium facies ſit 10, ala 4. angulus vero propugnaculi ſit 60. gr. per Problema tertium; & linea defenſionis ex concurſu cortinæ & alæ procedat.

Ambitus totius caſtri debet eſſe 200. duodecempedarum.

Hunc ambitum divide per 4. hoc modo: ~~44~~(50.

Quotus, hoc eſt, quarta pars ambitus erit. 50.

Iam collige in unam ſummam numeros quartæ partis totius ambitus per datam proportionem datos, nempe,

10. facies una	KI
4. ala una.	IB
15. cortina.	BC
4. ala altera.	CG
10. facies altera.	GH
43. Summa.	

Deinde dic 43. dant. pro cortina 15.
pro faciè. 10.
pro ala. 4.
quid dant 50. pro cortina?
pro ala?
pro faciè?

Praxis.

I. Ut 43. ad 15. ita 50. ad $17\frac{19}{43}$.

```
  50
 ----
 750
  43  (17 19/43
 ----
 320
  43
 30.1
 ----
  19
```

II. Ut

II. Ut 43. ad 10. ita 50 ad $11\frac{27}{43}$

```
   10
  ----
  500
   43   (11 27/43
  ----
   70
   43
  ----
   27
```

III. Ut 43. ad 4. ita 50 ad $4\frac{28}{43}$

```
    4
  ----
  200
   43  (4 28/43
  172
  ----
   28
```

Collectio in unam ſummam.

	Integra.	Partes quadrageſimæ tertiæ.
facies una	11.	27
ala una	4.	28
cortina	17.	19
ala altera	4.	28
facies altera	11.	27
Summa	50.	129
		43 (3

Quod ſi lineam CD. præterea noſſe cupis, primum inveſtiga lineas GO & OH, in triangulo GOH: item lineam DP. in triangulo DHP: deinde lineam DP ſubtrahe à linea CP. vel OH; & reſtabit linea CD: juxta proceſſum calculi, Problemate tertio oſtenſum.

In triangulo GOH. angulus GHO eſt 15. gr. æqualis nempe angulo GBC, per ſtructuram: atq; adeo angulus OGH eſt 75. gr. per 49. p. 1.

Porrò,

Digitized by Google

Porrò, anguli 15. gr. ſinus eſt: 2588190.
anguli 75. gr. ſinus eſt: 9659258.

Dico igitur:

I.	Ut GH. radius	10000000
	ad GO. ſinum	2588190
	Ita GH. partium	10
	ad GO. partium	2|58819
	Cui ſi addatur GC	4|
	Efficitur OC vel HP	6|58819

II.	Ut GH. radius	10000000
	ad OH ſinum	9659258
	Ita GH partium	10|
	ad OH vel CP partium	9|659258

Denique, in Triangulo DHP, quia anguli DHP & HDP ſunt æquales: quippe uterq; dimidius recti, per ſtructuram: ideo etiam latera ipſis oppoſita DP & HP ſunt æqualia. Ergo

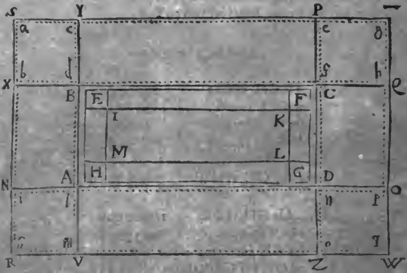
De recta CP	9|659258
ſubtraho rectam DP	6|588190
Et reſtat recta CD	3|071068. hoc eſt $3\frac{7}{100}$ vel $3\frac{1}{14}$.

Quod oſtendendum erat.

PROBLEMA XVIII.

Circa aggerem definitæ longitudinis, latitudinis & altitudinis, foſſæ parallelæ & tantundem terræ continentis latitudinem ad datam profunditatem invenire.

In planicie ABCD. longa 250. lata 110. ped. ſit congerendus agger, cujus ima ſuperficies EFGH, ſit longa 240. lata 100. ped. ſumma ſuperficies IKLM. ſit longa 200. lata 60.



ped. adeoque acclivitas undique ſit 20. ped. altitudo perpendicularis itidem 20. ped. ſpatium inter aggerem & foſſam 5. ped. Foſſam autem ſcaturigines vel ſaxa non ſinant profundiorem facere quàm quinque pedum. Quæritur quàm lata foſſa eſſe debeat, ut ſufficientem aggeri congerendo terram ſuppeditet. Initio aggeris quantitas inveſtigetur hoc modo.

Supremæ ſuperficiei longitudo IK		200
	latitudo KL	66
	ſuperficies	12000
	altitudo	20
	corpus perpendiculare	240000
Acclivitatum longitudo dimidia IK		200
	KL	60
		260
	latitudo	20

plana

plana baſis	5200
altitudo	20
corpus	104000
Pyramidum angularium longitudo	20
latitudo	20
plana baſis	400
altitudo	20
priſma	8000
Quater ſumtum	32000
Ejus triens	$10666\frac{2}{3}$.
huic adde	104000
Item	240000
& habebis totum corpus	$354666\frac{2}{3}$.

Quod diviſum per datam profunditatem foſſæ nempe per 5. patefaciet aream ſive ſuperficiem foſſæ perpendicularis hoc modo.

$354666\frac{2}{3}$ ($70933\frac{1}{3}$. *
5 555

Quæ ſuperficies $70933\frac{1}{3}$. diviſa per longitudinem, latitudinem prodere debebat, At neutra nota eſt. Quæritur igitur imprimis latitudo.

Modus inveniendi triplex eſt.

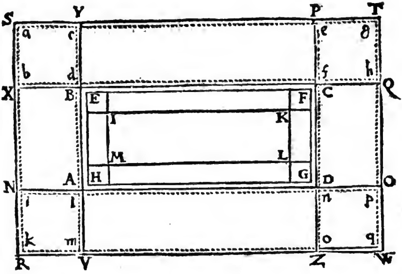
Modus primus per regulam falſi.

I. Ponatur latitudo 70. pedum.

Erit igitur longitudo foſſæ BC	250
AD	250
AB	110
CD	110
Item quater 70. hoc eſt	280
ſumma longitudinum	1000
latitudo	70

ſuperficies inventa	70000
At debebat eſſe	70933⅓
Eſt ergo minus	933⅓.

II. Ponatur latitudo	71 ped.	Hæc multipli-
longitudo igitur erit	1004 ped.	centur invicem.
	1004	
	7028	
ſuperficies	71284	
At debebat eſſe	70933⅓.	
Eſt ergo plus	350⅔.	
minus	933⅓.	Adde.
diviſor	1284	
plus	350⅔.	
poſitio minor	70	Multiplica.



	24500	
	$46\frac{2}{3}$.	
	$24546\frac{2}{3}$.	52
minus	$933\frac{1}{3}$.	71 (23
	71 Multiplica.	33.
	933	
	65310	
	$23\frac{2}{3}$.	
	$66266\frac{2}{3}$.	
adde	$24546\frac{2}{3}$.	
fit dividendus	$90813\frac{1}{3}$.	
Diviſor	1284 (70 $\frac{933\frac{1}{3}}{1284}$ latitudo	
	8988 foſſæ quæſita.	
	$933\frac{1}{3}$.	

Secundus modus per Algebram.

Latitudo quæſita CP. ſit i. l.

ergo ejus quadratum erit i. q. horum autem ſunt quatuor in propoſita figura

Deinde longitudines.	250
	250
	110
	110
	720
multiplicentur per	i l.
& fiet area oblongi	720 l.

Cui areæ adde aream quatuor quadratorum

Et erit tota area ſive ſuperficies foſſæ.

4q. + 720l. æqualis 70933⅓.
Ergo: 1q. + 180l. æqualis 17733⅓.
Et per conſequens 1q. æquatur 17733⅓. — 180l.
dimid. — 90
— 90

Quadratum + 8100
+ 17733⅓.

Quadratum 25833⅓ (radix 160|72751
1 90|
158 70|72751
26 latitudo foſſæ
156 quæſita.
23333
3207
22449
88433
32142
64284
2414933
324447
2250129
16480433
3214545
16072725
407708

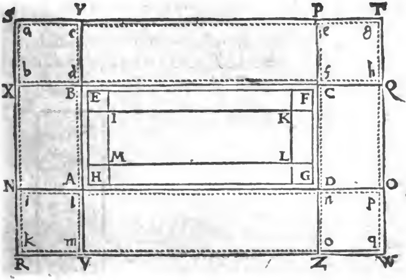
Tertius modus ab Illuſtriſſimo Principe Anhaltino mihi oſtenſus talis eſt.

Planiciei ABCD longitudo	250
latitudo	110
	2500
	25
ABCD	27500

longitudo	250
latitudo	110
differentia	140
dimidium	70
Quadratum	4900

ipſa

ipſa planicies ſive area ABCD	27500
Area foſſæ circum jacens	70933⅓.
Area tota RSTV	98433⅓.
adde quadratum	4900



Fit aliud quadratum

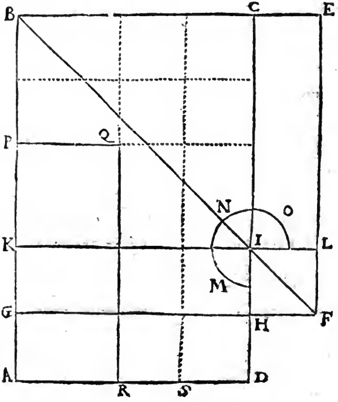
103333⅓
3
9 (3
133
62 (2
124
93⅓ (1
641
29233 (4—1
6424
25696

(radix 321	4551	
70	adde & ſubtrahe.	
391	4551	latus majus ST.
251	4551	latus minus RS.
110		Subtrahe.
141	4551	Divide per 2.
70	7275	latitudo foſſæ quæſita.

353

```
 353733
  64285 (5—6
 321425
———————————————
3230833        9
  642905 (5—2 X 2
 3214525       4
——————————
  16308.
```

Demonſtratio hujuſmodi, omnium ingenioſiſſimi, pendet à ſexta propoſitione 2. lib. Euclid. vel à 44. propoſitione 1. lib.



Trigo-

Trigonometriæ noſtræ. quæ propoſitio ita habet, *Si recta biſecta continuetur, oblongum continuatæ & continuationis eſt æquale quadrato rectæ ex biſegmento & continuatione compoſitæ: minus quadrato biſegmenti.* Ad cujus propoſitionis exigentiam oblongum quod prius erat ABCD. nunc ſit APQR, nempe ex medio figuræ ad extremitates ejus translatum. De latere AP. auferatur latus PQ, vel illi æquale PK, ut reſtet AK. cujus dimidium ſit AG. vel GK. Erit igitur AK. recta biſecta in G. quæ, ſi continuetur à K in B. & ex continuata AB atque continuatione KB. vel BC. fiat oblongum ABCD. Dico hoc oblongum ABCD. æquale eſſe quadrato rectæ ex biſegmento GK. & cõtinuatione KB compoſitæ. nempe quadrato GBEF. minus quadrato biſegmenti HILF. Ergo ſi ad oblongum ABCD. hoc eſt ad gnomonem MNO. addatur quadratum HILF. habebitur quadratum FGBE. ad cujus radicem GB. ſi addam AG fit AB latus majus oblongi ABCD. vel, de cujus radice BE. ſi auferam CE. relinquitur BC. latus minus oblongi ABCD. A cujus æquipollente AD. ſi auferam AR relinquitur RD. Cujus dimidium RS eſt latitudo foſſæ quæſita.

Per numeros ſi has inventiones examinare libeat, ita fac.

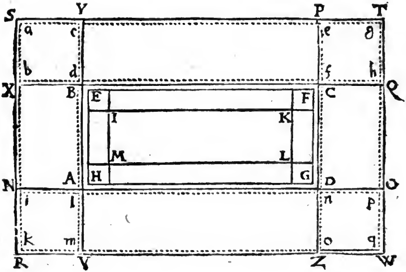
latitudo inventa	70	7275
multiplicetur per		4
addatur	282	9100
ad longitudines reliquas	250	
	250	
	110	
	110	
& habebitur tota longitudo	1002	9100
Quæ multiplicata per latitudinem	70	7275

0 5014-

		5014	5500
	7	0203	700
	20	0582	00
	702	0370	0
	70203	700	
reddet aream foſſæ priorem	70933	3169	25
quæ multiplicata per altitudinem		5	
Reddit corpus	354666	5845	
aggeris ut pri-		6666	
dem : præter		821	

$\frac{821}{10000}$. unius pedis : quæ differentia pro nihilo reputanda eſt, & evitari etiam potuiſſet : ſi fractiones majores ad calculum aſſumtæ fuiſſent.

Cæterùm hæc capacitas foſſæ tota eſt perpendicularis. At talis revera fieri fodiendo non poteſt : ſed quanta eſt ejus pro-



funditas,

Digitized by Google

funditas, tanta etiam eſſe debet acclivitas. Quæritur igitur: ſi foſſa ſupernè quinque pedibus fiat latior, infernè reſtrictior, an tantundem terræ ſit præbitura? Reſpondetur quod non. Et eſt cauſa manifeſta. Nam acclivitatibus quidem AB, BC, CD, DA, è regione reſpondent acclivitates NX, YP, QO, VZ. Item acclivitatibus angularibus exterioribus interiores reſpondent, & ſimul priſma complent. verbi gratia acclivitas angularis ad S & B. ſimul priſma complent. At acclivitatibus exterioribus XS, SY, PT, TQ, OW, WZ, VR, RN. nihil eſt quod in interiore ambitu reſpondeat. Itaq; hæ acclivitates abundabunt, quod ipſe etiam calculus coarguet.

Sint enim capacitatis perpendicularis

longitudines	260	
	260	
	120	
	120	
	65	7275
	65	7275
	65	7275
	65	7275
longitudo tota	1022	9100
latitudo	65	7275
	5114	5500
	71603	7
	20458	
	716037	
	511455	
	613746	

Acclivitatum.

longitudo	250	
	110	
	391	4551
	251	4551
longitudo	1002	9102
latitudo		5
baſis	5014	5510
altitudo		5
corpus	25072	7550

Pyramidum.

plana baſis	25
altitudo	5
	125
multiplicetur per	4
	500

Digitized by Google

ſuperficies	67233	3170	2500
	altitudo		5
Capacitas	336166	5851	25
	25072	755	
	500		
Tota capacitas fit	361739	340	
Ad debebat eſſe	354666	333	
differentia eſt	7073	007	

Quæ differentia ex dictis acclivitatibus exterioris ambitus, quibus nullæ in interiori ambitu reſpondent, reſultat: ut porrò calculus oſtendet. Sit enim earum acclivitatum (quarum ſunt octo.)

ſingularum longitudo	70	7275
multiplicetur per		4
longitudo univerſarum dimidia erit	282	9100
& latitudo		5
plana baſis	1414	55
altitudo		5
Capacitas	7072	75

Igitur ne tantus error committatur, alia ratio latitudinis foſſæ ineunda eſt, talis nimirum.

Ad calculum aſſumatur initium non ſupremæ ſed mediæ latitudinis foſſæ. & omnia rectè procedent, ut ex ſubjectis numeris apparet

per modum primum.

I.	Ponatur latitudo e f	70 pedum.
	ea quater ſumta	280
	addatur ad reliquas	
	longitudines d f	255
	l n	255
	d l	115
	f n	115

Summa

Summa longitudinum erit	1020	
latitudo ef	70	
ſuperficies erit	71400	
at debebat eſſe	70933$\frac{1}{3}$	
Ergo eſt plus	466$\frac{2}{3}$.	

II. Ponatur latitudo ef	69	pedum.
multiplicetur per	4	
addantur reliquæ longitudines	276	
	255	
	255	
	115	
	115	
ſumma longitudinum	1016	
latitudo	69	
	9144	
	6096	
ſuperficies eſt	70104	
at debebat eſſe	70933$\frac{1}{3}$	
eſt ergo minus	820$\frac{1}{3}$	
adde plus	466$\frac{2}{3}$	
fit diviſor	1296	
Plus	466$\frac{2}{3}$	
per poſitionem minorem	69	
	4194	
	27960	
	23	
	23	
	32200	
Minus	829$\frac{1}{3}$	
per poſitionem majorem	70	

	58030
	$23\frac{1}{3}$
	$58053\frac{1}{3}$
adde	32200
fit dividendus	$90253\frac{1}{3}$
diivſor	1296
	7776 $(69\frac{829\frac{1}{3}}{1296}$ latitudo quæſita.
	12493
	1296
	11664
reſiduum	$829\frac{1}{3}$

Per modum Secundum.

longitudo		255	latitudo quæſita ſit i l.
multiplicetur per		i l.	ergo ejus area quater
fit		255 l.	ſumta erit 4. q.
& ſic deinceps		255 l.	
		155 l.	
		155 l.	
ergo 4 q.	+	740 l.	æquales $70933\frac{1}{3}$
1 q.	+	185 l.	æquales $17733\frac{1}{3}$
1 q.	æquales	$17733\frac{1}{3}$	— 185 l
			— $92\frac{1}{2}$
			— $92\frac{1}{2}$
			184
			8280
			$92\frac{1}{4}$
			+ $8556\frac{1}{4}$
			+ $17733\frac{1}{3}$
			$26289\frac{7}{12}$

Digitized by Google

```
12—100000 — 7
   700000 (58333
   12
   60
   ----------
   100
    12
    96
   ----------
     40
     12
     36
   ----------
     40
```

```
16189 7/12
1
----------
162 (1
 26 (6
156
----------
 689
 322 (2—0 X 0
 644
----------
  45|58 (1
  3241
----------
  131733 (4
   32424
  129696
  20373333
   3242806 (6
  19456836
----------
   916497
```

```
(162|1406
   92|50
----------
   69|6406/10000
```

latitudo foſſæ media.

Per modum Tertium.

longitudo	255	longitudo	255—5
latitudo	115	latitudo	115—7
differentia	140		1275
	70		255
	70		255
Quadratum	4900	ſuperficies	29325—2

ſuperficies pedis aggeris uſq; ad initium mediæ latitudinis foſſæ	29325
ſuperficies foſſæ	70933$\frac{1}{3}$

Qua-

Quadratum 105158$\frac{1}{3}$	radix 324	28 / 8212	
3	70		
9	394	2812	
151	255		
62	139	2812	
124.	latitudo media 69	6406	
2758.	5	Adde & ſubtr.	
644	74	6406	latitudo ſuprema.
2576			
18233	64	6406	latitudo infima.
6482 (2			
12964			
526933 (8			
64848			
518784 (1			
814933			
648561			
166372 (2			

Iam per inventam triplici modo la:itudinẽ mediam ſuperficies & inde capacitas foſſæ inqui...ur hoc modo.

latitudo foſſæ media	69	6406	
		per 4	
effecta inde longitudo	278	5624	
reliqua longitudo	740		
longitudo media	1018	5624 —o	
latitudo media	69	6406	
	6111	3744	
	40	7424	96
	611	1374	4
	9167	0616	
	61113	744	
ſuperficies	70933	2966	7344 —o
altitudo		5	
Capacitas foſſæ	354666	4830	

Vides

Digitized by Google

Vides, hunc calculum veritati exactiſſimè reſpondere, quam veritatem etiam ſequens calculus ex latitudine non media, ſed maxima & minima inſtitutus, comprobabit hoc modo.

longitudines minimæ	260		64	6406—8
	260			4—4
	120		258	5624—5
	120			
	258	5624		
aggregatum	1018	5624—0		
latitudo minima	64	6406—8		

	6111	3744	
40	7424	96	
611	1374	4	
4074	2496		
61113	744		
65840	4846	7344—0	
altitudo		5	
Capacitas perpẽdicularis 329202	4234		

Pyramidum		Acclivitatum		
longitudo	5	longitudo	250	
latitudo	5		110	
plana baſis	25		389	2812
altitudo	5		249	2812
	125		998	5624
multiplicetur per	4	latitudo		5
Capacitas tota octo pyramidum			4992	8120
	500	altitudo		5
		Capacitas acclivitatum	24964	0600

Capacitas perpendicularis	329202	4234
Capacitas acclivitatum	24964	0600
Capacitas pyramidum	500	
Capacitas tota	354666	4834

Cur autem in tali foſſa, quæ circa aggerem oblongum æquidiſtanter ducta ſit, calculus per mediam latitudinem & longitudinem inſtitutus recte procedat: in aggere verò ipſo, vel etiam in aliis foſſis circa totam aliquam arcem ductis non item: ejus rei cauſam in intimis Geometriæ penetralibus abſconditam hoc loco proferre nolo: ne nihil reliquiſſe videar aliorum induſtriæ.

BAR-

Digitized by Google

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

PROBLEMATUM GEOGRAPHICORUM

Liber Unus.

PRÆFATIO.

AD Geographiam pertinet doctrina de ſupputandis diſtantiis locorum: ex data ipſorum longitudine & latitudine. Eſt autem longitudo loci nihil aliud, quàm diſtantia meridiani per illum locum tranſeuntis, à meridiano primo, qui ſtatuitur in inſulis fortunatis: & numeratur illa diſtantia in æquatore: ab occaſu per meridiem verſus ortum. Latitudo loci, nihil eſt aliud, quàm diſtantia verticis loci, ab æquatore verſus meridiem, aut ſeptentrionem: & numeratur in meridiano per loci propoſiti verticem tranſeunte: ac ſemper convenit cum elevatione poli, ſupra horizontem illius loci. Cæterùm, ſupputantur quidem diſtantia locorum etiam per penult. primi Euclid. ſive per 50. p. primi noſtri, hoc eſt, per Triangula plana: at quia ſuperficies terræ non eſt plana, ſed rotunda: rectius ſupputantur per Triangula Sphærica. In quibus notandum: ſingulis gradibus circulorum maximorum, circa globum terræ ductorum reſpondere milliaria Germanica 15. Quod, vel inde patet: quia ſi 15. milliaribus propius ad Septentrionem accedas, polum ſeptentrionalem uno gradu altius, quàm antè, ſupra horizontem elevatum eſſe deprehendes.

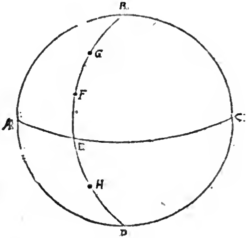
Digitized by Google

PROBLEMA PRIMUM.

Datis duobus locis ſola latitudine differentibus, eorum diſtantiam invenire.

CASUS PRIMUS.

Si utriuſque loci latitudo ſit verſus eundem polum: ut eſt locorum F & G.



REGULA. Subtrahe latitudinem minorem EF, à majore EG, differentiam FG, quæ poſt ſubtractionem reſtabit, converte in milliaria: & negocium confectum erit.

EXEMPLUM. Baſilea Rauracorum & Friburgum Briſgoiæ, longitudinem habent eandem nempe 27. gr. 45. m. & ſita ſunt verſus eundem polum: nempe ſeptentrionalem. Sed latitudine differunt. Et Baſileæ quidem latitudo eſt 47. grad. 30'. velut EF. Friburgi verò latitudo eſt 48. gr. 13'. velut EG.

Primum

Primum igitur ab	EG,	48. gr. 13'.
Subtraho	EF,	47. 40.
Et reſtat	FG,	0. gr. 33. m.

Deinde dico:

1. gr: dat 15. milliaria, quid dant 33. m.
60. m. 15.
165.
33.
495.
60. (℞. $8\frac{1}{4}$. milliaria.

CASUS SECUNDUS.

Si alterius loci latitudo ſit ſeptentrionalis; alterius meridionalis: ut eſt locorum H & G.

REGULA. Adde latitudinem utranq;: & ſummam in milliaria converte hoc modo.

EXEMPLUM. Bellogradum in Europa (Griechiſch Weiſſenburg) & Caput bonæ ſpei in Africa, habent eandem longitudinem, nempe 48.gr.30.m. Sed latitudinem, illud quidem ſeptentrionalem, tanquam EG, 44.gr.30'. Hoc verò meridionalem tanquam EH, 35.30.

Additis igitur EG, 44.30.
& EH, 35.30.

Dico 1. gr. dat 15. milliaria: quot milliaria dant 80. grad.
℞. 1200.

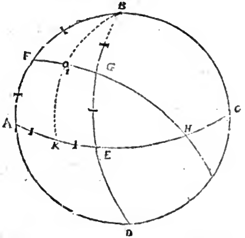
Digitized by Google

PROBLEMA SECUNDUM.

Datis duobus locis ſola longitudine differentibus, eorum diſtantiam invenire.

CASUS PRIMUS.

Si uterque locus ſitus ſit ſub æquatore, Vt A & E.



REGULA. Subtracta longitudine minore à majore, differentiam converte in milliaria, & habebis diſtantiã quæſitam.

EXEMPLUM. Inſula S. Thomæ in Africa, ſub Æquatore ſita, longitudinem habet 32. gr. 20. m. Inſula Sumatra prope Indias orientales, ſub eodem Æquatore ſita, longitudinem habet 131.

Igitur à 131. gradibus.
Subtraho—32. gr. 20. m.

Et reſtat differentia 98. gr. 40. m.

Tum

Tum dico:

1. gr. dat 15. milliaria: quid dant 98. gr. 40.m.

℞. 1480. milliaria.

Tanta eſt diſtantia inter iſtas duas inſulas: ſi utriuſq; inſulæ medium & quaſi centrum ſpectes.

CASUS SECUNDUS.

Si uterq; locus ſitus ſit extra Æquatorem.

REGULA. Hic ſolvendum eſt Triangulum æquicrurum FBG, in quo crura æqualia FB & BG, ſunt complementa latitudinum æqualium AF & EG. Angulus FBG, eſt differentia longitudinis. Qui angulus, ſive ſit rectus, ſive obliquus, Triangulum FBG, facilimè ſolvitur, ſi dimiſſo à B, in I, perpendiculo BI, in duo Triangula FBI, & IBG, diſlocetur. Quia enim duo illa Triangula erunt æqualia: per 23.p.1. ideo invento arcu IG, in Triangulo IBG, etiam arcus FI, in Triangulo FBI, inventus erit.

Dico igitur per axioma tertium.

Ut BIG, rectus ad BG, complementum latitudinis:
Ita IBG, dimidia differentia longitudinis,
ad IG, dimidiam diſtantiam.

Vel.

Continuato perpendiculo BI, in K, ut ſit quadrans BK, quia Triangulum IHK, angulos ad I & K, habet rectos: ad I, per theſin, ad K, per 57.p.1. ac proinde latera IH, & KH, ſunt quadrantes: per 68.p.1. Et denique arcus GH & EH, arcuum IG & KE, complementa per 9.p.1. Ideo in Triangulo GEH, rectangulo ad E, per 57.p.1. inquiro complementum tertii lateris GH, nempe arcum GI, per axioma quartum.

EXEM-

Digitized by Google

EXEMPLUM. Noriberga & Amberga propemodum eandem latitudinem habent, nempe Noriberga 49. grad. 22. m. Amberga 49. gr. 24. m. Hoc eſt, uterq; locus habet latitudinem circiter 49. gr. 23. m. Longitudine autem differunt. Nam longitudo Noribergæ eſt 31. gr. 45. m. Ambergæ 32. gr. 30. m. Differentia longitudinis eſt o. gr. 45. m.

Sit ergo Noriberga F, Amberga G, ac proinde AF, vel EG, 49. gr. 23'. FB vel GB, 40. 37. FBG, ſive AE, o. gr. 45. m. KE, o. gr. 22½. m. EH, 89. gr. 37½. min.

Per axioma tertium calculus talis erit.

Ut BIG, 90. gr. ad BG, 40. gr. 37'. ita IBG, o. gr. 22½.

100000.	65099.	654.
	654.	
	260396.	
	325495.	
	390594.	
ad 425 ſinum arcus	74746.	

At per axioma quartum calculus talis erit.

GE, 49. 23. idem 49. 23.
EH, 89. 37½. Compl. o. 22½.

139. o½. 49. 45'½. Sinus 76333.
Exc. 49. o½. Sinus — — — — — 75480.

853.
426.

Sinus arcus GI, o. grad. 14'. 40". cujus duplum eſt arcus FG, o. grad. 29'. 20". cui arcui reſpondent milliaria 7⅓. Nam ut

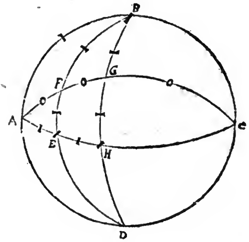
Nam ut 60. min. ad 15. milliaria, ita 29⅓. minut. ad 7⅓. mill. Ergo Noriberga & Amberga invicem diſtant 7⅓. milliaribus. Vulgò octo milliaria integra numerant.

PROBLEMA TERTIUM.

Datis duobus locis & longitudine & latitudine differentibus, eorum diſtantiam invenire.

CASUS PRIMUS.

Si alter locus ſitus ſit ſub æquatore, alter extra Æquatorem, ut ◡AG, vel ◡AF, vel FC.



REGULA PRIMA. Si differentia longitudinis ſit quadranti æqualis: ut eſt locorum A & G, diſtantia AG, eſt quadrans. A enim eſt polus circuli maximi BGD, per 56. p. 1. Ergo omnes arcus inde ad BGD, ducti ſunt quadrantes, per eandem.

EXEMPLUM. Inſula Sumatra longitudinem habet 131. gr. latitudinem nullam.

Buda metropolis Hungariæ, longitudinem habet 41. grad. lat. 47. gr.

Differentia longitudinis eſt 90. gr. Subtractis enim 41. de 131. remanent 90.

Ergo diſtant inter ſeſe 90. gradibus, hoc eſt, milliaribus Germanicis 1350. Nam ut 1.—ad 15.—ita 90. ad 1350.

REGULA SECUNDA. Si differentia longitudinis ſit quadrante minor: ut eſt locorum A & F. Solvendum eſt Triangulum AEF, per axioma quartum: vel illi adjacens FBG, per primum aut tertium.

EXEMPLUM. Inſula S. Thomæ longitudinem habet 32. gr. 20'. latitudinem nullam: tanquam ſi ad A, ſit ſita. Amſterodamum in Hollandia longitudinem habet 26. gr. 30. m. latitudinem 52. gr. 40. m. tanquam F.

Differentia longitudinis ABF, vel per 58. p. 1. AE, eſt 5. gr. 50. m.

Diſtantia quæſita eſt AF.

Calculus per axioma quartum talis erit.

AE, 5. gr. 50'.		Idem	5. gr. 50'.		
EF, 52.	40.	Compl.	37.	20.	
58.	30.		43.	10.	—*68412.*
31.	30.	—	—		*52250.*
					120662.
					60331.

Sinus arcus FG, 35. grad. 41'. cujus complementum eſt AF, 54. gr. 19'.

Per

Per axioma primum calculus talis erit.

Ut BE, 90. gr. ad EH, 84. 10. ita BF, 37. 20. ad FG.

100000.	*99482.*	*60645.*
	60645.	
	497410.	
	397928.	
	596892.	
	596892.	
	60330|85890.	

Sinus arcus FG, 35. gr. 41. m. cujus compl. eſt AF, 54. gr. 19. min. cui reſpondent milliaria Germanica 814¾. Nam

Ut 1. gr. ad 15. mill. ita 54. gr. 19. m.

15.

270. NB. 4¾. eſt quarta pars ex 19 ſicut 15. eſt quarta pars è 60.

54|4¾.

ad 814¾. milliaria.

Per axioma tertium calculus eſt idem, qui per axioma primum. Nam proportio:

Ut BGE, ad BF, ita GBF ad GF.

Prorſus eoſdem numeros gignit, quos proportio:

Ut BE ad EH, ita BF ad FG.

Niſi quod duo termini intermedii ſunt tranſpoſiti; quæ tranſpoſitio in calculo nihil mutat, per 42. p. 1.

REGULA TERTIA. Si differentia longitudinis ſit quadrante major: ut eſt locorum F & C. Solvendum venit Triangulum FCE, rectangulum ad E, ſed Triangulum illud latera FC & EC, habet quadrantibus majora. Ergo pro eo ſolvas Triangulum AEF, Triangulo FEC adjacens, & negocium confe-

confectum erit. Nam per ſolutionem Trianguli AEF, reperies arcum FG, quo addito ad quadrantem GC, conſtabitur arcus FC, quæſitus.

EXEMPLUM. Heidelbergæ longitudo eſt 30.gr.45.m.latitudo 49.gr.35'. tanquam quæ ſita ſit ad F. Sumatræ longitudo eſt 131.gr.latitudo nulla, tanquam quæ jam ſit ad G.

Differentia longitudinis eſt 100.gr.15'. EC, ejuſq; complementum AE, 79.gr.45.m.

Calculus per axioma quartum talis erit.

EF,	49.35.	—	—	49.35.		
AE.	79.45.	—	—	10.15.		
	129.20.	—	—	59.50.	—	80456
Exc.	39.20.	—	—	—	—	63383
						23073
						11536

Sinus arcus FG, 6.gr.37½.m, quo addito ad FC, 90. efficitur arcus 96.gr.37½.m, cui arcui reſpondent milliaria Germanica $1449\frac{5}{16}$.

CASUS SECUNDUS.

Si uterq; locus ſitus ſit extra Æquatorem: Vt FH vel FG, vel FI, vel IK, &c.

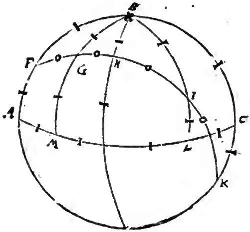
REGULA PRIMA. Si uterq; locus ſitus ſit verſus eundem polum: ſemper datur Triangulum congruens ad axioma quartum, ſive angulus ad B, ſit rectus, ſive obliquus. Ut ſi loca data ſint, FG, datur ſolvendum Triangulum FBG, cum acuto ad B. Si loca data ſint F, H, datur ſolvendum Triangulum FBH, cum recto ad H. Si loca data ſint F, I, datur ſolvendum Triangulum FBI, cum obtuſo ad B.

EXEM-

Digitized by Google

EXEMPLUM PRIMUM. Congruens ad formam Trianguli FBG. acutanguli ad B.

Grünberga prima patria mea longitudinem habet 38. gr. 10. m. latitudinem 52. gr. 2. m.



Heidelberga, altera patria mea, longitudinem habet 30. gr. 45. m. Latitudinem 49. gr. 35. m.

Sit ergo F, Heidelberga. G, Grünberga.

Differentia longitudinis BG, eſt 7. 25. diſtantia quæſita FG. Complementum latitudinis minoris AF, 49. gr. 35. m. eſt FB, 40. gr. 25. m.

Complementum latitudinis majoris LG, 52. grad. 2. m. eſt BG, 37. grad. 58. m.

Calculus igitur talis erit,

BG,	37.58.	—	37.58.	
FB,	40.25.	—	49.35.	
	78.23.		87.33. —	99909.
	11.37.	—	— —	20136.
				9 3 FBG.

Digitized by Google

FBG, *7.25.100000.* *79773.*
81.35.| *99163.* *39886.*
837.

Ut *100000.* ad *39886.* ita *837.*
837.
279202.
119658.
319088.
ad—*33384582.*

quo detracto|
de *99909.* relinquitur *99576.* ſinus arcus GH, 84. grad. 44. m. cujus compl. eſt 5. gr. 16. m. arcus FG, quæſitus. Cui arcui FG, 5. gr. 16. m. reſpondent milliaria Germanica 79. m.

EXEMPLUM SECUNDUM. Congruens ad formam Trianguli FBH, rectanguli ad B.

Spiræ longitudo eſt 28. gr. 45. m. latitudo 49. gr. 20. m. Daroacanæ civitatis Paropaniſi, regionis Aſiæ, longitudo eſt 118. gr. 45. m. latitudo 34. gr. 45. m.

Differentia longitudinis 90.

Diſtantia quæſita FH.

Complementum latitudinis minoris AF, 34. gr. 45. m. eſt FB, 55. gr. 15. m.

Complementum longitudinis majoris EH, 49. gr. 20. m. eſt HB, 40. gr. 40. m.

Calculus igitur talis erit.

HB,	40. gr. 40′.	— —	40 gr. 40′.	
FB,	55. gr. 15′.	— —	34. 45.	
	95. 55.	— —	*75. 25.*	— *96778*
	5. 55.	— —	—	— — *10308*
				86470
				43235. Sinus
				Arcus

Arcus 25.gr.38. m. cujus compl. eſt arcus FH,*64*. gr. 22. m. cui reſpondent milliaria Germanica *965½*.

EXEMPLUM TERTIUM. Congruens ad formam Trianguli FBI, obtuſanguli ad B.

Heidelbergæ longitudo eſt 30 gr.*45*.m.lat.*49*.*35*.

Carticardamnæ in India, ubi S. Thomas Apoſtolus ſepultus eſſe dicitur, longitudo eſt 136.gr.50.m.latitudo 12.gr.40.m.

Differentia longitudinis eſt 106. gr.5. m. tanquam angulus FBI, obtuſus.

Diſtantia quæſita eſt FI.

Complementum latitudinis minoris AF, 12. gr. 40'. m. eſt FB, 77.gr.20'.

Complementum latitudinis majoris IL, 49.gr.35.m.eſt IB, 40.gr. 25.m.

Calculus igitur talis erit.

IB, 40.25.	—	40.25.	
FB, 77.20.	—	12.40.	
117.45.		53. 5. —	*70951*.
27.45.	—	— —	*46561*.
			126512.
			63256.

FBI, *106*.5.|*100000*.
Exc. *16*.5.*27704*.

127704. Sinus verſus.
63256. Medietas rectæ.

766224.
638520.
255408.
383112.
766224.
80780|44224.

Digitized by Google

79951.|

829. Sinus arcus o.grad. 28½.min. qui additus ad quadrantem 90. grad. conſtituit arcum quæſitum FI, 90. grad. 28½.m. Cui arcui reſpondent milliaria Germanica 1357.

REGULA SECUNDA. Si alter locus ſitus ſit verſus polum ſeptentrionalem: alter, verſus polum meridionalem: ut G & K. Item H & K, Item I & K, ſemper datur Triangulum ejuſmodi, cujus alterum latus circa angulum datum ſit quadrante majus: ut BK. Ergo pro illo latere BK, ſumendum eſt ejus complementum ad ſemicirculum BF, hoc eſt, pro Triangulo GBK, ſolvendum eſt Triangulum GBF: pro Triangulo HBK, ſolvendum eſt Triangulum HBF: pro Triangulo IBK, ſolvendum eſt Triangulũ IBF, Omnia per axioma quartum.

EXEMPLUM UNICUM.

Heidelbergæ longitudo eſt 30. gr. 45. m. latitudo Septentrionalis 49. gr. 35. m.

Javæ majoris, ſi ſpectes punctum ejus medium, longitudo eſt 141. gr. 40. m. latitudo 10. gr.

Differentia longitudinis eſt 110. gr. 55. m. tanquam angulus GBK, obtuſus: cujus compl. eſt 60. gr. 5. m. angulus FBG, acutus. Diſtantia quæſita GK.

Complementum latitudinis ſeptentrionalis MG, 49. gr. 35. m. eſt BG, 40. gr. 25. m.

Complementum latitudinis meridionalis KC, 10 gr. eſt KD, cui reſpondet BF, 80. gr. Nam ut KD, eſt complementũ arcus KB, in ſemicirculo DKB, ita BF, eſt complementum arcus KB, in ſemicirculo KBF.

Igitur

Igitur in Triangulo FBG, calculus talis erit.

BG, 40. 25.	— —	40. 25.		
BF, 80. 0.		10. 0.		
120. 25.		50. 25.	—	77010.
30. 25.	—	—	—	50628.
FBG, 69. 5.	100000.			127638.
20. 55.	35701.			63819.
Sinus verſus 64299.				64299.
				574391.
				574371.
				127638.
				155276.
				382914.
				41034. | 07881.
				77010.
				35976.

Sinus arcus 21. gr. 5. m. qui additus ad quadrantem 90. gr. conſtituit arcum GK, quæſitum 111. gr. 5. m. cui arcui reſpondent milliaria Germanica. 1666¼.

F I N I S.

r BAR-

Digitized by Google

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

PROBLEMATUM GNOMONICORUM

Liber Unus.

PRÆFATIO.

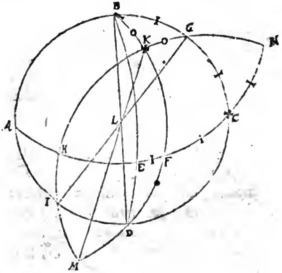
IN Gnomonicis præſtant Solaria: & in his Sciotherica communia: in quibus ſtylus eſt axis: lineæ verò horariæ ſunt circulorum horariorum, per viceſimas quartas partes Æquatoris, & utrumq; mundi polum incedentium, ſectiones communes cum plano dato. Et hæ quidem ab axe facilè deducuntur. At axem collocare; hoc opus, hic labor eſt: præſertim in planis meridiano obliquis: in quibus omnibus, tàm meridiana plani, quã elevatio poli ſupra planũ, atq; adeo elevatio axis ſupra meridianam plani, & in nonnullis etjam meridiana loci ignoratur. De his igitur, ſcitu per quàm utilibus & jucundis, tria hoc loco Problemata proponemus: & in gratiam ſtudioſæ juventutis addemus quartum, de lineis horariis in quovis plano ducendis.

PROBLEMA PRIMUM.

Dato plano, & ad meridianum & ad verticalem primarium obliquo, ſed ad horizontem recto, hoc eſt, dato plano ſimpliciter declinato, meridianam plani & elevationem poli ſupra planum invenire.

Meri-

Meridianam plani voco communem ſectionem meridiani proprii cum plano dato. Nam unumquodq; planum, ut horizontem, ita meridianum habet proprium, qui eſt circulus per polos mundi & plani ductus, atq; idcirco, tàm plano, quàm Æquatori normalis. In quo circulo numeratur elevatio poli ſupra planum: quæ nihil aliud eſt, quàm arcus meridiani proprii, inter horizontem plani, hoc eſt, inter circulum maximum, cui planum æquidiſtat, & polum proximum interceptus.



Sit ergo meridianus loci ABCD. Horizon AEC, verticalis primarius BED, punctum orientale E, planum verticale BKD, horizonti rectum ad F, at à verticali primario declinatum angulo EBF, ſive arcu EF, cujus complementum eſt angulus FBC, ſive arcus FC. Et ſint poli mundi G & I, polus plani H, adeoque meridianus plani GHI, plano rectus ad *K*, centrum mundi L, communis ſectio meridiani loci cum plano dato atque adeo meridiana loci BLD,

communis ſectio meridiani proprii cum plano dato, atque adeo meridiana plani KLM. Quærantur autem 1. elevatio poli G, ſupra faciem plani ſeptentrionalem, ſive ſupra punctum K, hoc eſt, arcus GK, cui ex oppoſito reſpondet arcus MI, elevatio poli antarctici I, ſupra faciem plani meridionalem, nempe ſupra punctum M, 2. diſtantia meridianæ plani KLM, à meridiana loci BLD, hoc eſt, angulus BLK, vel MLD quem metitur arcus BK, vel MD.

Factis quadrantibus KN & FN, quia in Triangulo GCN, data ſunt duo latera rectum includentia: nempe GC, elevatio poli, & CN, declinatio plani. (Nam CN & EF æquantur, per ſtructuram.) Ideo primum ſolvo Triangulum GCN. per ax. 4. Deinde reperto arcu GK, in Triangulo BGK, dico:

Ut CF, tang. ad FB, rad. ita GK, tang. ad KB, ſin. per ax. 2.

Vel.

Ut radius ad tangentem complementi CF, ita GK, tang. ad KB, ſinum per compendium 2.

EXEMPLUM. Sit planum meridionale (hoc eſt, meridiei obverſum) ſed declinatum dextrum, (hoc eſt, verſus orientē) 30. gr. Et ſit elevatio poli 49. gr. 35. m. Quærantur autem & diſtantia meridianæ plani à meridiana loci, & elevatio poli ſupra planum: ſive, quod idem eſt, elevatio axis, ſupra meridianam plani.

I. Primum ſolvo Triangulum GCN, per axioma quartum, hoc modo:

CN, 30. 0.	—	30. 0.	
GC, 49. 35.	—	40. 25.	
79. 35.		70. 25.	— 94215.
10. 25.	—	—	18080.
			112295.
			56147, Sinus arcus GK, 34. gr.

34. gr. 9½. m. Quæ eſt elevatio poli arctici ſupra faciem plani ſeptentrionalem, cui ex oppoſito æquatur arcus MI, elevatio poli antarctici ſupra faciem plani meridionalem.

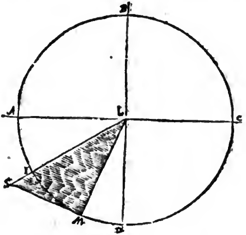
II. Deinde in Triangulo BKG, dico: per ax. 2.

Ut CF, tang. 60. gr. ad FB, rad. ita GK, tang. 34. gr. 9½. m.

173205. 100000. 67850.

ad 39173. ſinum arcus BK, vel DM, diſtantiæ meridianæ plani à meridiana loci, 23. gr. 4. m.

Ergo in tali plano, ſi horizon loci ſit ◡*AC, meridiana loci LD, deſcripto horizonte plani* ◡*ABCD, (in praxi ſufficit quadrans* ◡*AD.) & numeratis à D, in M, 23. gradibus, 4. minutis, & ab M, in I, 34. gr.*

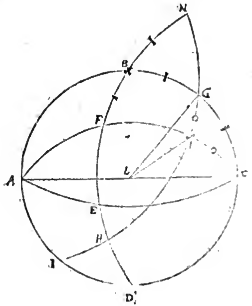


9½. min. meridiana plani (quam vulgò vocant ſubſtylarem) erit LM. Elevatio poli antarctici MI, (quaſi jam arcus ◡*MI, eſſet meridianus proprius ſupra punctum M, perpendiculariter erectus,) adeoq; axis LI, extollendus ſupra meridianam plani L*◡*M, angulo MLI.*

PROBLEMA SECUNDUM.

Dato plano & ad meridianum & ad horizontem obliquo; ſed ad verticalem primarium recto: hoc eſt, dato plano ſimpliciter inclinato: (qualia plana ſunt, quæ ab ortu verſus occaſum, aut contra, ab occaſu verſus ortum inclinantur) meridianam plani, & elevationem poli ſupra planum invenire.

Sit meridianus loci ABCD, horizon AEC, verticalis primarius BED, punctum occidentale, ſed ab oriente ſpectatum E, planum orienti obverſum, AFC, ſed à puncto verticali B, verſus punctum occidentale E, inclinatum arcu BF, angulis ad F, rectis. Et ſint poli mundi G & I, polus plani H, adeoque meridianus plani GHI, & per conſequens, elevatio poli arctici ſupra planum arcus KG, & diſtantia meridianæ plani LK, à meridiana loci LC, arcus KC. Qui duo arcus quærantur.



Conti-

Continuatis lateribus FB & KG. & factis quadrantibus FN & KN, quia in Triangulo BNG, nota ſunt duo latera, includentia rectum ad B, nempe BN, complementum inclinationis poli, & BG, complementum elevationis poli. Primùm ſolvo Triangulum BNG, per ax. 4. Deinde, reperto per ax. 4. arcu GK. dico per ax. 2.

Ut BF, tang. ad FC, rad. ita GK, tangent. ad KC, ſinum.

Vel per compendium 2.

Ut rad. ad tang. complementi BF, ita GK, tang. ad KC.

EXEMPLUM. Sit planum orientale inclinatum 30. grad. adeoq; arcus BF, ſit 30. gr. BN. 60. gr. Elevatio poli GC, 49. gr. 35. m. complementum elevationis poli GB. 40. gr. 25. m. Quærantur autem arcus GK, & KC, ſive anguli GLK & KLC, hoc eſt, ut vulgo loquuntur: quærantur, diſtantia ſtyli GL, à ſubſtylari KL, & hujus à meridiana loci CL.

Primum ſolvo Triangulum BNG, per ax. 4.
hoc modo.

BG, 40. 25.	—	49. 35.	
BN, 60. 25.	—	30. 0.	
100. 25.		79. 35. —	98352.
10. 25.	—	—	18080.
			80272.
			40136.

Sinus arcus GK, diſtantiæ ſtyli à ſubſtylari, 23. grad. 40. min.

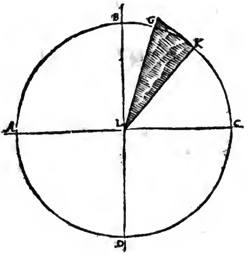
Deinde in Triangulo GKC, dico: per ax. 2. vel per compend. 2.

Ut BF, tang. 30. gr. ad FC,	ita GK, tang. 23. gr. 40′.	
57735.	100000.	43827.

Ad

Ad 75910. ſinum arcus KC, diſtantiæ ſubſtylaris ſive meridianæ plani à meridiana loci 49. gr. 23. m. per 2. ax. ſphær.

In tali igitur plano ſi horizontalis, eademq; meridiana loci ſit AC, verticalis BD, numeratis in quadrante horizontis plani BC, gr. 49. gr. 23'. à C, in K, meridiana plani, ſive ſubſtylaris erit LK, & inde à K, in



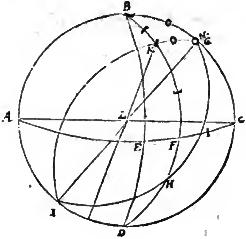
G, numeratis 23. gr. 40. m. elevatio poli borealis ſupra planum erit GK, adeoq; axis erit LG, extollendus ſupra meridianam plani angulo KLG.

PROBLEMA TERTIUM.

Dato plano & ad meridianum, & ad horizontem, & ad verticalem primarium obliquo, hoc eſt, dato plano inclinato declinato, meridianã, tàm loci, quàm plani, & elevationem poli ſupra planum invenire.

Sit meridianus loci ABCD, Horizon AEC verticalis primarius BED, punctum Orientale E, verticalis declinatus BKD, & ſub eo planum inclinatum NKI, angulis ad K, rectis. Poli

Poli mundi G & I, polus plani H. Meridianus plani GHI angulus declinationis EBF, arcus inclinationis BK.



Ante omnia autem quæratur arcus KN, diſtantia meridianæ loci NL, à verticali plani KL, per ax. 2. Deinde arcus BN, per axioma 3 vel 4. poſthæc angulus BNK, per ax 3. hoc eſt, ut uno verbo dicam, ſolvatur Triangulum BKN. Quo ſoluto, arcus BN, vel repertus eſt, æqualis complemento elevationis poli BG, vel minor, vel major.

CASUS PRIMUS.

Si arcus BN, repertus fuerit æqualis complemento elevationis poli BG, indicio eſt, planum ſub meridiano obliq; uſq; ad polum inclinatum eſſe. In quo caſu meridiana loci, & plani, itemq; axis, in eandem lineam GL, concurrunt: ſi planum in ipſo circulo maximo KN, conſiſtere fingatur. At ſi planum non in ipſo circulo maximo KN, ſed in aliquo ipſius parallelo

ſ conſi-

conſiſtere fingatur, & axis à plano nonnihil abducatur, (ut neceſſariò fit, ſi ſciotericum abſoluere libeat) meridianæ loci, & plani ſunt duæ lineæ inter ſeſe parallelæ: & ſejunguntur mutuo ſecundum differentiam longitudinis loci & plani: quæ differentia eſt penes angulum HGC, qui eſt complementum anguli BNK, nuper inventi: quia angulus KGH, eſt rectus per 57. p. 1. quippe cum meridianus plani per polos plani incedat. Tres autem ad G vel N, concurrentes ſunt æquales duobus rectis per 20. p. 1.

EXEMPLUM. Sit planum meridionale declinatum dextrum 29. gr. 59. m. inclinatum verſus polum arcticum 23. grad. 3. m. Elevatio poli 49. gr. 35. m. Quærantur autem in eo meridiana loci & plani, atq; elevatio poli ſive axis ſupra planum. Calculus talis erit.

I. Ut BF, rad.	ad FC, 60. gr. 1. m.	ita BK, 23. gr. 3'.
100000.	tang. 173360.	39152.

Ad 67874. tangentem arcus KN, diſtantiæ meridianæ loci à verticali plani 34. gr. 10. m. per ax. 2.

II. BK, 23. 3.	—	23. 3.	
KN, 34. 10.	—	55. 50.	
57. 13.		78. 53.	— 98125.
32. 47.	—	—	54146.
			152269.
			76134.

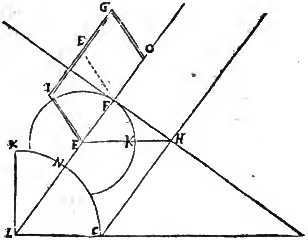
Sinus arcus NC, 49. gr. 35. m. cujus compl. eſt arcus BN, 40. gr. 25. m. per ax. 4.

III. Ut BN 40. gr. 52. m	ad BKN 90. gr.	ita BK, 23. gr. 3'.
64834.	100000.	39122.

Ad

Ad 60388. ſinum anguli BNK, 37. grad. 9. min. cujus compl. eſt angulus HNC, ſive HGC, 52. gr. 51. m. differentia longitudinis plani à longitudine loci, ſive diſtantia meridianorum loci & plani, per ax. 3.

Sit ergo horizon loci LC, verticalis plani KL, Horizon plani, circulus KNC. In quo numerentur à K, verſus C, 34. gr. 10. m. & per terminum numerationis N, trajiciatur recta LNF, quæ eſſet meridiana & plani & loci, ſi centrum Scioterici L, vel F, pro centro mundi & recta LNF, pro axe haberetur. At, quia in perfectione Scioterici axis IG, cum centro mundi E, non in recta LNF, relinquitur, ſed ſupra eam fulcris pro libitu, ſed tamen æquè altis EI & OG, extollitur: atq; adeo planũ

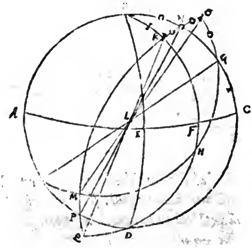


ab axe mundi nonnihil abducitur: ideo linea LNF, jam nõ ſimul eſt meridiana loci, ſed tantũ meridiana plani: ſive, ut vulgò loquuntur, ſubſtylaris. Meridianã autẽ loci ſic invenies. Ad normã meridianæ plani, ductâ cõmuni ſectione Æquatoris cum plano (vulgò lineã contingentiæ vocant)

vocant) FH, centrum mundi E, ab axe IG, reponatur in meridianam plani LNF. Deinde centro E, conſiſtente in linea LNE, deſcribatur circulus Æquatoris FK, & in eo verſus orientem (quia horizon plani eſt horizonte loci orientalior, adeoq; citiùs à ſole irradiatur meridiana plani, quàm loci) numeretur differentia longitudinis loci & plani 52. grad. 51. min. & per terminum numerationis K, ducatur recta, tanquam radius quiſpiam Æquatoris EKH, quæ ubi attigerit communem ſectionem Æquatoris cum plano, nempe rectam FH, per id punctum agatur normaliter meridiana loci CH.

CASUS SECUNDUS.

Si verò arcus BN, repertus fuerit minor complemento elevationis poli, indicio eſt, planum citra polum arcticum conſiſtere, adeoq ſupra tale planum non polum arcticum G, ſed polum antarcticum I, extolli debere, angulo tanto, quantus eſt ILM, cujus menſura eſt arcus IM, cui ex oppoſito æquatur arcus GO, Quem unà cum arcu NO, porrò ſic invenies.



IV. Ut

Digitized by Google

IV. Ut NOG, rectus ad NG, differentiam inter BN, & BG, ita ONG, angulus antea repertus, ad OG, per ax 3.

V. Ut tangens ONG, ad rad. ita tangens OG, ad ſinum ON, per ax. 2.

EXEMPLUM. Sit planum meridionale declinatum dextrũ 34.gr.30.m. inclinatum verſus polum arcticum 16.gr.10. m. Et elevatio poli rurſum ſit 49.gr.35. m. Quærantur autem meridiana loci & plani, unà cum elevatione poli ſupra planum. Calculus talis erit.

I. Ut BF, rad. ad FC. compl. decl. 55.gr.30′. ita BK, incl. 16.gr.10′.

100000.	Tang. 145501.	Sin. 27843.

Ad 40511. tangentem KN, 22 gr. 3$\frac{1}{3}$. m. diſtantiam meridianæ loci à verticali plani per ax. 2.

II. BK, 16.10.	—	16.10.			
KN, 22.3$\frac{1}{3}$.	—	67.56$\frac{2}{3}$.			
38.13$\frac{1}{3}$.	—	84.6$\frac{2}{3}$.	—	99472.	
51.46$\frac{2}{3}$.	—	—		78561.	
				178033.	
				89016.	Sinus

Arcus NC, 62. gr. 53$\frac{2}{3}$. cujus compl. eſt BN, 27.gr. 6$\frac{1}{3}$.m. quo ſubtractò de BG, complemento elevationis poli 40. grad. 25. min. relinquitur arcus NG, 13.grad. 18$\frac{2}{3}$. m. per ax. 4.

III. Ut BN, 27. gr. 6$\frac{1}{3}$. ad BKN, rad. ita BK, 16. gr. 10′.

45563.	100000.	27843.

Ad 61108, ſinum anguli BNK, vel ONG, 37. grad. 40. min. per ax. 3.

IV. Ut NOG, rectus, ad NG, 13. gr. 18$\frac{1}{3}$. m. ita GNO, 37. gr. 40′.

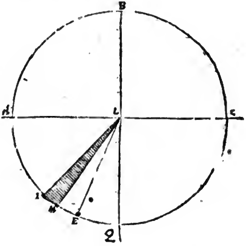
100000.	23024.	61108.

Ad 14069. ſinum arcus OG, diſtantiæ axis GL, à meridiana plani OL, 8. gr. 5$\frac{1}{3}$. m. per ax. 3.

V. Ut tang. GNO, 37. gr. 40′. ad rad. ita tang GO, 8. gr. 5′$\frac{1}{3}$.

77196.	100000.	14212.

ad 18410. ſinum arcus NO, diſtantiæ meridianæ plani OL, à meridiana loci NL, 30. gr. 36$\frac{1}{2}$. m. per ax. 2.

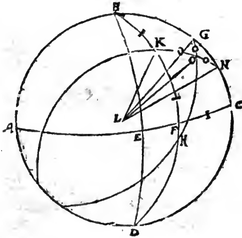


Calculo abſoluto ducantur 1. horizon loci ◡AC, 2. verticalis plani BQ, 3. Horizon plani ◡ABCQ, 4. In cujus quadrante ◡AQ, (nempe juxta polum antarcticum, qui ſolus ſupra tale planum exſtat) primum numeretur diſtantia meridiana loci à verticali plani 22. gr. 3. m. & per terminum numerationis P, ducatur meridiana plani LP. Deinde à puncto P, numeretur diſtantia meridiana plani à meridiana loci, 10. gr. 36$\frac{1}{2}$. min. & per terminum numerationis ◡M, ducatur meridiana plani LM. Deniq. à puncto M, in quamcunq. partem numeretur elevatio poli

poli propria, ſive diſtantia axis à meridiana plani 8.gr.5¾.m. & per terminum numerationis I. agatur axis LI, extollendus ſupra meridianam plani LM, angulo MLI.

CASUS TERTIUS.

Si denique arcus BN, repertus fuerit major complemento elevationis poli BG, indicio eſt, planum ultra polum arcticum inclinatum eſſe: adeoq; polum arcticum ſupra tale planum extolli debere, angulo tanto, quantus eſt angulus GLO, quem metitur arcus GO, quem arcum unà cum arcu ON, porrò ita reperies, ut in caſu præcedente.



EXEMPLUM. Sit planum meridionale declinatum dextrum 35.gr.54.m. inclinatum verſus polum arcticum 75.gr.43 m. Et ſit rurſum elevatio poli 49.gr.35.m. Quærantur autem meridiana loci & plani, unà cum elevatione poli ſupra planũ. Calculus talis erit.

I. Ut

I. Ut BF, rad. ad FC, 54 gr. 6'. ita BK 75 gr. 43'.

100000.	tang. 138144.	Sinus 96909.

Ad 133874. tangentem arcus KN, diſtantiæ meridianæ loci à verticali plani 53. gr. 14½. m. per ax. 2.

II. KN, 53. gr. 14'½.		—	53. gr. 14½.			
BK, 75.	43.	—	14.	17.		
128.	57½.		67.	31½.	—	92404.
38.	57½.					62875.
						29529.
						14764.

Sinus arcus NC, 8 gr. 29½. m. cujus complementum eſt BN, 81. gr. 30½. m. Unde ſi ſubtrahas BG, 40. gr. 25. m, reſtabit arcus GN, 41. gr. 5½. m. per ax. 4.

III. Ut BN, 81. gr. 30.½. ad BKN 90. gr. ita BK, 75. gr. 43'.

98903.	100000.	96909.

Ad 97982. ſinum anguli BNK, ſive ONG, 78. grad. 16. m. per ax. 3.

IV. Ut NOG, rectus ad NG, 41. gr. 5½. m. ita ONG, 78. gr. 16'.

100000.	65726.	97982.

Ad 64399. ſinum arcus OG, diſtantiam axis à meridiana plani 40. gr. 5½. m. per ax. 3.

V. Ut tang. GNO, 78. gr. 16'. ad rad. ita tang. GO, 40. gr. 5'½.

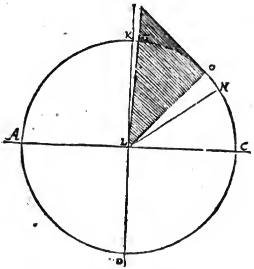
481470.	100000.	84182.

Ad 17483. ſinum arcus ON, diſtantiæ meridianæ plani à meridiana loci 10. gr. 4. m. per ax.

Calculo

Digitized by Google

Calculo abſoluto: ſit horizon loci AC, verticalis plani KD, horizon plani AKCD. In quo primum numeretur à puncto verticali K, verſus C, diſtantia meridiana loci à verticali plani 53. grad. 14'$\frac{1}{2}$. & per terminum numerationis N, ducatur meridiana loci, LN. Deinde à meridiana loci, nempe à puncto N, retrò numeretur diſtantia meridianæ plani 10. grad. 4. m. & per terminum numerationis O, ducatur meridiana plani LO. A qua deinceps numeretur elevatio poli propria, ſive diſtantia axis, à meridiana plani 48. gr. 5$\frac{1}{2}$. m. & per terminũ numerationis G, ducatur axis LG, extollendus ſupra meridianam plani LO, angulo GLO.



PROBLEMA QUARTUM.

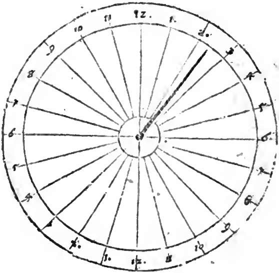
Lineas horarias in quovis plano ducere.

Axis eſt plano adverſus, vel parallelus.

Si axis ſit plano adverſus; lineæ horariæ omnes ad radicem

axis, ſive ad centrum Scioterici concurrunt. Cùm enim plana circulorum horariorum omnia ad axem concurrant: etiã ſectiones illorum planorũ, à plano Scioterici factas, ad axem concurrere neceſſe eſt.

Axis autem plano adverſus, eſt eidem rectus, vel obliquus. Si axis ſit plano rectus, ut eſt in plano ad æquatorem parallelo, lineæ horariæ omnes æqualibus invicem angulis ad radicem axis concurrunt.

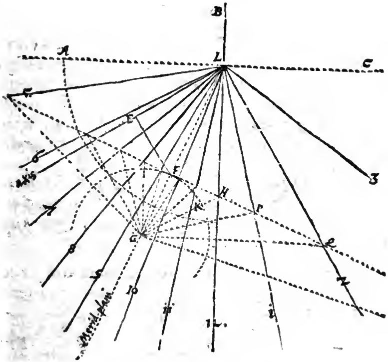


Deſcriptio igitur in tali plano circulo æquatoris, & eodem in 24. partes diviſo, ac diviſionibus ad centrum Scicterici ductis, lineæ horariæ ductæ erunt: ut factum vides in adjuncta figura.

Si axis ſit plano obliquus: ut eſt in quovis plano ad Æquatorem obliquo: lineæ horariæ pleraq; inæqualibus ad axem angulis concurrunt. Reperiuntur autem facilimè hoc modo.

A puncto

A puncto quolibet axis tanquam à centro mundi, verbi gratia, in meridionali declinato dextro 30. grad. à puncto axis E, ducatur recta normalis tanquam radius quiſpiam Æquatoris EF, quæ recta ubi in meridianam plani inciderit, (ſive ea ſit eadem cum meridiana loci ſive non) ibi per meridianam plani trajiciatur alia recta normalis FQ, quæ erit communis ſectio æquatoris cum plano. Deinde radius Æquatoris FE, reponatur in meridianam plani, ut ſit FG. Atque ex G, tanquam ex centro mundi deſcribatur circulus Æquatoris quantuslibet FK. Ac rurſus ducatur alius radius Æquatoris è centro G, ad interſectionem lineæ æquatoris cum meridia-



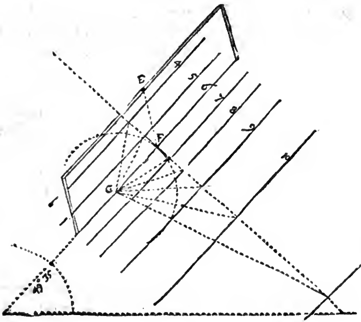
na loci,ſive cum linea horæ duodecimæ. Qui radius ubi ſecuerit circulum Æquatoris (hic autem ſecat in puncto K) inde initio facto ſemicirculus Æquatoris, communi ſectioni Æquatoris & plani oppoſitus dividatur in partes æquales 12, ac per ſingulas diviſiones è centro G, ducantur rectæ deletiles, quales ſunt GP, GQ, &c. quæ ubi communem ſectionem Æquatoris & plani attigerint, ibi lineæ horariæ diviſionibus illis reſpondentes neceſſariò tranſibunt. Et ſic ſingularum horariarum ducendarum duo puncta habebuntur, unum in centro Scioterici L, ubi omnes concurrunt: alterum in communi ſectione Æquatoris, & plani, ſive in linea FQ, per quam omnes tranſeunt. Per quæ duo puncta ſi ducantur rectæ LQ, LP, &c. lineæ horariæ ductæ erunt.

¶ *Si axis ſit plano parallelus, ut eſt in plano quovis ad Æquatorem recto: (qualia plana nobis ſunt è verticalibus orientalia & occidentalia, & ex inclinatis ea, quæ uſque ad polum inclinantur) lineæ horariæ nuſquam in plano concurrunt: quia totus earum concurſus eſt ad axem, qui tale planum nuſquam attingit: ſed ſunt invicem parallelæ: quia omnes ſunt ad axem parallelæ: propter axem plano parallelum.*

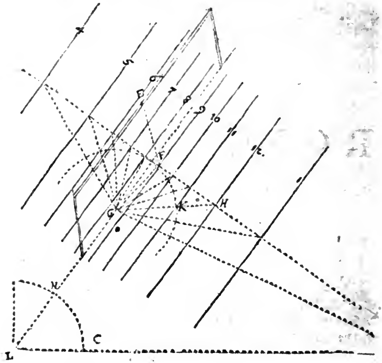
Reperiuntur autem eodem ferè modo, quo illæ quæ ad axem concurrunt: nempe lineâ Æquatoris per circulum Æquatoris in ſuas horas diviſâ. Tantum hoc intereſt, quod ibi per duo puncta oblique: hic per unicum punctum rectè ducuntur.

EXEM-

Digitized by Google



EXEMPLUM primum eſto verticale orientale, in quo diviſio circuli Æquatoris incipit ab horaria ſexta: quæ eadem in tali plano, ut etiam in plano occidentali eſt meridiana plani. Nam meridiana loci in hujuſmodi plana non incidit: quippe cum hujuſmodi plana à meridiano loci non ſecentur, ſed ſint ipſi parallela.



EXEMPLUM alterum eſto meridionale declinatum dextrum 29. grad. 59. min. ſub verticali ſuo rectè inclinatum 23. grad. 3. min. at ſub meridiano obliquè inclinatum 40. grad. 25. min. hoc eſt, uſq; ad polum. In quo diviſio circuli Æquatoris prorſus ut in obliqui ſtylaribus incipit à puncto K. Cætera fiunt, ut in planis orientalibus & occidentalibus.

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

PROBLEMATUM
ASTRONOMICORUM

Libri Sex.

PRÆFATIO.

Aſtronomiæ partes (meo quidem judicio) ſunt duæ: una de motu ſtellarum omnium communi: Altera de motu, tàm fixarum, quàm erraticarum proprio. Motus ſtellarum omnium communis rurſum eſt duplex: unus revolutionis, alter trepidationis. Motus revolutionis ſtellarum omnium communis, eſt motus circularis perfectus & æqualis, circa axem mundi & ſuper polis mundi, non in nona, vel decima aliqua Sphæra, ſed in ſolo Dei juſſu fixis: ab ortu in occaſum tendens, & periodo ſua definiens tempus, quod Græci νυχθήμερον, *q. d. noctidiurnum, latini diem civilem vocant. Motus trepidationis ſtellarum omniũ communis eſt motus circularis imperfectus & inæqualis circa axem coluri Solſtitiorum: quo tota cælorum machina, tanquam axi zodiaci affixa, modo ad axem mundi accedit propius, modo ab eo recedit longius, & ita obliquitatem Zodiaci & Æquatoris, modo majorem facit, modo minorẽ: hinc inde à medio digrediens per ſcrupula prima duodecim, & ad idẽ extremum rediens, annis Ægyptiis 3434. Motus longitudinis, tàm fixarũ, quàm erraticarũ proprius omnis, eſt motus circularis perfectus, & quoad apparentiam inæqualis: ab occaſu in ortum: fixarum & ſolis, circa*

axem

Digitized by Google

axem Zodiaci: reliquarum erraticarum circa proprios quoſdam axes & inter ſeſe & ab axe Zodiaci diverſos: unde ipſis præter motum longitudinis, etiam motus latitudinis ineſſe dicitur. De motu igitur revolutionis ſtellarum omnium communi, erit Problematum noſtrorum liber primus. De motu trepidationis itidem ſtellarum omnium communi, liber ſecundus. De motu fixarum proprio, liber tertius. De motu ſolis proprio, liber quartus. De motu lunæ proprio liber quintus. De calculo Eclipſium Solis & Lunæ liber ſextus & poſtremus.

BAR-

Digitized by Google

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

PROBLEMATUM ASTRONOMICORUM

LIBER PRIMUS.

De motu revolutionis ſtellarum omnium communi,

Sive

De motu cœli diurno.

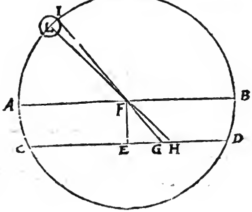
PROBLEMA PRIMUM.

Altitudinem Solis ſupra horizontem quovis momento deprehendere. Ptol. lib. 2. c. 5. Cop. lib. 2. c. 6.

Altitudo Solis ſupra horizontem rectiſſimè capitur, per Quadrantem. At colligi tamen etiam poteſt ex umbris, ſive rectis: ſive verſis: hoc modo. Sit planum horizontale CED, & in eo gnomon perpendiculariter erectus EF, extremitate ſua F, centrum mundi referens, & in partes æquales quodlibet, verbi gratia, in partes æquales 100. diviſus. Et ſit obſervata umbra recta Solis EG, ſparſa à ſummitate corporis Solaris 1.

u (Nam

Digitized by Google



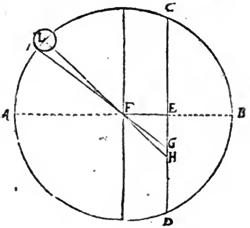
(Nam umbra EH, ſparſa à centro Solis L, tota cerni nequit: propterea quod pars illius umbræ GH, à ſupremo gibbo Solis I, perpetuò illuminatur) Sit inquam obſervata umbra recta ſupremi gibbi ſolaris EG, 75. partium. Quæratur autem angulus EGF, æqualis angulo altitudinis AFI. Dico:

Ut EG, umbra recta, ad EF, gnomonem, ita EG, radius.		
95.	100.	100000.

Ad EF, 105263. tangentem anguli EGF, ſive AFI, cujus menſura eſt arcus AI, 46. grad. 28. min. unde ſubtractus ſemidiameter Solis LI, 15. min. relinquit altitudinem centri Solis AL, 45. grad. 13. min.

Vel.

Sit planum verticale CED, & in eo gnomon normaliter fixus EF, extremitate ſua attingens centrum mundi F, & in partes æquales 100. diviſus. Et ſit obſervata umbra verſa Solis EG, $103\frac{473}{1000}$. partium, oſtendens altitudinem imi gibbi Solis I. (Nam umbra centri EH, rurſus tota cerni nequit: quia pars HG, ab



HG, ab imo gibbo Solis I, illuminatur.) Quæratur autem angulus altitudinis EFG, ſive IFA. Dico:

Ut FE, gnomon ad EG, umbram verſam : ita FE, rad.

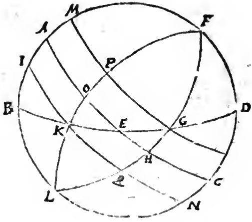
100. $103\frac{432}{1000}$. 100000.

Ad EG, 103432. tangentem anguli EFG, vel IFA. hoc eſt, arcus IA, 45. gr. 58. m. cui ſi addas ſemidiametrum Solis IL, 15. min. efficitur altitudo centri Solis 46. gr. 13. min.

PROBLEMA SECUNDUM.

Ex altitudine Solis, in meridie utriuſq; ſolſtitii capta, diſtantiam tropicorum, & maximam declinationem Solis ac ſimul elevationem poli colligere. Ptol. m. lib. 1. c. 2. & lib. 2. c. 5. Copern. lib. 2. c. 2.

Altitudinem minorẽ, verbi gratia BI, ſubduc à majore BM, quod reſtat IM eſt diſtantia tropicorum IK & MP, cujus diſtantiæ dimidiũ IA, vel AM, eſt maxima declinatio Solis: quâ additâ ad BI, vel ſubtractâ de BM, oſtẽditur BA, elevatio Æquatoris AEC, ſupra horizontẽ BED, cui elevationi Æquatoris



BA, ex oppoſito reſpondet depreſſio Æquatoris DC, cujus complementum eſt DF, elevatio poli F, ſupra horizontis punctum D.

EXEMPLUM. Sit obſervata Heidelbergæ altitudo Solis in bruma BI, 16. grad, 57. min. At in Solſtitio æſtivo BM, 63. grad. 53. min.

	Erunt
	BM, 63. 53.
	BI, 16. 57.
Diſtantia tropicorum.	IM, 46 56.
Maxima declinatio.	IA, 23. 28.
Elevatio Æquatoris.	BA, 40. 25.
Elevatio poli.	DF, 49. 35.

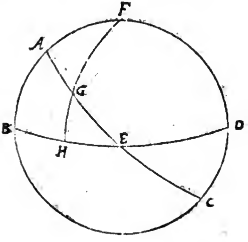
PROBLEMA TERTIUM.

Data maxima declinatione Solis, ſingularum ſigniferi partium declinationes invenire. Ptol. lib. 1. cap. 13. Cop. lib. 2. cap. 3.

Sit

Digitized by Google

Sit colurus ſolſtitiorum, idemq; Meridianus ABCD. Æquator BED. Signifer AEC, polus Æquatoris F, meridianus quiſpiam FGH, abſcindens de ſignifero arcum EG, & notans punctum G, cujus quæratur declinatio GH. Sint autem data, arcus Signiferi EG, 30. grad. unà cum ipſius complemento GA, 60. grad. Item declinatio maxima AEB, vel



AB, 23. grad. 28. min. unà cum ipſius complemento AF, *66.* grad. 32. m. Quia igitur circuli FAB, & FGH, per polum Æquatoris F, & ſignifer AEC, per polum coluri ABCD, tranſeunt: ideo anguli ad A, B, & H, ſunt recti per 57. p. 1. Quia verò anguli ad A, B, & H, ſunt recti; ideò, vel ſolvo Triangulum HEG, per axioma primum aut tertium; & dico:

Ut EA, ad BA, 23. grad. 28'. ita EG, 30. grad.

100000. 39822. 50000.

Ad GH, 19911—11. grad. 29. min. vel quod multò eſt compendioſius ſolvo Triangulum AFG, per axioma quartum, hoc modo.

AG, 60. 0.	—	60. 0.	
AF, 66.32.	—	23.28.	
126.32.		83.28.	— 99350.
Exc. 36.32.	—	—	59529.
			39821.
			19910.

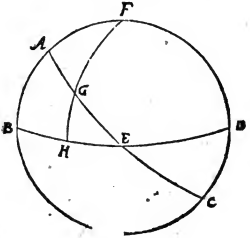
Sinus arcus FG, 11. grad. 29. min.

NB. *Hoc modo, nempe per axioma quartum, omnes & declinationes Solis & latitudines reliquorum planetarum abſq; omni, vel multiplicatione, vel diviſione, per ſolam additionem, & ſubtractionem reperire potes.*

PROBLEMA QUARTUM.

Data maxima declinatione Solis ſingularum Signiferi partium aſcenſiones rectas invenire. Ptolom. lib. 1. cap. 14. Cop. lib. 2. c. 3.

Aſcenſio recta alicujus partis Signiferi dicitur arcus Æquatoris, qui cum illa parte in Sphæra recta ſimul aſcendit. Ut



partis

partis Signiferi GE, aſcenſio recta eſt HE, quia punctũ H, eodem momento cum puncto G, attingit horizontem rectum FGH. Notum enim eſt è Sphæricis, quemvis circulum per polos mundi ductum eſſe horizontem in aliqua regione ſub Sphæra recta (hoc eſt, ſub æquatore) ſita.

Sint igitur data, quæ pridem: nempe arcus Signiferi EG, 30. grad. unà cum ipſius complemento GA 60. grad. Et maxima declinatio Solis AB, 23. gr. 28. min. unà cum ipſius complemento AF, 66. grad. 32. min. Et deniq; anguli ad A, B & H, recti. Quæratur autem aſcenſio recta HE. Dico, in Triangulo BFH.

Ut AF, 66. grad. 32. m. ad AG, 60. grad. ita FB, 90. grad.

Sinus 9.1792. tang 173205. 100000.

Ad BH, 18822. tangentem arcus 62. gr 6. m. cujus complementum eſt HE, 27. gr. 54. m. aſcenſio recta quæſita, per ax. 2. & per compend. 1.

PROBLEMA QUINTUM.

Datis declinatione & aſcenſione recta unà cum elevatione poli, ſingularum Signiferi partium aſcenſiones obliquas invenire. Ptol. lib. 2 c. 7. Cop. lib 2. c. 3.

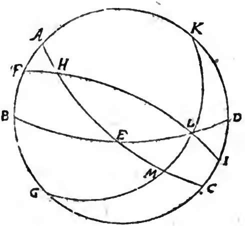
Aſcenſio obliqua alicujus partis Signiferi dicitur arcus Æquatoris, qui cum illa parte in Sphæra obliqua ſimul aſcendit: ut aſcenſio obliqua partis Signiferi HL, eſt arcus Æquatoris HE, quia arcus ille HE ſimul aſcendit ſupra horizontem obliquum BLD, in ſphæra obliqua: in qua elevatio poli eſt DK.

CASUS

CASUS PRIMUS.

Si Sol ſit in ſigno aliquo boreo, qualia ſigna ſunt ♈, ♉, ♊, ♋, ♌, ♍.

Sit meridianus ABCD, Æquator AEC, Signifer FLI, Horizon obliquus BED, elevatio poli DK. Arcus aliquis Signiferi HL, ejuſq; declinatio LM, & aſcenſio recta HM, aſcenſio obliqua HE, differentia aſcenſionalis EM. Et in Triangulo ELM, ſint data præter rectum ad M, compl. elevationis poli



LEM, ſive DC, 40. grad. 25. min. & declinatio LM, 11. gr. 29. min. & denique aſcenſio recta HM, 27. grad. 54. min. Quæratur autem EM, differentia aſcenſionalis: quæ demta de aſcenſione recta HM, relinquat aſcenſionem obliquam HE. Dico:

Ut DC, 40. gr. 25. min.	ad CE, rad.	ita LM, 11. grad. 29′.
T. 85157.	100000.	T. 20315.

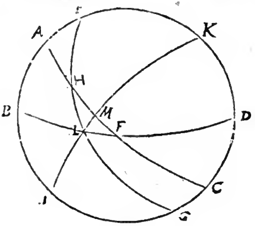
Ad 23855. ſinum arcus ME, 13. grad. 48. m. quo detracto de aſcenſione recta HM, 27. grad. 54. min. relinquitur aſcenſio obliqua HE, 14. grad. 6. min.

CASUS

Digitized by Google

CASUS SECUNDUS.

Si Sol ſit in ſigno aliquo auſtrali, qualia ſigna ſunt ♎, ♏, ♐, ♑, ♒, ♓.



Signifero exiſtente FHI, cæteris, ut ante: Sit data portio Signiferi HL, nempe finis libræ, vel principium Scorpii 30.gr. ejuſque declinatio LM, 11.grad.29'. & aſcenſio recta HM, 27. grad. 54. min, unà cum declinatione maxima, LHM, 23. grad. 28'. Dico:

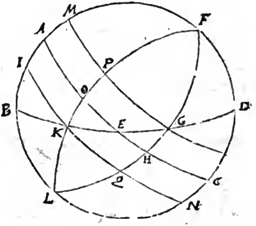
Ut BA, 40. grad. 25. min. ad	AE, rad. ita	LM, 11. 29.
T.85157.	100000.	T.20315.

Ad 23855. ſinum arcus EM, 13. grad. 48. min. quo addito ad aſcenſionem rectam HM, 27. gr. 54. m, efficitur aſcenſio obliqua HE, 41. gr. 42. min.

CONSECTARIUM. Differentiæ ergo aſcenſionales in utroq; ſemicirculo Signiferi ſunt eædem: ſed in ſemicirculo boreali ſunt ab aſcenſionibus rectis auferendæ: in ſemicirculo reliquo ſunt ad aſcenſiones rectas addendæ.

PROBLEMA SEXTUM.

Data declinatione Solis, unà cum elevatione poli, ſingularum ſigniferi partium arcum ſemidiurnum, hoc eſt, quantitatem diei reperire. Copern. lib. 2. c. 7.



Differentia diei inæqualis ab æquali nihil aliud eſt, quàm differentia aſcenſionis rectæ ab obliqua: ut Copernicus monet lib. 2, c. 9. Et res ipſa docet. Sit enim principii Tauri G, data declinatio GH, 11. gr. 29. m. unà cum complemento elevationis poli GEH, 40. gr. 25. min, & angulo recto ad H. Quæratur autem arcus Æquatoris EH, qui additus ad quadrantem AE, oſtendat quantitatem arcus ſemidiurni AH, vel in parallelo Solis MG. Ratiocinatio prorſus eadem erit, quæ in Problemate antecedente: nempe.

Ut CD, 40. gr. 25′.	ad CE, rad.	ita GH, 11 gr. 29′.
T. 85157.	100000.	T. 20315.

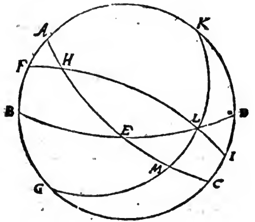
Ad

Ad 23855. ſinum arcus EH, 13. gr. 48'. cui arcui reſpondent, hora 0. min. 41. Ergo, quando Sol eſt in principio tauri, dies eſt horarum 13. & 22. minutorum. Nam bis 41 m. ſunt 1. hora, 22. min. quæ addita ad 12. horas efficiunt 13. H, & 22. min.

CONSECTARIUM. Hinc cujuſcunque regionis, ſi data ſit elevatio poli, unà cum declinatione maxima: dabitur etiã dies maximus. Et contra: ſi datus ſit dies maximus, unà cum declinatione maxima, dabitur etiam elevatio poli.

PROBLEMA SEPTIMUM.

Data declinatione Solis, unà cum elevatione poli, ſingularum ſigniferi partium, latitudinem ortivam invenire. Ptol. lib. 2. c. 2. Coper. lib. 2. cap. 7.



Latitudo ortiva dicitur arcus horizontis inter Æquatorem & orientem aliquem ſigniferi gradum interceptus, ut EL. Invenitur autem hoc modo.

Ut LEM, 40. gr. 15'. ad LM, 11. gr. 29'. ita EML, rad.

64834. 19908. 100000.

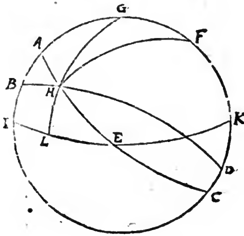
Ad 30706. ſinum arcus EG, 17. gr. 53'.

PROBLEMA OCTAVUM.

Datis loco & declinatione Solis unà cum elevatione poli, altitudinem ejus ſupra horizontem ad quamvis horam invenire.

Casus Primus.

Si Sol ſit in Æquatore, hoc eſt, in principio libræ, vel arietis.



Sit hora ſecunda à meridie. & Sol ad H. conſtitutus: adeoque ſit angulus AFH, ſive arcus AH, 30 gr. arcus AG, æqualis elevationi poli FK, 49. gr. 35. m. Et angulus ad A rectus per 57. p. 1. Solvo Triangulum AGH, per ax. 4. hoc modo.

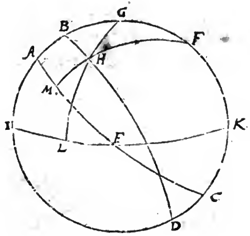
AH, 30. gr.	0'.	—	30. gr.	0'.			
AG, 49.	35.	—	40.	25.			
79.	35.		70.	25.	—	94215.
10.	25.					18080.
						112295.
						56147.

Sinus

Sinus arcus HL, altitudinis Solis ſupra horizontem 34. grad. 9′.

CASUS SECUNDUS.

Si Sol ſit in aliquo ſigno boreo.



Sit rurſus hora ſecunda à meridie, adeoq; ſit angulus GFH 30. grad. ſive arcus AM. Sol autem ſit in 15. grad. Tauri, nempe ad punctum H, cujus puncti declinatio HM, eſt 16. gr. 21′. & quæratur ejus altitudo HL. Solvendum venit Triangulum obliquangulum FGH, cujus latera duo nota ſunt, FG, complementum elevationis poli 40. grad. 25′. & FH, complementum declinationis Solis 73. 39. unà cum angulo GFH, 30. gr. Ita igitur procedo per axioma quartum.

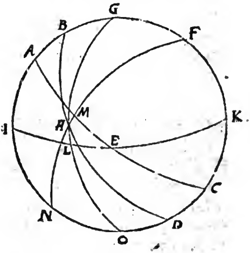
FG, 40. 25.	—	40. 25.	
FH, 73. 39.	—	16. 21.	
114. 4.		56. 46.	— 83644.
24. 4.	—	—	40780.
GFH, 30. gr. 0′	—	100000.	124424.
60. 0′.	—	86602.	62212.
		13398.	

Ut 100000. ad 62212, ita 13398.

Ad 8335. quo detracto de 83644. relinquitur 75309. ſinus arcus HL, altitudinis ſolaris 48. gr. 51′½.

CASUS TERTIUS.

Si Sol ſit in ſigno aliquo auſtrali.



Sit etiam in hoc caſu data hora ſecunda à meridie, hoc eſt, angulus GFH, etiam in hoc caſu ſit 30. gr. Sol autem in puncto H,

ctoH, ſit conſtitutus ad principium Scorpii: cujus declinatio HM, eſt 11.gr. 29′. Arcus igitur FH, eſt quadrante major: Ergo pro Triangulo GFH, nunc ſolvo Triangulum NHO, per axioma 4. hoc modo.

NO, 40.25.	—	40.25.		
NH, 78.31.	—	11.29.		
118.56.		51.54.	—	78693.
28.56.	—	—		48379.
30. 0.				127072.
HNO, 150. 0.		100000		63536.
60. 0.		86602.		
		186602.		

Ut 100000. ad 63536. ita 186602.

Ad 118559. de quo ſi ſubtrahas 78693. reſtabit 39866. ſinus exceſſus tertii lateris, nempe ſinus altitudinis ſolaris HL, 23. grad. 30′.

NOTA. Hæ ſupputationes altitudinum ſolarium congruunt cum tertio genere exemplorum quarti axiomatis triangulorum ſphæricorũ: ubi parallelus Solis partim ſupra horizontem exſtat, partim infra horizontem demergitur. Quod ſi verò ſupputare libeat altitudines Solis in parallelo aliquo ſemper exſtante currentis, illa ſupputatio inſtituenda erit, vel per primum, vel per ſecundum genus exemplorũ ejuſdem axiomatis. Per primum genus, ſi parallelus ſemper exſtans, ab altera parte horizontem attingat. Per ſecundum genus, ſi parallelus ſemper exſtans, nuſquam horizontem attingat.

PROBLEMA NONUM.

Data altitudine Solis latitudinem ejus à meridiano ſupputare.

Latitudo Solis à meridiano eſt arcus horizontis inter meridianum & verticalem, qui per Solem tranſit, interceptus,

ut in

Digitized by Google

ut in præcedentibus tribus Schematibus arcus IL, Qui arcus facilimè reperitur per axioma 3 hoc modo.

In primo caſu præcedentis problematis. (gr.

Ut GH, cōpl. altitudinis 55. gr. 51'. ad GFH, 30. gr. ita FH, 90.

Sin. 82757. Sin. 50000. 100000.

Ad 60417. ſinum anguli HGF, vel IGL, hoc eſt, arcus IL, 37. grad. 10. min.

In ſecundo caſu:

Ut GH, 41. grad. 8½. ad GFH, 30. gr. ita FH, 73. grad. 39'.

65792. 50000. 95956.

Ad 72924. ſinum anguli FGH, vel IGL, hoc eſt, arcus IL, 46. 49½.

In tertio caſu:

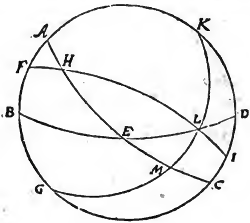
Ut GH, 66. 30. ad GFH, 30. grad. ita FH, 78. 31.

91706. 50000. 97998.

Ad 53430. ſinum anguli FGH, vel IGL, hoc eſt, arcus IL, 32. grad. 18'.

PROBLEMA DECIMUM.

Et Solis & omnium omnino ſtellarum declinationes obſervare.



Per

Per Quadrantem obſerva altitudinem ſtellæ in circulo meridiano. Quæ altitudo ſi fuerit major altitudine Æquatoris, hanc ab illa ſubtrahe: ſin minor, fac contrarium: & habebis declinationem ſtellæ quæſitam. Exempli gratia. Si Solis altitudo in circulo meridiano per Quadrantem obſervata ſit BF, 35. grad. 12. min. ſubtractis BF, 35. grad. 12'. de altitudine Æquatoris BA, 40. gr. 25'. remanet declinatio Solis FA, 5. grad. 13. min.

PROBLEMA UNDECIMUM.

Ex obſervata declinatione Solis locum ejus in Ecliptica reperire.

Sit obſervata declinatio Solis FA, 5. gr. 13. m. Quæratur autem locus ejus in Ecliptica, hoc eſt, quæratur arcus FH. Quia igitur in Triangulo FAH, præter rectum ad A, notus eſt obliquus ad H, nempe declinatio maxima 23 gr. 28. min. & inſuper etiam latus FA, declinatio nuper obſervata, dico per ax. 3.

Ut AHF, 23. gr. 28'. ad	AF, 5. gr. 13. min. ita	FAH, 90. gr.
39821.	9092.	100000.

Ad 22831. ſinum arcus FH, 13. gr. 12. m. quo arcu detracto de ſigno piſcium 30 grad. apparet Solem eſſe in 16. grad. 48. min. piſcium.

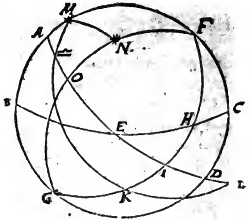
Videtur autem Sol 24. horarum ſpacio unum ferè gradum pertranſire. Veniunt itaq; pro horaria portione ſcrup. 2½. Unde ad quamlibet aliam horam conſtitutam facilè conjectabitur locus ejus, inquit Copernicus lib. 2. cap. 14.

PROBLEMA DUODECIMUM.

Aſcenſiones rectas fixarum invenire.

Digitized by Google

Aſcenſionem rectam primæ alicujus ſtellæ fixæ ſic invenies. In meridie obſerva declinationem Solis, & inde collige aſcenſionem ejus rectam per problemata præcedentia. Deinde horologium quoddam automaton indubitatæ fidei exactè compone ad motum Solis. Porrò obſerva, quot horis à meridie ſtella fixa, cujus aſcenſionem rectam inquiris, ad meridianum pervenerit. Deniq; horas illas in gradus & ſcrupula Æquatoris converſas adde ad aſcenſionem rectam Solis, & habebis aſcenſionem rectam ſtellæ fixæ quæſitam. Exempli gratia. Primum in meridie ſit obſervata aſcenſio recta Solis ad K, conſtituti, IL, 80. gr. Deinde horis novem à meridie elapſis



ſit obſervatus tranſitus ſtellæ alicujus fixæ M, per meridianum BAM. Atqui horis novem aſcenderunt IA, 135. grad. 22½. min. ſingulis enim horis aſcendunt 15. gr. 2½. min. Additis ergo IA, 135. 22½. ad IL, 80. gr. manifeſtum fit, aſcenſionem rectam ſtellæ fixæ M hoc eſt, arcum Æquatoris AL, à principio Arietis L, eſſe 215. grad 22½.

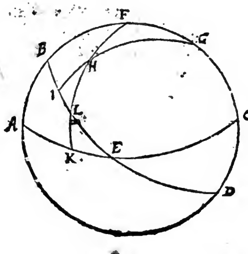
¶ In-

¶ Inventa autem aſcenſione recta unius alicujus ſtellæ fixæ, reliquarum fixarum omnium aſcenſiones rectas inde colliges hoc modo.

Sit prius inventa aſcenſio recta ſtellæ fixæ M, nempe arcus AL. Nunc autem quæratur aſcenſio recta ſtellæ fixæ N, hoc eſt, arcus OL, obſervatis declinationibus AM & ON, per problema 10. & notata diſtantia MN, vel per Quadrantem, vel per Sextantem. Quia in Triangulo MFN, nota ſunt omnia tria latera: nempe MF, & NF, complementa declinationum & MN, diſtantia ſtellarum: inde per ax 4. inveſtigabis angulum MFN, cujus menſura eſt arcus AO, quo detracto de aſcenſione recta ſtellæ M, nempe de arcu AL, remanebit arcus OL, aſcenſio recta ſtellæ N.

PROBLEMA DECIMUM TERTIUM.

Data declinatione & aſcenſione recta alicujus ſtellæ fixæ, ejus longitudinem ab æquinoctio verno, & latitudinem ab Ecliptica ſupputare.



Sit meridianus ABG, Æquator AEC, Ecliptica BED, polus Æquatoris F, polus Eclipticæ G, & ſit ſtellæ H, data declinatio HK, & aſcenſio recta KE: quæratur autem longitudo EI, & latitudo IH. Primum in Triangulo KEL, quia præter rectum ad K, notus eſt angulus maximæ declinationis Solis KEL, & inſuper aſcenſio recta ſtellæ KE. Dico

I. Ut EA, rad. ad AB, tang. maximæ declinationis, ita EK, ſinus aſcenſionis rectæ, ad tangentem arcus KL, quo detracto de declinatione ſtellæ KH, relinquitur arcus LH, per ax. 2.

II. Ut KL, ad KEL, ita KE, ad KLE, per ax. 3, cui æquatur ILH, per 13. p. 1.

III. Ut KEL, ad KL, ita LKE, ad LE, per ax. 3.

IV. Ut HIL, ad HL, ita ILH, ad IH, latitudinem ſtellæ per ax. 3.

V. Ut tangens ILH, ad rad. ita tangens IH, ad ſinum IL, per ax. 2. quo IL, addito ad LE, efficitur arcus IE, quo detracto de circulo toto relinquitur arcus EDBL. Longitudo ſtellæ ab Æquinoctio verno E.

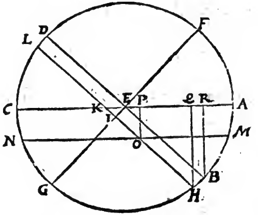
PROBLEMA DECIMUM QUARTUM.

Data declinatione & latitudine ſtellæ longitudinem ejus invenire. Cop. lib. 3. c. 2.

Exempli gratia: Sit Spicæ virginis obſervata altitudo in meridiano 27. grad. ferè. Qualem obſervavit Copernicus Frueburgi Pruſſiæ, Anno 1525, ubi elevatio poli eſt 54. gr. 19'. Declinatio igitur auſtrina ſtellæ fuit 8. gr. 40. min. per problema 9. Et ſit latitudo ſtellæ auſtrina data 2. gr. 0. m. Quæratur autem longitudo. Deſcripto circulo meridiano per Æquatoris & Eclipticæ polos incedente ABCD, ſit ſectio communis Æquatoris cum meridiano, adeoque dimetiens Æquatoris

ris

ris AEC, ſectio communis Eclipticæ cum meridiano, ſive dimetiens Eclipticæ BED, poli Eclipticæ F & G, principium Cancri D, capricorni B. Declinatio auſtrina Spicæ ſit CN vel AM, per cujus declinationis terminos N & M ducatur di-



metiens paralleli Æquatoris per Spicam tranſeuntis NOM. Latitudo auſtrina Spicæ ſit DL, vel BH, per cujus latitudinis terminos L & H, ducatur dimetiens paralleli Eclipticæ per Spicam tranſeuntis LOH, quæ dimetiens, ubi ſecuerit dimetientem Æquatoris, nempe ad punctum O, ibi erit locus Spicæ, ac proinde ſinus rectus longitudinis Spicæ à ♎, quippe verſus Capricornum, in parallelo ſuo erit recta IO, quam quærimus.

In Triangulis autem æquiangulis EBR & KHQ, dantur. 1. Sinus arcus AB, maximæ declinationis Solis 23. grad. 28. min. nempe ſinus RB, 39835.

2. Sinus arcus AH, 25. gr. 28′½. compoſiti ex maxima declinatione Solis AB, 23. grad. 28′½. & ex latitudine Spicæ auſtrina BH, 2. gr. nempe ſinus RH, 43012.

3. Sinus declinationis auſtrinæ AM, 8. gr. 40. m. nempe ſinus OP, 15069.

4. Sinus latitudinis auſtrinæ BH, 2. gr. nempe ſinus EI, 3489 & ſinus complementi IL, vel IH, 99939.

Dico igitur per 46. p. 1.

I. Ut RB, 39835, ad BE, 100000, ita QH, 43012.
ad HK, 107975.

II. Ut RB, 39835, ad BE, 100000, ita P.O, 15069.
ad OK, 37828.

Subtracta autem recta OK, 37828, de recta HK, 107975. reſtat recta OH, 70147, qua rurſus ſubtracta de recta IH, 99939, reſtat recta IO. 29792. quâ notâ porrò dico:

III. Ut IH, 99939, eſt 100000, radius, ita IO. 29792.

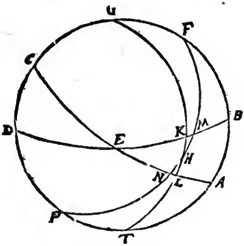
Eſt 29810, ſinus diſtantiæ Spicæ à principio libræ, 17. grad. 20′. 40″. Cui ſi addas ſemicirculum 180. gr. habebis longitudinem Spicæ ab Æquinoctio verno 197. gr. 20′. 40″, ad tempus obſervationis Copernici.

PROBLEMA DECIMUM QUINTUM.

Data longitudine & latitudine ſtellæ, ejus declinationem & aſcenſionem rectam, ſimulq; medium cœli reperire. Copern. lib. 2. cap. 4.

Sit circulus per polos Æquatoris & Signiferi ductus, nempe colurus ſolſtitiorum ABCD. Æquator AEC. Signifer BED poli Æquatoris F, & P. Poli Signiferi G & T, Stella quæpiam H, circulus per polos Æquatoris & centrum ſtellæ incedens FHP, adeoq; declinatio ſtellæ HN, aſcenſio recta EN. Circulus quiſpiam per polos Signiferi & centrum ſtellæ incedens GHT, adeoque latitudo ſtellæ HK, longitudo EK, medium cœli, (hoc eſt, gradus Eclipticæ, cum quo ſtella H, meridianũ attingit) EM. Et ſint data.

BA, ma-



BA, maxima declinatio Solis 23.gr.28'.

EK, longitudo ſtellæ H, nempe oculi ♉, ab æquinoctio verno. 63 gr. 58'. ad an. NC, 1588.

HK, latitudo ejuſdem ſtellæ perpetua, verſus auſtrum 5. gr. 10'.

Quærantur autem

HN, declinatio

EN, aſcenſio recta &

EM, medium cœli, ejuſdem ſtellæ.

Inquiſitio.

In Triangulo PTH, tria nota ſunt.

1. Latus PT, æquale lateri AB, 23. gr. 28'.

2. Latus TH, complementum latitudinis ſtellæ 84. gr. 50'.

3. Angulus HTP, complementum anguli KTB, qui angulus eſt complementum longitudinis ſtellæ 26. gr. 2. m. Unde angulus HTP, eſt 153. gr. 58'.

Et nota

Et nota duo latera notum angulum includunt.

Inquiro igitur latus tertium PH, per ax. 4, hoc modo.

PT, 23.gr.28'. — 23.gr.28'.

TH, 84. 50. — 5. 10.

108. 18. 28. 38. — 47920.

18. 18. — — 31399.

79319.

39659. med. rectæ.

HTP, 153. 58.

90. 100000.

63.58.--89854.

189854. Sinus verſus.

Ut 100000, ad 39659, ita 189854.

Ad 75294, unde detractus ſinus 47920, relinquit 27374, ſinum rectum exceſſus tertii lateris, nempe declinationis ſtellæ HN, 15.gr.53'. cui ſi addas quadrantem PN, ſimul innoteſcit totum tertium latus PH, 105.grad.53'. ejuſque compl. ad ſemicirculum, hoc eſt, complementum declinationis ſtellæ HF, 74.gr.7'.

Quibus omnibus notis, porrò dico per ax. 3.

74. 7. 26. 2.

Ut PH, 105. 53. ad PTH, 153.58. ita TH, 84. gr. 50'.

96180. 43889. 99594.

Ad 45446. ſinum anguli HPT, cujus menſura eſt arcus NA, 27.gr.2'. cujus compl. EN, 62. grad. 58'. eſt aſcenſio recta ſtellæ quæſita. At Raijmarus ſcribit, ejuſdem ſtellæ aſcenſionem rectam Caſellis eodem anno obſervatam & inventam eſſe 63.gr.10'. Quæ obſervatio, ſi rectè à Raijmaro annotata eſt,

eſt, longitudo & latitudo oculi tauri, tàm apud Ptolomeum, quàm apud Copernicum eſt mendoſa.

Denique pro inveniendo medio cœli EM,
dico per ax. 2.

Ut FA, 90. gr. ad AN, 27. gr. 2'.	ita FB, 66. 32.	compl. AB.
100000.	tang. 51026.	Sin. 91729.

Ad 46805, tangentem arcus MB, 25. grad. 5'. cujus complementũ EM, eſt medium cœli ſtellæ H quæſitum 64. gr. 55'.

PROBLEMA DECIMUM SEXTUM.

Obſervata altitudine Solis, quovis diei tempore, horam invenire: ſi modo de elevatione poli, & de loco ac declinatione Solis prius conſtiterit.

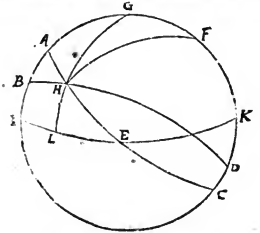
Hoc Problema in priore editione omiſi: quod ex Problemate octavo ſponte conſequi, & ſatis perſpicuè in eo contineri videretur. Nunc addo: quia addendum fuiſſe, amici quidam cenſuerunt. Habet autem tres caſus, ut Problema octavum: cujus eſt inverſio.

CASUS PRIMUS.

Si Sol ſit in Æquatore, hoc eſt, in principio arietis, vel libræ.

Sit Sol in principio libræ, ad punctum H. Et ſit obſervata ejus altitudo ſupra horizontem HL, 34. grad. 9'. 27". Quæratur autem, quota ſit hora diei, hoc eſt, quotus ſit arcus AH, vel angulus AFH, quo arcu vel angulo Sol tunc diſtat à meridie. Quia nota præſupponitur elevatio poli FK, 49. gr. 35'. ideo nota etiam eſt altitudo Æquatoris ſupra horizontem IA: æqualis complemento elevationis poli FG, 40. gr. 25. Atq; adeo in triangulo Sphærico HEL, tria nota ſunt, nempe rectus ad L,

Digitized by Google



per 57.p.1.& acutus ad E, cujus menſura eſt arcus IA: complementum elevationis poli: & denique latus HL, altitudo Solis. Dico igitur, vel per ax.1. Sphæricorum.

Ut IA, 40.grad.25'.ad AE, 90.gr. ita HL, 34.grad.9'.27".

Sin. 64834.	Rad. 100000.	Sin. 56148.

Ad 86602, ſinum arcus HE, 60. gr. cujus complementum eſt arcus AH, 30.gr. qui oſtendit ſolem duabus horis diſtare à meridie: hoc eſt, eſſe, vel decimam antemeridianam, ſi altitudo ſolis creſcat: vel ſecundam pomeridianam: ſi altitudo Solis decreſcat, vel, per axioma 3. Sphær.

Ut HEL, 64834, ad HL, 56148, ita HLE, 100000, ad HE, 86602, &c.

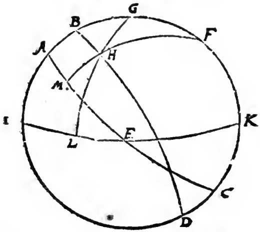
Casus Secundus.

Si Sol ſit in aliquo ſigno boreo.

Sit Sol in 15. gr. Tauri: ad punctum H. Et ſit obſervata ejus altitudo ſupra horizontem, HL, 48.gr. 41'. 33". Quæratur autem quota ſit hora diei, hoc eſt, quotus ſit arcus AM, vel angulus AFM, quo arcu, vel angulo Sol tunc à meridie diſtat.

Quia

Digitized by Google



Quia nota præſupponitur elevatio poli FK, 49. gr. 35′. notum etiam eſt complementum elevationis poli FG, 40. gr. 25′. Quia item nota præſupponitur declinatio Solis HM, 16. gr. 21′. notum etiam eſt complementum declinationis Solis HF, 73. gr. 39′. Quia denique obſervata eſt altitudo Solis HL, 48. gr. 41′. 33″. notum etiam eſt altitudinis illius complementum GH, 41. gr. 18′. 27″. Atq; adeo in triangulo obliquangulo GHF omnia tria latera nota ſunt. Inquiro igitur angulum deſideratum GFH, per ax. 4. Sphær. & per tertium Schema illius axiomatis, hoc modo.

GF, in 3. Schem. 4. ax. AB, *40. gr. 25′.* GN, *40. gr. 25′.*
FH, in 3. Sch. 4. ax. BC, vel BF, *73. 39.* GD, *16. 21.*

AF, *114. 4.* DN, *56. 46.* DP, *83644.*
Exc. QF, *24. 4.* — VF, vel PR, *40780.*

DK *124424*
DT, *62212.*

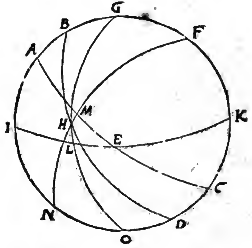
GH, in 3. Sch. 4. ax. AC, DP *83644.*
Compl. CS, 48. 41. 33. LP, *75309.*

DL, *8335.*

Ut DT, 62212, ad DE, 100000, ita DL, 8335, ad DC, 13398, ſinum verſum diſtantiæ Solis à meridie: qui detractus de radio DE, 100000, relinquit ſinum rectum complementi diſtantiæ Solis à meridie, CE, 86602, cui ſinui competit arcus, vel angulus 60. gr. Ergo diſtantia Solis à meridie eſt 30. gr.

CASUS TERTIUS.

Si Sol ſit in ſigno aliquo auſtrali.



Sit Sol in principio Scorpii: ad punctum H. Et ſit obſervata ejus altitudo ſupra horizontem, HL, 23. gr. 30'. 45". Quæratur autem, quota ſit hora diei, hoc eſt, quotus ſit arcus AM, ſive angulus AFM, quo arcu, vel angulo Sol tunc à meridie diſtat.

Quia nota præſupponitur elevatio poli FK, 49. gr. 35'. notum etiam eſt ejus complementum FG, vel NO. 40. grad. 25'. Quia item nota præſupponitur declinatio Solis HM, 11. grad. 29'. no-

29′. notum etiam eſt ejus complementum HN, 78. gr. 31′. vel arcus HF, ex declinatione Solis HM & quadrante FM, compoſitus 101. gr. 29′. Quia deniq; nota eſt ex obſervatione, altitudo Solis HL, 23. gr. 30′. 45″. notum etiam eſt ejus complementum, HG, 66. gr. 29′. 15″. vel arcus HO, ex altitudine Solis HL, & quadrante LO, compoſitus, 113. gr. 30′. 45″. Atque adeo, tàm in triangulo obliquangulo FGH, quàm in triangulo obliquangulo HNO, omnia tria latera nota ſunt. Quæritur autem, vel angulus GFH, in triangulo FGH, vel angulus ANM, complementum anguli HNO, in triangulo HNO, ſive, quod idem eſt, arcus AM, qui tàm angulum ANM, quàm angulum AFM, metitur.

Porrò, triangulum FGH, ad 4. axioma triãgulorum Sphæricorum (ſecundum noſtram quidem reſtrictionem) non cõgruit: quia latus alterum ex iis, quæ angulum quæſitum includunt, nempe latus FH, eſt quadrante majus.

Solvo igitur triangulum HNO, utq; ſolutio illa congruat ad tertium ſchema 4. axiomatis, inverto hoc præſens ſchema & fingo Zenith eſſe ad punctum O, atq; ita procedo.

NO, in 3. Sch. 4. ax. AB, — *40. gr. 25′.* GN, *40. gr. 25′.*
HN, in 3. Sch. 4. ax. BC, vel BF, *78. 31.* GD, *11. 29.*

AF, — *118. 56.* DN, *51. 54.* DP, *78693.*
Exc. QF, *28. 56.* VF, vel PR, *48379.*

DR, *127072.*
DT, *63536.*

HO, in 3. Sch. 4. axiomatis Aq. Cujus exceſſus ſupra quadrantem, hîc HL, ibi Sq 23. gr. 30′. 45″. Sin. Pg. *39866.*

Dp. 78693.

Dg. 118559.

Ut DT, 63534, ad DE, 100000, ita Dg. 118559, ad Dh, 186601, ſinum verſum anguli obtuſi, in præſente ſchemate per literas HNO, notati: de quo ſinu verſo Dh, 186601, detractus radius DE, 100000, relinquit ſinum rectum exceſſus ſupra quadrantem, Eh, 86601, cui ſinui reſpondet arcus, vel angulus 60. grad. Ergo obtuſus HNO, eſt major recto, 60. gradibus: & per conſequens, acutus HNI, reliquus ad duos rectos juxta punctum N, eſt 30. grad. atque adeo diſtantia Solis à meridie eſt duarum horarum. Quod oſtendendum erat.

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

PROBLEMATUM
ASTRONOMICORVM

Liber Secundus.

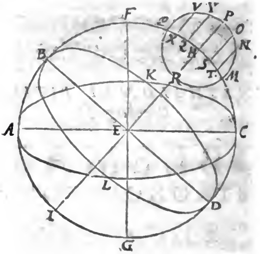
De motu trepidationis itidem ſtellarum omnium communi,

Sive

De diverſitate obliquitatis Signiferi.

PROTHEORIA.

Sit colurus ſolſtitiorum ABCD, & in eo poli Æquatoris F, & G, poli Signiferi H, & I, Signifer ipſe BKDL. Æquator AKCI, Axis Signiferi HEI, axis Æquatoris FEG. Deinde in coluro ſolſtitiorum aſſumatur arcus MHQ, tantus, quanta eſt differentia inter maximam obliquitatem Signiferi FM, & inter minimam FQ, per huncarcum MHQ, axis Signiferi & cum eo tota cœlorum machina hinc inde movetur ab M, per H, in Q, & rurſus à Q, per H, in M, idque motu admodum inæquali: nempe circa maximam & minimam Signi-



Signiferi obliquitatem tardiſſimo, circa mediam, velociſſimo: ut multorum ſeculorum obſervationes oſtendunt. Iam motus inæqualis, niſi mediante aliquo motu æquali ad calculum revocari non poteſt. Polo igitur mediæ obliquitatis Signiferi H, intervallo dimidiæ differentiæ HQ, vel HM, deſcribatur in ſuperficie globi epicyclus MNOP. Et in eo anomalia, ſive diverſitas obliquitatis Signiferi æqualiter moveri intelligatur ab M, in N, &c. quo facto, manifeſtum eſt, motui fictitio æquali per circumferentiam epicycli MNOP, reſpondere motum verum per diametrum MHQ, admodum inæqualem: & quidem omnino talem, qualem obſervationes requirunt: nempe circa M, & Q. tardiſſimum, circa H, vel ociſſimum. Sint enim æquales arcus MN, OP, PY, & VQ, nempe ſinguli 5. graduum. Manifeſtum eſt portiones diametri MHQ, illis arcubus reſpondentes nempe rectas, vel quaſi rectas MT, SH, HZ, & XQ, admodum eſſe inæquales, MT, enim XQ, ſunt ſinus verſi: SH, verò & HZ, ſunt ſinus recti, eorundem arcuum. Iam ſinus verſus 5. graduum non eſt niſi 381. ſinus

381; ſinus verò rectus eſt 8715. Atqui 381. in 8715. pluſquam vicies continetur. Ergo motus circa extremitates M & Q, (hoc eſt, circa maximam & minimam obliquitatem Signiferi) pluſquam vigecuplo tardior eſt motu circa H. Quod ante omnia oſtendendum erat.

PROBLEMA PRIMUM.

Æqualem motum anomaliæ obliquitatis Signiferi ad quodvis datum tempus colligere.

Ad omnem æqualem motum colligendum, etiam tempus datum æquale ſit oportet. Inæquales autem ſunt anni Iuliani: quippe alii dierum 365. alii dierum 366. Inæquales etiam ſunt menſes Iuliani: quippe alii dierum 30. alii dierum 31. alii dierum 28. vel 29. Inæquales deniq; ſunt etiam dies civiles: propter duas cauſas. Primùm, quia motus Solis in Signifero eſt inæqualis. Deinde, quia etiam cum æqualibus arcubus Signiferi, inæquales arcus æquatoris aſcendunt. Dies autem civilis eſt revolutio totius Æquatoris, & inſuper particulæ tantæ, quanta cum eo arcu Signiferi, quem interim Sol proprio & contrario motu emenſus eſt, aſcendit. Sed inæqualitas quidem dierum civilium niſi in motu Lunæ, nihil habet momenti: nec niſi abſoluto calculo motus Solis intelligi poteſt. Ergo ejus correctio ſub finem problematum de motu Solis differatur. Inæqualitas autem annorum Iulianorum corrigitur, reductione eorum ad annos Ægyptios, qui perpetuo ſunt æquales: quippe ſinguli dierum 365. Cæterum, anni Iuliani ad annos Ægyptios reducuntur, ſi per 4. dividantur. Sic enim quarti cujuſq; anni dies intercalaris ſeparatus: & in unoquoque anno non niſi 365. dies relinquuntur. Menſium autem Iulianorum inæqualitas evitatur, dum pro menſibus datis, dies

illorum menſium ad calculum aſſumuntur. Exempli cauſa, ſit quærendus aliquis motus æqualis ad horam ſecundam pomeridianam diei 30. Iunii, anni à N.C. 1600.

Primum annos Iulianos completos 1599. reduco ad annos Ægyptios hoc modo:

333. — anoi tres, poſt biſſextilem reliqui.
1599.
444. (399. dies intercalares.
365. (1. annus Ægyptius, ad 1599. addendus.
34. — dies reſidui.

Deinde numero dies menſium dati anni currentis 1600. & ſunt, dies Ianuarii — 31.

ſunt, dies Ianuarii —	31.
Februarii —	29.
Martii —	31.
Aprilis —	30.
Maii — —	31.
Iunii, dies completi	29.
Dies antea reſidui	34.
Summa dierum.	215.

Quia annus Iulianus 1600. eſt biſſextilis: quippe cum annus 1599. fuerit tertius poſt biſſextilem: idq; ideo, quia annus NC. fuit biſſextilis. Ergo & quartus quiſq; ab illo eſt biſſextilis.

Deniq; horis duabus pomeridianis addo horas 12. à media nocte elapſas, ut fiant horæ 14. idq; propterea, quia Copernicus æram Chriſti orditur, non à meridie Calendarum Ianuarii: ſed à media nocte Calendas Ianuarias antecedente: idq; reſpectu meridiani Cracovienſis, cujus longitudo ſecundum Copernicum eſt 45. graduum 30. minutorum.

His ita factis, tempus calculo Aſtronomico aptum eſt.

annorum Ægyptiorum.	1600.
Dierum. — —	215.
Et horarum. — —	14.

Quos annos & dies compendioſioris calculi cauſa redigo in Sexagenas annorum & dierum: horas verò converto in ſcrupula, ſive in ſexageſimas partes dierum: hoc modo.

44
1600
660 (26. Sexagenæ annorum, & 40. anni.
6
3
215
60 (3. Sexagenæ dierum, & 35. dies.

24. horæ dant 60. ſcrupula dierum, quot ſcrupula dierum
dant 14. horæ?

℞. 35. Nam

Ut 24. ad 60. ita 14.

2. 5. 7.

1. ad 35.

¶Præter temporis correctionem in omni motu æquali colligendo hæc duo præſcire oportet.

Primum, quanto tempore abſolvatur ille motus.

Alterum, conſtituto certo aliquo temporis principio, quouſq; tunc & unde progreſſus fuerit ille motus. Verbi gratia: quouſq; & unde progreſſus fuerit motus anomaliæ obliquitatis Signiferi, tempore nativitatis Chriſti.

Ad primam quæſtionem hoc loco reſpondet Copernicus, motum anomaliæ obliquitatis Signiferi (ipſe vocat motum anomaliæ ſimplicis Æquinoctiorum) abſolvi annis Ægyptiis 3434. Idq; probabiliter colligit ex obſervationibus antiquis ac novis, lib. 3. cap. 6.

Motus igitur annuus eſt — 6′. 17″. 24‴. 9⁗. ferè

Motus diurnus — 0′. 1″. 2‴. 2⁗. Nam

I. Ut 3434. anni ad 360. grad. ita 1. annus ad 0. grad. 6′. 17″. 24‴. 9⁗. ferè.

II. Ut 365. dies ad 6′. 17″. 24‴. 9⁗. ita 1. dies ad 0′. 1″. 2‴. 2⁗.

Quia verò motus unius anni eſt 6'.17''.24'''.9''''. ideo motus Sexaginta annorum, ſive unius Sexagenæ annorum eſt 6. gr. 17'.24''.9'''. Nam ut anni per 60. creſcunt: ita motus.

Stifelius eandem artem expoſuit lib. 1. Arithmet. lat. cap. 10. fol. 83. facie 6. & ſeqq.

Eodemq; modo: quia unius diei motus eſt 1''. 2'''. 2''''. ideo ſexaginta dierum, ſive unius ſexagenæ [dierum] motus eſt 1'. 2''. 2'''. Quod obſervare operæprecium eſt: quia calculum præbet admodum facilem ijs: qui practicam Italicam norunt: quam Studioſus mathematum ignorare nemo debet. Diſcere autem poterit, qui volet, ex Arithmetica Germanica Petri Apiani: vel ex aliis id genus libellis: qui vulgò proſtant, & in omnium ferè mercatorum manibus verſantur.

Ad ſecundam quæſtionem reſpondet, & rurſus ex obſervationibus antiquis atq; novis probabiliter colligit Copernicus, motum anomaliæ obliquitatis Signiferi ab M, verſus N, hoc eſt, à maxima obliquitate verſus minimam tempore nativitatis Chriſti, progreſſum eſſe gradibus 6, min. 45.

Quibus ita poſitis: æqualem motum anomaliæ obliquitatis Signiferi ita colligo, ut ſequitur.

	Sex. annorum.		Sexag. anni.
1.	— 6. gr. 17'. 24''. 9'''.	—	26. 40.
2.	5. 48. 3. 0.		20. 20.
	31. 27. 0. 45.		5. 20.
	4. 11. 56. 6.		1.
2.	47. 44. 4. 0.		

Sex.

Sex dierum.				Sex.dies.ſcr.
1.	—	1'.2''.2'''.	—	3.35.35.
				7.11.10.
				7.11.10.
Motus dierum		—		3'.42''.53'''.21''''.10'''''.
Motus annorum		2. Sex. 47. gr.		44. 4.
Radix.	—	0. 6.		45.
Summa.	—	2'. 54. grad.		32'.46''.53'''.21''''.10'''''.

Hoc eſt

174 grad. 32'. ferè.

Nam duæ ſexagenæ graduum ſunt 120. gr. quibus ſi addas 54. gr. efficiuntur 174. gr. &c.

PROBLEMA SECUNDUM.

Proſtaphæreſes obliquitatis Signiferi ſupputare.

Proſthaphæreſes obliquitatis Signiferi ſunt portiones diametri MHQ, inæquales, arcubus anomaliæ MNOP æqualibus reſpondentes: & ideo ſic dicuntur, quia modo addendæ ſunt ad obliquitatem Signiferi mediam, modo ab eadem auferendæ: prout citra, vel ultra mediam obliquitatem Signiferi H, conſiſtunt.

Supputantur autem adminiculo ſinuum, ſi prius conſtet quantitas diametri MHQ, nempe differentia inter maximã & minimam obliquitatem Signiferi, quam differentiam Copernicus dicit & probat eſſe 24. ſcr. primorum, lib. 3. cap. 10. Tempore enim Ptolemæi, cum motus eſſet tardiſſimus, & ferè imperceptibilis, erat obliquitas Signiferi 23. grad. 52'. ferè. Nunc quando motus iterum eſt tardiſſimus, & ferè imperce-

aa 3 ptibilis,

Digitized by Google

ptibilis, obliquitas Signiferi per obſervationes deprehenditur non multò major, quam 23. gr. 28'. Unde liquet iſtos duos eſſe ſummæ tarditatis limites. Subtractis autem FQ, 23. gr. 28'. de FM, 23. gr. 52'. relinquuntur QM, 24. ſcrupula prima. Quibus datis, quia ad datum tempus motus anomaliæ MV, 174. gr. 33'. excesſit quadrantem MP, arcu PV, 84. gr. 33'. cujus arcus ſinus HX, eſt 99547. ideo dico:

Ut HQ, 100000, ad HX, 99547, ita QH, 12'.

12	ad HX, 11'. 56". qui-
199094	bus ſubtractis de me-
99547	dia obliquitate Signi-
11|94564	feri FH, 23. gr. 40'. re-
60	ſtat obliquitas quæſita
56|73840	FX, 23. gr. 28'. 4".

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

PROBLEMATUM
ASTRONOMICORUM

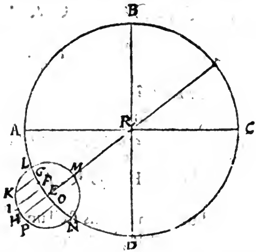
Liber Tertius.

De motu fixarum proprio,
Sive
De motu præceſſionis Æquinoctiorum.

PROTHEORIA.

ÆQuinoctia ad primam Arietis ſtellam fixa eſſe veteres crediderunt. At inde dimoveri & quotannis nonnihil anticipare tempus docuit. Unde veriſimile eſt, fixas ſecundum ſignorum ordinem ab occaſu in ortum circa axem Signiferi in morem planetarum circumagi. Quia verò perinde eſt, ſive prima ſtella Arietis unà cum tota ſtellarum fixarum ſphæra à puncto æquinoctii verni antrorſum: (hoc eſt, ſecundum ſignorum ordinem) ſive punctum æquinoctii verni à prima ſtella Arietis retrorſum (hoc eſt, contra ſignorum ordinem) moveatur: Copernicus autem omnes motus à prima ſtella Arietis deducit: etiam nos punctum æquinoctii verni

verni à prima ſtella Arietis tanquam fixa & immobili retro per Signiferum moveri nunc fingemus. Qua fictione aſſumta, ſit Signifer ABCD, prima ſtella Arietis, & quondam punctum æquinoctii verni A, atque tunc punctum ſolſtitii æſtivi, ſive principium Cancri B. Ab illo puncto A, ſive à prima ſtella arietis ibi fixa, punctum æquinoctii verni ſubinde magis magiſque retrocedit: & quidem motu inæquali. Qui motus inæqualis, ut ad calculum revocari poſſit, fingatur motus qui-



dam præceſſionis Æquinoctiorum medius & æqualis. ab A, in E, deinde polo E, in ſuperficie globi, ad Signiferum ABCD aſcribatur epicyclus HIKL, diametro tanta, quanta eſt maxima differentia inter fictitium æqualem, & apparentem inæqualem præceſſionis Æquinoctiorum motum. In cujus epicycli circumferentia HIK, motus anomaliæ circumcurrat: proſthaphæreſes autem, à motu æquali E, in primo ſemicirculo HLM, auferendæ: in poſteriore ſemicirculo HLM, auferendæ: in poſteriore ſemicirculo MNH, ad eundem motum

tum æqualem addendæ in diametro NEL, [illegible] ut ſupra in obliquitate Signiferi factum fuit. His ita poſitis jam tria quæruntur. 1. quantus ſit motus æqualis præceſſionis æquinoctiorum, ſive quantum proceſſerit punctum L à puncto A, unoquoq; tempore 2. quantus ſit motus æqualis anomaliæ præceſſionis Æquinoctiorum, ſive quantum proceſſerit punctum H, verſus I, unoquoque tempore. 3. quæ proſthaphæreſis in diametro epicyli NEL, reſpondeat motui anomaliæ per circumferentiam epicycli HIK.

PROBLEMA PRIMUM.

Æqualem motum præceſſionis Æquinoctiorum ad quodvis datum tempus colligere.

Supra diximus, ad quemvis motum æqualem pro tempore dato colligendum duo præſciri oportere.

1. Quanto tempore abſolvatur ille motus: atque adeo, quantus ſit motus annuus ac diurnus.

2. Quouſq; & unde progreſſus fuerit ille motus certo quodam tempore, verbi gratia, tempore Nativitatis Chriſti.

De primo, hic reſpondet Copernicus, æqualem motum præceſſionis Æquinoctiorum abſolvi annis Ægyptiis 25816, idque per diverſorum temporum obſervationes probat, lib. 3. cap. 6.

Unde liquet, motum annuum eſſe. 50″. 12‴. 5⁗.
diurnum: 0′. 8‴. 15⁗.

Nam, ut 25816. anni ad 360. grad. ita 1. annus ad 0. gr. 0′. 50″. 12‴. 5⁗. Et
Ut 365. dies ad 50″. 12‴. 5⁗. ita 1. dies ad 0″. 8‴. 15⁗.

De ſecundo, reſpondet Copernicus, æqualem motum præceſſionis Æquinoctiorum tempore nativitatis Chriſti progreſſum eſſe ab A, verſus E, 5. gr. 32'.

Hinc pro tempore dato colligitur motus æqualis præceſſionis Æquinoctiorum hoc modo:

		Sex,an.		Sex anni.
1.	—	50'.12''.5'''.	—	26. 40.
		30.		13.gr.20'.
		20.		8. 53. 20.
				5. 20.
				2. 13. 20.
				22.gr.18'.42''.13'''.20''''.

		Sex d.		Sex.d.ſer,
1.	— —	8''. 15'''.	—	8. 35. 35.
		24. 45.		30.30.
		4. 7.30.		5. 5.
		41 15.		
		4. 7 30.		
		41 15.		

0'. 29''. 38'''. 33''''. 45'''''.	Motus dierum.
22.18'.42. 13. 20.	Motus annorum.
5.32.	Radix.
27.gr.51'.11''. 51'''. 53''''.45'''''.	Summa.

PROBLEMA SECUNDUM.

Æqualem motum anomaliæ præceſſionis Æquinoctiorum ad quodvis datum tempus intelligere.

Æqualis motus anomaliæ præceſſionis Æquinoctiorum duplus eſt ad æqualem motum anomaliæ obliquitatis Signiferi, ut oſtendit Copernicus lib. 3. c. 6.

Ergo

Digitized by Google

Ergo, ſi æqualem motum anomaliæ obliquitatis Signiferi, ſupra inventum, duplices, habebis æqualem motum anomaliæ præceſſionis æquinoctiorũ, ad tempus datum: hoc modo:

174. gr. 33′. Anom. obl. Signiferi.

2.

---

349. 6. Anom. præceſ. Æq.

Initium autem ſumit motus anomaliæ præceſſionis Æquinoctiorum, à linea medii motus, nempe à puncto H, & tendit in partem medio motui contrariam, nempe verſus I & K.

Quo poſito, ad tempus datum anomalia præceſſionis æquinoctiorum progreſſa erit ab H, per L, M & N, uſque ad P, & reſtabit de toto circulo tantum arcus PH.

PROBLEMA TERTIUM.

Proſthaphæreſes præceſſionis Æquinoctiorum ſupputare.

Hîc ante omnia ſciendum eſt, quanta ſit maxima proſthaphæreſis, ſive quanta ſit maxima differentia inter æqualem & apparentem motum præceſſionis Æquinoctiorum, hoc eſt, quanta ſit ſemidimetiens epicycli HIK, per quem circumit anomaliæ motus. Copernicus dicit, & ex obſervationibus probat, eſſe ſeptuaginta ſcrupulorum primorum, lib. 3. c. 7.

Quo poſito & conceſſo, reliquæ differentiæ ſive proſthaphæreſes ad quemvis datum anomaliæ motum æqualẽ prorſus eodem modo, quo proſthaphæreſes obliquitatis Signiferi colliguntur.

EXEMPLI GRATIA. Ad datum anomaliæ motum æqualem 349. gr. 6′. cujus motus complementum ad integrum circulum eſt PH, 10. gr. 54′. proſthaphæreſis ita colligitur:

Ut EN, radius ad EO, ſinum rectum 10. gr. 54'. ita EN.

100000.	18909.	70. ſcr. prima.
	70.	
	13 | 23630.	
	60.	
	14 | 17800.	
	ad EO, | 13'. 14".	

Jam EO. conſiſtit ultra medium, ſive æqualẽ motum præceſſionis Æquinoctiorum, nempe ultra lineam RE. Ergo proſthaphæreſis eſt ad medium motum AE, addenda, hoc modo:

AE,	27. gr. 51'. 12".		Medius motus.
EO.	0.	13. 14.	Proſtaphæreſis.
	28. gr. 4.	26.	Vera præceſſio Æq.

PROBLEMA QUARTUM.

Motum fixarum, ſive præceſſionem Æquinoctiorum ex obſervationibus deprehendere.

Fit hoc per problema 14. libri primi. Exemplum vide apud Copernicum lib. 3. c. 2.

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

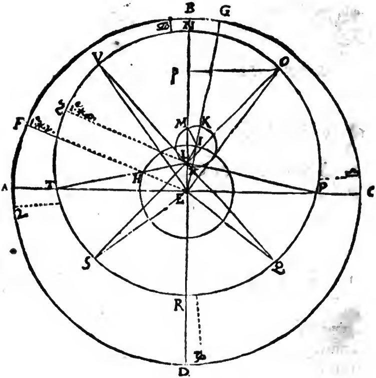
PROBLEMATUM
ASTRONOMICORUM

LIBER QUARTUS.

De motu Solis proprio.

PROTHEORIA.

SOL proprio motu ſub Ecliptica fertur ab occaſu in ortum, & annuo ſpacio ſemel circumvolvitur. Sed diutius immoratur in ſignis boreis, quàm in auſtrinis. Quod argumento eſt, centrum revolutionis ejus eſſe à centro mundi diverſum. Sed & apogeum Solis ſecundum ordinem ſignorum quotannis nonnihil progreditur. Quod indicio eſt, etiam centrum eccentrici Solis eodem modo circa terram circumire. Nam centrum eccentrici & apogeum ſemper & neceſſariò ſunt in eadem linea: unde moto apogeo, etiam centrum eccentrici movetur, & contra. Verùm, nec apogei motus eſt æqualis: ſed aliquando tardior, aliquãdo velocior. Unde colligere promtum eſt, etiam centrum eccentrici Solis ferri in eccentrico, vel certe in concentrepicyclo. Quæ opinio etiam inde confirmatur, quia eccentricitas Solis inæqualiter jam diu decrevit: quomodo omnino decreſceret, ſi centrum eccentrici in



epicyclo quodam ad terram modo propius advolveretur, modo longius ab ea retrocederet. Sit ergo Ecliptica ABCD, deſcripta ex centro mundi E, & ſint in ea quatuor cardines ſuis ſignis notati ♈, ♋, ♎, ♑. Prima autem ſtella Arietis ſit ad F. Unde hôc noſtro tempore punctum æquinoctij verni retroceſſerit uſque ad ♈, ut præceſſio æquinoctiorũ ſit F, ♈. Apogeum verò medium hoc noſtro tempore proceſſerit ab F, in G, ſimiliterq; centrum eccentrici medium I, ab H, in I, centrum autem eccentrici verum poſt tres integras revolutiones int rim contrario motu pervenerit à K, per M, in L, quo

Digitized by Google

quo L, centro deſcribatur eccentricus Solis NOP, & per duo centra E & L, ducatur recta BLED, qua ducta erit apogeum Solis verum in B, differens ab apogeo medio G, angulo BEG, qui angulus, quia citra lineam apogei medii GIE, ſubſiſtit, ideo eſt à motu apogei medii auferendus. Si autem ultra lineam medii motus GIE, conſiſteret (ut futurum eſt, quando centrum eccentrici decurret in ſemicirculo epicycli poſteriore) eſſet ad eundem medium motum addendus. Angulus igitur BEG, vel LEI, eſt proſthaphæreſis centri eccentrici. Eccentricitas autem eſt LE, nunc ferè minima: quæ tempore Ptolemæi erat ferè maxima, quaſi ME. Porrò, Sol ab apogeo N, verſus perigeum R, progreſſus ſit motu æquali uſque ad O, hoc eſt, diſtet ab apogeo ſuo, angulo NLO: ſpectetur autem ex centro mundi E, manifeſtum eſt angulum apparentiæ NEO, angulo medii motus NLO, longè eſſe minorem. Nam in Triangulo LEO, angulus exterior NLO, ſolus tantus eſt, quanti ſunt ambo interiores oppoſiti LEO & EOL, ſimul ſumti: per 48. p. 1. Et per eandem, angulus EOL, ſubtractus ab angulo LNO, relinquit angulum NEO. Angulus igitur EOL, eſt proſthaphæreſis Solis ad O, conſiſtentis; eodemq; modo anguli LPE, LQE, LRE, LSE, LTE, LVE, ſunt proſthaphæreſes Solis ad P, vel Q, vel R, &c. conſiſtentis. Quæ proſthaphæreſes in priore ſemicirculo, nempe ab apogeo ad perigeum ſemper ſunt à medio, ſive æquali motu Solis auferendæ: in poſteriore ſemicirculo, nempe à perigeo ad apogeum, ſemper ſunt addendæ. Nam in priore ſemicirculo, nempe in ſemicirculo NPR, angulus apparentiæ angulo medii motus ſemper eſt minor, ut angulus NEO, eſt minor angulo NLO: angulus NEP, eſt minor angulo NLP, angulus NEQ, eſt minor angulo NLQ. In poſteriore verò ſemicirculo, nempe in ſemicirculo RTN, angulus apparentiæ angulo medii motus ſemper eſt major: ut angulus RES, eſt major an-

jor angulo RLS: angulus RET, eſt major angulo RLT: angulus REV, eſt major angulo RLV. Maximæ autem proſthaphæreſes utrinq; ſunt in media apparentia inter apogeum & perigeũ, nempe ad P, & T: minimæ, circa apogeum & perigeum; nullæ in ipſo apogeo, vel perigeo. Et motus quidem circa apogeum apparet tardiſſimus: circa perigeum velociſſimus, eandem ob cauſam: quia nempe angulus apparentiæ hinc inde ab apogeo ſemper eſt juſto minor, at hinc inde à perigeo ſemper eſt juſto major. Hinc morale illud: Sol quando eſt altiſſimus, lentiſſimo & quaſi modeſtiſſimo gradu incedit: ita homines decet. Hac theoria præmiſſa, jam facilè erit ſequentia problemata intelligere.

PROBLEMA PRIMUM.

Æqualem, ſive medium motum Solis à prima ſtella Arietis ad quodcunq; datum tempus invenire. Coper. lib. 3. cap. 14.

Æqualis motus Solis in eccentrico ZVN, à prima ſtella Arietis Z, (Nam anguli FEB, & ZLN, ſunt iidem) viciſſim ad eandem abſolvitur ſecundum Copernicum diebus 365. ſcrupulis 15'. 24''. 10'''.

Hinc patet motus Solis annuus: 5ˢ. 59. gr. 44'. 49''. 7'''. 4''''.
ac diurnus 0. 0. 59. 8. 11. 22.

Nam, ut 365. dies 15'. 24''. 10'''. ad 360. grad. ita 365. dies ad 359. gr. 44'. 49''. 7'''. 4''''.
Sive quod idem eſt,
ad 5ˢ. 59. gr. 44'. 49''. 7'''. 4''''. Et
Ut 365. dies ad 5ˢ. 59. gr. 44'. 49''. 7'''. 4''''. ita 1. dies ad 0. Sex. 0. gr. 59'. 8''. 11'''. 22''''.

(Tycho Brahe motum Solis diurnum ſtatuit eſſe 0. gr. 59'. 8''. 19'''. 43''''⅔. Progym. pag. 13.

Notis

Notis autem motibus unius anni ac diei, noti etiam ſunt motus 60. annorum, vel dierum: nempe

Motus ſexagenæ annorum 5ˢ. 59ˢ. 44. gr. 49′. 7″. 4‴.

Motus ſexagenæ dierum. 0. 0. 59. gr. 8′. 11″. 22‴.

Hæc periodus eſt motus Solaris. Locus autem illius motus, ſive progreſſio Solis à Z, verſus N, tempore NC, fuit 4 gr. 32′. 30″.

Quibus duobus ita poſitis, ad tempus ſupra datum medius motus Solis per compendiũ practæ Italicæ colligitur modo:

	Sex. an.			Sex. anni.
	1. —	5ˢ. 59ˢ. 44 gr. 49′. 7″. 4‴.	—	26. 40.
	1. 59. 54. 56.	22. 21. 20.		20. 20.
Rejectis inte-	29. 58. 44.	5. 35. 20.		5. 20.
gris circulis	3. 59. 49.	52. 44. 43.		1.
Summa eſt	5. 15.	9. 48. 26.		

	Sex. d.			Sex. dies. ſcr.
1. —	59. gr.	8′. 11″. 22‴.	—	3. 35. 35.
2.	57.	24. 34. 6.		30. 30.
	29.	34. 5. 41.		5. 5.
	4.	55. 40. 56. 50.		
		29. 34. 5. 41.		
		4. 55. 40. 56. 50.		

3. 32. 28. 50. 30. 27. 50. Motus dierum.

5. 15. 9. 48. 26. Motus annorum.

4. 32. 30. Radix.

1. Sex. 20. gr. 8′. 38″. 56‴. 27⁗. 50‴‴. Motus æqualis Solis à prima ſtella Arietis: quem Copernicus vocat motum Solis æqualem ſimplicem: cui ſi

cc addide-

addideris præceſſionem Æquinoctiorum æqualem, 27. gr. 51′. 11″. 40‴. 47⁗. habebis motum Solis æqualē compoſitum; ad tempus ſupra datum:

1. Sex. 47. gr. 59′. 50″. 37‴. 14⁗. 50′′′′′.

PROBLEMA SECUNDUM.

Æqualem motum apogei, ſive centri eccentrici Solis ad quodvis datum tempus intelligere, Cop. lib. 3. c. 22.

Annuus motus apogei Solis ſecundum
Copernicum eſt. — 24″. 20‴. 14⁗.
Motus diurnus — 0″. 4‴. 0⁗.

Locus autem medii motus apogei Solis, à prima ſtella Arietis tempore N. C. fuit 61. gr. 18′. 46″. 15‴. 24⁗.

Hinc ad tempus ſupra datum medius motus apogei ſive centri eccentrici Solis colligitur hoc modo.

Sex. anni.					Sex. anni.
1.	—	—	24′. 20″. 14‴.	—	26. 40.
	8.	6.	44. 40.		20. 20.
	2.	1.	41. 10.		5. 20.
	0.	16.	13. 29. 20.		1.

10. grad. 48′. 59″. 33‴. 20⁗.

Sex. d.					Sex. dies. ſer.
1.	—	—	4″.	—	3. 35. 35.
			12.		30. 30.
			2. 20.		5. 5.
			2. 20.		

14″. 22‴. 20⁗. Motus dierum.

10. gr.

10.gr.48'.59".33"'.20""'.	Motus annorum.
61. 18. 46. 15. 24.	Radix.
72.gr. 8'. 0. 11. 4.	Summa. Medius motus apogei Solis ad tempus ſupra datum.

PROBLEMA TERTIUM.

Æqualem motum anomaliæ apogei Solis ad quodcunque datum tempus indagare.

Æqualis motus anomaliæ apogei eſt æqualis motus centri eccentrici Solis in epicyclo KML, tendens à K, verſus M.

Statuit autem Copernicus motum illum per omnia convenire cum æquali motu anomaliæ obliquitatis Signiferi. Iam, æqualis motus anomaliæ obliquitatis Signiferi ad tempus ſupra datum erat 174.gr.33'.

Ergo etiam æqualis motus centri eccentrici ad tempus ſupra datum eſt, *174.* grad. *33'*. Atque adeo ad illud tempus centrum eccentrici Solis progreſſum erit in epicyclo ſuo à K per M, uſque ad L.

PROBLEMA QUARTUM.

Proſthaphæreſes apogei, ſive proſthaphæreſes centri eccentrici Solis ſupputare.

Proſthaphæreſis apogei, ſive centri eccentrici Solis hîc, verbi gratia, eſt angulus LEI, ad quem inveniendum præter datum angulum LIE, (qui angulus eſt anomaliæ KL, ſive anguli KIL, 174.gr.33'. complementum ad ſemicirculum 5 gr. 27'.) duo requiruntur. 1. notitia mediæ eccentricitatis EI,

2. notitia differentiæ inter mediam & maximam eccentricitatem IK, ſive IL.

Statuit autem Copernicus maximam eccentricitatem Solis EK, eſſe 417. minimam EI, 323, talium partium, qualium, quæ ex centro eccentrici eſſet 10000. Hinc latera EI & IL, colliguntur hoc modo:

EK,	417.
EX,	323.
XK,	94.
IX, vel IL,	47.
EI,	370.

Qua collectione facta, quia jam in Triangulo EIL, tria nota ſunt nempe angulus LIE, & duo latera includentia angulum notum LI, & EI. Item ſumma angulorum duorum ignotorum, hoc eſt, complementum anguli dati ad duos rectos, par angulo LIK, dato 174.33. ejuſq; dimidium 87.16½. Et deniq; ſumma laterum datorũ 417. & differentia eorundem 323. Dico per axioma 3. planorum.

Deinceps omnia exempla ſupputata ſunt ad radium 10000000.

Ut ſumma laterum datorum. ad differ. eorundem.

417. 323.

ita tangens 87. gr. 16½.

21010183.

Ad 162740844. tangentem anguli 86. gr. 29′. 1″½. qui detractus de angulo 87. 16½. relinquit angulum minimum LEI, vel BEG, 47.28″½. quem angulum ſi auferas ab angulo medii motus apogei FEG, 72. gr. 8′. relinquitur verus motus apogei Solis, ad tempus ſupra datum FEB, 71. gr, 20′. 31″½.

PRO-

PROBLEMA QUINTUM.

Eccentricitatem eccentrici Solis invenire.

Eccentricitas eccentrici Solis ad ſupra datum tempus erit recta EL.

Noti autem ſunt in triangulo EIL, per problema præcedens omnes anguli, & inſuper etiam duo latera EI, & IL. Dico igitur per 2. planorum.

Ut IEL, o.grad.47″.28½. ad IL, ita EIL, 5.grad.27′.

Sin.138095. 47. Sin.949771.

Ad EL, $323\frac{34552}{138095}$.

Ergo eccentricitas Solis ad datum ſupra tempus erit $323\frac{34552}{138095}$. reſpectu radii 10000. vel, quod perinde eſt, 323250. reſpectu radii 10000000.

PROBLEMA SEXTUM.

Proſthaphæreſes eccentrici Solis ſupputare.

Proſthaphæreſes eccentrici Solis (Copernicus vocat proſthaphæreſes orbis) ut in protheoria diximus, ſunt exempli gratia, anguli LOE, LPE, &c. Quos angulos, ut reperias, duo requiruntur.

1. Notitia diſtantiæ Solis ab apogeo.

2. Notitia eccentricitatis.

Diſtantia Solis ab apogeo repetitur ſubtractione veri motus apogei à medio motu Solis: vel hujus ab illo: prout quiſq; illorum motuum eſt major, vel minor. Verbi gratia.

Ad datum ſupra tempus erant

Medius motus Solis. 80. gr. 8′. quaſi ZO.

Verus motus apogei 71. 20. quaſi ZN.

Ergo diſtantia Solis ab apogeo N, hoc eſt, arcus NO, ſive angulus NLO, erit 8. 48.

Eccentricitas autem EL, per problema antecedens reperta eſt 323250. partium, qualium LO, eſt 10000000.

Hinc jam in Triangulo LEO, tria nota ſunt:

1. Latus LO, 10000000.
2. Latus EL, 323250 eorumque.

Summa 10323250.

& differentia 9676750.

3. Anguli ELO, complementum NLO, hoc eſt, ſumma duorum angulorum E & O, 8. gr. 48′. ejuſque ſummæ dimidium 4. gr. 24′.

Dico igitur per axioma tert. planorum:

Ut ſumma laterum EL & LO, ad differentiam.

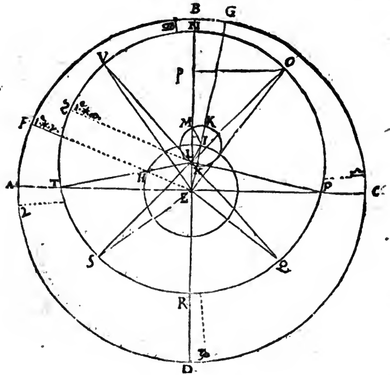
10323250. *9676750.*

ita tangens 4. gr. 24′.

76945 8.

Ad 721270. tangentem anguli 4. gr. 7′. 31″½. qui demtus de dimidia ſumma angulorum ad E & O, 4. gr. 24′. relinquit angulum minimum, ſive proſthaphæreſin quæſitam LOE, 0. gr. 16′. 28″½. quæ proſthaphæreſis ablata de medio motu Solis 80. gr. 8′. 39″. relinquit verum motum ☉, à prima ſtella Arietis 79. gr. 52′. 11″½. Cui ſi addas veram præceſſionem æquinoctiorũ, habebis verum motum Solis ab æquinoctio verno, ad tempus ſupra datum, hoc modo:

Medius



Medius motus ☉. 80. 8′. 39″.
Proſthaphæ. o. 16. 28½.

Verus motus à prima. 79. 52′. 11½.
Præceſſio æquinoctiorum. 28. 4. 26.

Verus locus ☉, ab æq. verno 107. 56. 37½. hoc eſt, 17. gr. 56′. 57″½. Cancri. Ergo ad tempus ſupra datum, nempe Anno 1600. die 30. Iunii antiqui: horâ ſecundâ pomeridianâ, verus locus ☉ ab æquinoctio verno erit 17. gr. 56′. 37′½. Cancri.

An autem calculus iſte cœlo reſpondeat, obſervare poteris, per 12. problema libri primi problematum Aſtronomicorum.

NOTA.

NOTA. Eadem proſthaphæreſes etiam per primum axioma ſupputari poſſunt, hoc modo.

NLO, 8. gr. 48'.	—	*Sinus OP, 1529858.*
	Sinus complementi, pL	*9882284.*
	Latus EL.	*323250.*
	Ep.	*10205534.*

Vt Ep, 10205534. ad Op, 1529858. ita Ep, 10000000. ad Op, tangentem anguli OEp, 1499047. — 8. grad. 13'. 31''½. Qui angulus ſubtractus de angulo pLO, 8. gr. 48'. relinquit angulum proſthaphæreticum EOL, 0. gr. 16'. 28''½. ut ante.

PROBLEMA SEPTIMUM.

Tempus æquinoctii (& ſimiliter ingreſſum Solis in quodcunq; punctum Signiferi) obſervare.

Duobus circa æquinoctium diebus, obſerva altitudinem Solis meridianam, & ex ea collige locum ſolis in Zodiaco per problemata 11. & 12. lib. 1.

Tum tempus inter duas iſtiuſmodi obſervationes interjectum partire proportionaliter, ſicut majori diſtantiæ à puncto æquinoctiali longius tempus conveniat: minori brevius: & habebis verum æquinoctii tempus.

EXEMPLUM. Anno 1590. obſervavit quidam altitudinem Solis meridianam *11.* & *12.* diebus Martii: & inde per problemata modo citata collegit locum diſtantiæ Solis à puncto Æquinoctiali: ad diem *11.* Martii, citra Arietem 0. gr. 7'. ad diem 12. Martii, ultra Arietem 0. gr. 52'. Iam horæ inter iſtas duas obſervationes interjectæ erant *24.* Motus autem iſtis *24.* horis conveniens erat in ſumma, *59.* min.

Dico

Dico igitur.

59. min. dant 24. horas: quot horas dant 7. min.

```
   7.
 168.     R.
  59. (2. H, 50'.
 118.
  50.
  60.
3000.
  59. (50'.
 295.
  50.
```

Ergo ingreſſus Solis in Arietẽ fuit 11. Martii, 2. H. 50'. P. M. Sed hoc exemplum eſt fictum: & ſcrupula ſecunda neglecta. In feriis autem obſervationibus Æquinoctiorum, quia ſunt maximi momenti, etiam ſcrupula ſecunda, tertia & quarta, videntur adhibenda.

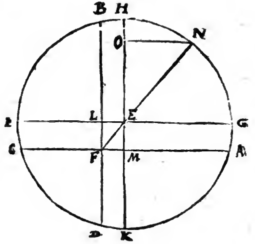
PROBLEMA OCTAVUM.

Apogei locum, & eccentricitatis quantitatem obſervare.

Hoc problema nobiliſſimum explicabo per quatuor exempla itidem nobiliſſima: quorum unum eſt Ptolemæi, alterum Copernici: tertium Tychonis Brahe: quartum Iuſti Byrgii: & ſingula tres, ad minimum, obſervationes ſolares præſupponunt.

EXEMPLUM PRIMUM. Ptolemæus invenit ab æquinoctio verno ad ſolſtitium elapſos eſſe dies $94\frac{1}{2}$. à ſolſtitio ad æquinoctium autumnale dies $92\frac{1}{2}$. per problema autem primũ,

dd diebus



diebus 94½. competit æqualis motus Solis 93.gr.9.ferè. Diebus 92½.-- 91.gr.11'.ferè.Sit ergo circulus Solis annuus ABCD & centrum ejus E, Æquinoctium vernum A, autumnale C, ſolſtitium B, bruma D. Per primum igitur interſtitium temporis, datus eſt motus Solis ab A, in B, ſive arcus AB, 93. gr. 9. ferè minutorum: per ſecundum interſtitium temporis datus eſt motus Solis à B in C, ſive arcus BC, 91.gr.11'. Connexis ergo punctis æquinoctialibus C & A, per rectam CFA, & ſolſtitialibus per rectam BFD, quæ rectę ſeſe rectè interſecent in puncto F, quia circumferentia ABC, eſt ſemicirculo major, quippe compoſita ex arcubus AB, 93.gr.9'. & BC, 91.gr.11'. qui duo arcus ſimul ſumti faciunt 184. gr. 20'. & quia etiam major eſt AB, quàm BC, ideo neceſſe eſt centrum circuli ABCD, inter BF, & FA, lineas, & apogeum inter æquinoctium vernum A & tropen æſtivam B, contineri. Nam centrum eccentrici & apogeum ſemper ſunt in eadem linea. Ducatur jam per centrum E, recta IEG, rectæ AFC, parallela. Quo facto, conſtituetur parallelogrammum rectangulum LEMF, cujus dimetiens

tiens FE, producta in N, oſtendet locum apogei Solis ad N, & eccentricitatem EF. Quæ duo hoc loco quæruntur. Quia igitur circumferentia ABC, nota eſt: quippe 184. gr. 20′. notum etiam eſt ejus dimidium AH, vel HC, 92. grad. 10′. & AG exceſſus arcus AH, ſupra quadrantem 2. grad. 10′. ejuſque ſinus rectus EM, 378064. reſpectu radii 10000000. (Copernicus ſumit tantum 378. reſpectu radii 10000.) Item BH, exceſſus arcus AB, 93 gr. 9′. ſupra arcum AH, 92. 10. nempe 59′. ejuſq; ſinus rectus FM, 171616.

Quia verò in Triangulo plano FEM, nota ſunt duo latera includentia rectum FM, & EM, facilè deinceps & latus reliquum & anguli reliqui innoteſcent.

Nam

I. Ut FM, 171616. ad EM, 378064 ita FM, 10000000.

Ad 22029651. tangentem anguli EFM, 65. grad. 35′. 6″. cujus anguli complementum eſt angulus BFN, æqualis angulo HEN, 24. gr. 24′. 54″. per 2. axioma planorum: quo angulo tunc apogeum Solis N, apparuit ante Solſtitium æſtivum B.

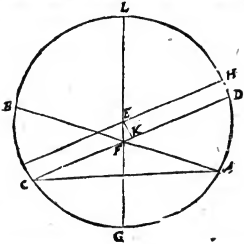
II. Ut EM, ſinus EFM, 65. gr. 35′. 6″. ad FE, radium: ita EM.

9105754. *10000090.* *378064.*

Ad FE, 415192, quæ tunc fuit eccentricitas Solis per 1. ax. planorum.

EXEMPLUM SECUNDUM. Copernicus anno N. C. 1515. obſervavit hæc tria puncta. 1. Æquinoctium autumnale. 2. medium Scorpii. 3. æquinoctium vernum: & invenit ab æquinoctio autumnali uſque ad medium ſcorpii dies 45. ſcr. 16. Item invenit ab æquinoctio autumnali uſq; ad æquinoctium vernum dies 178. ſcr. 53½. Per problema autem primum diebus 45. ſcrupulis 16. competit æqualis motus 44. gr. 37′. ferè. Diebus 178. ſcrupulis 53½. competit æqualis motus 176. gr. 19′.

Digitized by Google



Quibus ita ſeſe habentibus repetatur circulus Solis annuus ABCD, & ſit rurſus æquinoctium vernum A; autumnale B. Medium autem Scorpii ſit C. Et conjungantur puncta A&B, item C & D, rectis A & B, ſecantibus ſeſe mutuo in centro mundi F, & circumferentiæ AGC ſubtendatur recta AC. Quoniam igitur data eſt circumferentia BC, 44. gr. 37′. Item BGA, 176. gr. 19′. Item per ſubtractionem arcus BC, 44.37. ab arcu BGA, 176.19. arcus CGA, 131. gr. 42′. Item angulus BAC, ad circumferentiam BC, ſubduplus 22. gr. 18½. per 53. p. 1. Trig. Item angulus apparentis motus BFC, 45. gr. (quippe tota libra 30. & dimidium ſcorpii 15.) & ejus complementum ad duos rectos CFA, 135. gr. Et duorũ CFA, & FAC, complementũ ad duos rectos FCA, 22.41½. atq; illi ex oppoſito reſpõdens circũferentia dupla DA, 45. gr. 22′, quæ cõpoſita cum circumferentia AC, 131.42. efficit DAC, 177. gr 5′. Et quoniam ex his datis liquet utrumq; ſegmentum circuli, ACB, & CAD, eſſe ſemicirculo minus, ideo manifeſtum eſt, centrum in reliquo BLD ſegmento contineri. Sit ergo centrum illud E, per quod agatur dimetiens LEFG, ut ſit apogeum L, perigeum G. Atque à cen-

centro E, in rectam CD, ducatur perpendicularis EK. Quibus ita præſtructis hæc duo quæruntur.

1. Angulus apparentis diſtantiæ apogei Solis ab æquinoctio verno: nempe angulus AFL.

2. Eccentricitas Solis FE.

Iam datarum circumferentiarum etiam ſubtenſæ datæ ſunt: quippe dimidiarum circumferentiarum ſinus dupli per 7. p. 2. Trig. Nempe AC, partium 18249550: CD, 19993522, quarum ſemidiameter ponitur 10000000. Primum igitur in Triangulo CKA, quia omnes anguli dati ſunt, unà cum latere AC, inquiro inde latus CF, per 2. planorum hoc modo:

Ut CA, ſinus anguli CFA, 45 gr. ad CF, ſinũ anguli CAF, 22 gr.

7071068 3795907. (18½.

Ita CA, ſubtenſa, ad CF, ſubtenſam

18249550. 9796765.

Deinde CF, 9796765. ſubtraho à dimidia CD, nempe à recta CK, 9996761. & reſtat FK, 199996.

Poſtea circumferentiæ CAD, 177.5. complementum ad ſemicirculum 2. gr. 55'. colloco ex parte dimidia ad D, ex parte altera ad C, ut ſit DH, 1. 27½. Quo facto EK, erit ſinũs arcus DH, 254500. Et ſic in Triangulo EFK, nota erunt præter rectum ad K, latera duo includentia rectum FK & EK. Ex illis igitur porrò inquiro angulum EFK, ſive LFD, per axioma primum planorum, hoc modo.

Ut FK, 199996. ad EK, 254500. ita radius FK, 10000000. ad EK, 12725254. tangentem anguli EFK, ſive LFD, 51. gr. 50'. 18''. quo addito ad angulum DFA, 45. gr. (nam angulus DFA, æquatur angulo BFC) efficitur angulus LFA, 56 grad. 50'. 18''. quo angulo, tempore Copernici apogeum Solis, quoad apparentiam, diſtabat ab æquinoctio verno. Unde ſubtractus

quadrans 90. gr. relinquit diſtantiam apogei Solis à ſolſtitio æſtivo 6. gr. 50'. 18". adeoque oſtendit locum apogei Solis in 6. gr. 50'. 18". Cancri. Copernicus ſuo calculo invenit tantum 6⅔. gr. hoc eſt, 6. gr. 40. min.

Denique, quia in Triangulo EFK, præter duo latera FK & EK, jam etiam omnes anguli noti ſunt, nempe EFK, 51. gr. 50'. 18". & ejus complementum FEK, 38. gr. 9'. 42". & rectus ad K, pro invenienda eccentricitate EF, dico per axioma 1. Triangulorum planorum.

Ut FK, ſinus FEK, 38. gr. 9'. 42".	ad EF, radium.
6178825.	1000000.

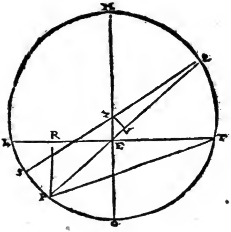
ita FK, 199996. ad EF, 323680.

Ergo eccentricitas Solis tempore Copernici fuit 323680. Copernicus rejectis ultimis tribus notis, retinet tantum 323.

Exemplum Tertium. Tycho Brahe An. N. C. 1588. obſervavit hæc quatuor puncta. 1. Æquinoctium vernum. 2. medium tauri. 3. medium Leonis. 4 Æquinoctium autumnale. Et invenit ab æquinoctio verno, uſq; ad autumnale, fluxiſſe dies 186. horas 18½. A puncto autem vernali uſque ad medium tauri, D. 46. H. 2. M. 55. Deniq; à medio Leonis uſq; ad æquinoctium autumnale D. 46 H. 9. M. 40.

Per problema autem primum diebus 46. H 2. M. 55. ſecundum calculum Tychonis, competit æqualis motus Solis 45. gr. 27'. 34". Diebus 186. H. 18½. competit æqualis motus. 84. gr 5'. 24".

Quibus ita ſe habentibus, deſcribatur circulus Solis eccentricus THLO. Et ſit æquinoctium vernum T, autumnale L, Medium tauri Q. Erit ergo æqualis motus ab æquinoctio verno in æquinoctium autumnale arcus THL, ejuſque complementum ad integrum circulum arcus LOT. Æqualis motus ab



tus ab æquinoctio verno uſque ad medium tauri TQ. Conjungantur deinde puncta T & L, per rectam TL. Et à Q, per E, centrum univerſi, ducatur recta QEP. Item à Q, ducatur per centrum eccentrici Z, recta QZS. Et à Z, in EQ, perpendicularis ZV. Item à P, in LE, perpendicularis PR. Erit ergo angulus HEQ, diſtantia apogei H, à medio tauri Q: recta vero ZE, erit eccentricitas. Quæ duo hîc quæruntur.

Quia igitur notus eſt æqualis motus ab æquinoctio verno ad autumnale: ideò notus eſt arcus THL, 184. gr. 5'. 24''. ejuſq; complementum ad integrum circulum LOT, 175. gr. 54'. 36''.

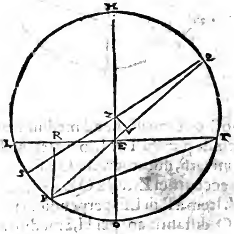
Quia item notus eſt motus æqualis ab ęquinoctio verno in medium Tauri: ideo notus eſt arcus QT, motum illum repræſentans 45. gr. 27'. 34''.

Quia deniq; notus eſt motus apparens ab æquinoctio verno in medium Tauri: ideò notus eſt angulus QET, motum illum repræſentans 45. gr.

Porrò,

Porrò, quia notus eſt angulus QET, 45. gr. notum etjam eſt ejus complementum ad duos rectos PET, 135. gr.

Item, quia notus eſt arcus QT, 45. gr. 27'. 34". notus eſt etjam angulus illi oppoſitus QPT, ad arcum QT, ſubduplus, 22. gr. 43'. 47". per 53. p. 1. Trigonometriæ noſtræ. Qui angulus QET, additus ad angulum PET, efficit 157. grad. 43'. 47". Cujus complementum ad duos rectos eſt PTE, 22, gr. 16', 13".



Cujus duplum, 44. gr. 32'. 26". eſt arcus illi oppoſitus LP, rurſus per 53. p. 1. Trigonometriæ noſtræ. Qui arcus LP, 44 grad. 32'. 26". ſubtractus ab arcu LOT, 175. gr. 54'. 36". relinquit arcum POT, 131. grad. 22'. 10". Cujus arcus ſubtenſa eſt 15225868. duplus nempe ſinus 9112934. arcus POT, dimidii. 65. gr. 41'. 5".

Quod ſi ad arcum POT, 131. gr. 22'. 10". addas arcũ TQ, 45. gr. 27'. 34". etiam innoteſcit arcus POQ, 176. gr. 49'. 44". Cujus dimidium eſt arcus 88. grad. 24'. 52". cujus arcus ſinus eſt 9996171. Cujus duplum 19992342. eſt ſubtenſa arcus POQ, nempe recta PQ. Iam

Iam, in Triangulo PRT, rectangulo ad R, quia notus eſt acutus ad T, *22*. gr. *16'*. *13"*. ideo data eſt ratio laterum tripliciter. Et quia præterea notum eſt latus TP, *19992342*. dabitur etiam latus PR, triplici; facilimè autem, hac proportione:

Ut PT, radius — *10000000*.
Ad PR, ſinum anguli PTR *3789701*.
Ita PT, ſubtenſa — *18225868*.
Ad PR, in iiſdem partibus *6907168*.

Per primum axioma planorũ.

Porrò in Triangulo PER, quia notus eſt angulus PER, æqualis angulo QET, *45*. gr. Et latus PR, *6907168*. facilimè etjam dabitur latus PE, hac proportione:

Ut PR, radius — — *10000000*.
Ad PE, ſecantem anguli RPE *14142136*.
Ita PR, — — *6907168*.
Ad PE, in iiſdem partibus — *9768210*.

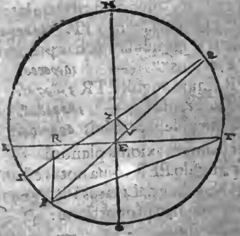
Rurſus per primum axioma planorum.

Hoc verò ſegmentum PE, *9768210*. ſi auferatur ab integra ſubtenſa PQ, *19992342*. relinquitur ſegmentum EQ, *10224131*. A quo ſi rurſus auferatur dimidia ſubtenſa PQ, nempe VQ, *9996170*. relinquitur EV, *227961*.

Sed & angulus SQP, notus eſt: dimidium nempe arcus SP, qui arcus eſt arcus QOP, complementum ad ſemicirculum. Quia igitur arcus QOP, eſt *176*. gr. *49'*. *44"*. ideo arcus SP, eſt *3*. gr. *10'*. *16"*. Angulus vero SQP, *1*. gr. *35'*. *8"*. Cujus anguli ſinus ſine controverſia eſt recta ZV. Ergo recta ZV, eſt *276696*. (Pro quo numero Tycho perperam habet *276591*: quia non arcum SP: ut debebat: ſed ſinum illius arcus dimidiavit.)

Quia igitur in Triangulo ZVE, jam nota ſunt duo latera circa rectum, ZV, *276696*. & EV, *227961*. facile etiam innoteſcet angulus ZEV, & latus ZE. Nam:

ee I. Ut



I, Ut EV, *227961.* ad VZ, *296696.* ita EV, radius *10000000.* ad VZ, tangentem anguli VEZ, *12137866.* Cui tangenti reſpondet angulus VEZ, vel HEQ, *50.* grad. *30′. 57″.* Cui ſi addas angulum QET, *45.* gr. efficitur angulus HET, *95.* grad. *30′. 57″.* Cecidit igitur tunc apogeum Solis in *5.* grad. *30′. 57″.* Cancri. Non in *5.* grad. *30′.* ut habet Tycho, ex cauſa nuper indicata.

II. Ut EV, radius *10000000.* ad EZ, ſecantem anguli ZEV *15726609.* ita EV, *227961.* ad EZ, *358505.* Quæ fuit eccentricitas illius temporis. Pro qua Tycho perperam habet *358416.* ex cauſa jam bis tacta.

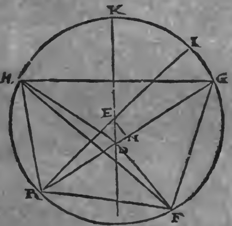
EXEMPLUM QUARTUM. Juſtus Byrgius, Mechanicus Caſſellanus, & Mathematicus ingenioſiſſimus, obſervavit an. *1591.* Solem his tribus diebus: nempe *13.* Ianuar. *22.* April, & 7. Auguſti. Et in prima quidem obſervatione invenit locum Solis *3.* grad. 7′. aquarij. In ſecunda: *11.* grad. *26′.* Tauri. In

tertia:

tertia: 23. grad. 42. Leonis. Tempus inter primam & ſecundam obſervationem fuit dierum 99. Tempus inter ſecundam & tertiam obſervationem fuit dierum 107. Medius motus diebus 99. cōveniens eſt 97. gr. 34′. 44″. Medius motus 107. dieb⁹ conveniens eſt 105. grad. 27′. 51″. Verus motus diebus 99. peractus fuit 98. grad. 19′. Verus motus diebus 107. peractus fuit 102. grad. 16′.

Deſcripto itaq; circulo Solis eccentrico FGIK. Sit prima obſervatio ad F, ſecunda ad G, tertia ad H.

Per æqualem motum à prima obſervatione ad ſecundam, notus eſt arcus FG, 97. gr. 34′. 44″. ejuſq; de Canone ſubtenſa, partium 15045870. qualium radius EI, ſit 10000000.



Per æqualem motum inter ſecundam & tertiam obſervationem notus eſt arcus GH, 105. grad. 27′. 51″. ejuſq; de Canone ſubtenſa 15859698.

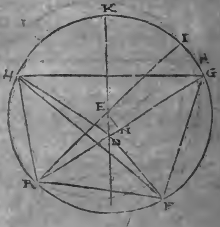
Per apparentem motum à prima obſervatione ad ſecundam, notus eſt angulus GDF, 98. gr. 19′.

Per apparentem motum inter ſecundam & tertiam obſervationem notus eſt angulus GDH, 102. gr. 16′.

Per aggregationem verò arcuum FG & GH, manifeſtus fit arcus FGH, 203. gr. 2′. 35″. ejuſque complementum HRF, 156. gr. 57′. 25″.

Per arcum FG notum notus eſt angulus GRF, ad arcum FG, ſubduplus 48. gr. 47′. 22″. in Triangulo GRF.

Item, per angulum FDG, notum 98. gr. 19′. notus eſt etiam angulus complementi RDF, 81. gr. 41′. Et per aggregatum horum duorum angulorum RDF, & DRF, quod aggregatum eſt 130. gr. 28′. 22″. notus eſt etiam angulus tertius in Triangulo RDF, nempe RFD, 49. gr. 31′. 38″.



Sic in triangulo HDR, notus eſt angulus HRD, ſubduplus ad arcum oppoſitum HG, 52. grad. 43′. 55″$\frac{1}{2}$. Item angulus HDR, reſiduum anguli FDH, ſi inde auferatur angulus FDR, qui erat 8. gr. 41′. Angulus autem FDH, erat 159. gr. 25. comple-

complementum ſcilicet angulorum FDG, & GDH, per apparentes motus datorum. Ergo angulus HDR, eſt 77. gr. 44'. Qui junctus angulo HRD, 52. gr. 43'. 55''½. efficit 130. grad. 27'. 55''½. cujus complementum ad duos rectos eſt angulus RHD, 49. gr. 32'. 4''½.

Quia igitur in triangulo HRD, noti ſunt omnes anguli, nota ſunt etiam latera in partibus, quarum dimetiens circuli triangulo HRD, circumſcripti ſit 10000000, nempe ſic.

Anguli HRD, 52. gr. 43'. 55''½. Sinus 7929849. HD.
Anguli HDR, 77. gr. 44'. 0''. Sinus 9771693. HR.
Anguli RHD, 49. gr. 32'. 4''½. Sinus 7607978. RD.

Item, quia in triangulo RDF, noti ſunt omnes anguli, nota ſunt etiam latera in partibus, quarum dimetiens circuli triangulo RDF, circumſcripti ſit 10000000, nempe ſic.

Anguli RDF, 81. gr. 41'. 0''. Sinus 9894837. RF.
Anguli DRF, 48. gr. 47'. 22''. Sinus 7522935. DF.
Anguli DFR, 49. gr. 31'. 38''. Sinus 7607144. DR.

Porrò, in triangulo RHD, cupio latus HR, habere in partibus, quarum RD, eſt 7607144. & RF, 9894837. Dico igitur per ſecundum axioma planorum:

Ut RD, 7607978. ad RH, 9771693.
Ita RD, 7607144. ad RH, 9770622.

Iam igitur in triangulo FRH habeo duo latera FR, & RH, in iiſdem partibus, nempe FR, 9894837. & RH, 9770622.

In eodem triangulo FRH, habeo angulum FRH, ſubduplum ad circumferentiam oppoſitam FGH, quæ circumferentia ſupra inventa eſt, 203. gr. 2'. 35''. Ergo angulus FRH, eſt 101. gr. 31'. 17''½.

Inquiro igitur reliquos duos angulos per tertium axioma planorum, hoc modo:

Latus FR. 9894837.
Latus RH, 9770622.

Summa. 19665459.
Differentia, 124215.

Angulus FRH, 101. grad. 31′. 17″½.
Summa reliquorum duorum 78. grad. 28′. 42½.

Dimidium. 39. gr. 14. 21¼. Tang. 8167209.

Dico igitur:

Ut 19665459. ad 124215. ita 8167209. ad 51587. tangentem anguli 0. gr. 17′. 44″. Qui additus ad dimidium angulorum quæſitorum 39. gr. 14. 21. efficit angulum FHR, ex duobus quæſitis maximũ 39. gr. 32′. 5″. Demtus verò idem angulus 0. gr. 17′. 44″. ab eodem angulo 39. gr. 14′. 21″. relinquit angulum è quæſitis minimum HFR, 38. gr. 56′. 37″.

Noto autem angulo HFR, notus eſt etiam arcus HR, duplum nempe anguli HFR, 77. gr. 53′. 14″. Quo arcu HR, 77. gr. 53′. 14″. demto de arcu HRF, 156. gr. 57′. 25″. relinquitur arcus RF, 79. gr. 4′. 11″. Qui additus ad arcum FG, 97. gr. 34′. 44″. efficit arcum RFG, 176. gr. 38′. 55″. Cujus complementum ad ſemicirculum eſt arcus GI, 3. gr. 21′. 5″. cujus dimidium eſt angulus oppoſitus GRI, 1. grad. 40′. 32″½. Cujus ſinus eſt recta EN. 292421. Quâ notâ, recta DN, porrò inquiritur hoc modo.

In Triangulo FRD, nota eſt ratio laterum: è ſuperioribus. Atqui jam etiam latus RF, notum eſt, in partibus quarum ſemidiameter circuli eccentrici ſit 10000000: atq; adeo in partibus quarum EN, ſit 292421. Nam arcus FR, notus eſt, 79. gr. 4′. 11″. Nota igitur eſt etiam ſubtenſa illius arcus, nempe duplus ſinus arcus dimidii, 39. gr. 32′. 5″½. Qui ſinus eſt 6365475. Ergo ſubtenſa FR, eſt 12730950. Itaque per ſecundum planorum, dico:

Ut RF, ſinus anguli RDF.	*9894837.*
Ad RD, ſinum anguli RFD.	*7607144.*
Ita RF, ſubtenſa	*12730950.*
Ad RD, in iiſdem partibus.	*9787544.*

Cæterùm, antea datus eſt arcus RFG, *176*.gr. 38′. *55*″. Cujus dimidiũ eſt 8*8*.gr. *19*′. *27*″$\frac{1}{2}$. Cujus ſinus eſt RN, vel NG, *9995818*. Unde ſi ſubtrahas rectam RD, *9787544*, relinquitur recta DN *208274*. Quâ notâ porrò dico:

Ut DN, *208274*. ad EN, *292421*. ita DN, radius. *10000000*. ad EN, tangentem anguli EDN, 1*4040206*. cui tangenti competunt 54.grad. *32*′.28″. Ergo angulus KDG, eſt 54. grad. *32*′. *28*″. Punctum autem G, erat 11.gr. *26*′, tauri, hoc eſt, 4*1*. grad. *26*′. ab ariete. Adde ergo:

41. gr. *26*′.
54. gr. 32′. 28″. Et invenies.

95. gr. *58*′. *28*″.

Ergo apogeum illo tempore fuit in *5*. gr. *58*′. 28″. Cancri.

Denique, notis in triangulo plano rectangulo DEN, duobus lateribus & omnibus angulis, ad inveniendam eccentricitatem DE, porrò dico:

Ut DN, radius. *10000000*. ad DE, ſecantem anguli EDN, *17237852*. ita DN, in partibus quarũ EI, ſit *10000000*,—*208274*, ad DE, in iiſdem partibus *359019*.

Ergo eccentricitas Solis illo tempore fuit *359019*. partium, qualium radius eccentrici ſit *10000000*.

PROBLEMA NONUM.

Dierum civilium inæqualitatem corrigere. Cop. lib. 3. cap. 26.

Dies

Digitized by Google

Dies civiles (quos Copernicus vocat dies naturales.) inæquales eſſe, ad primum problema libri ſecundi diximus. Corrigitur autem iſta inæqualitas hoc modo.

Primum, ſint in promptu medius motus Solis compoſitus, hoc eſt, medius motus ☉, ab æquinoctio verno medio: & aſcẽſio recta veri loci Solis ab æquinoctio verno apparẽte: tùm ad tempus datum, tùm ad radicem temporis dati.

Deinde, medium motum minorem ſubduc à majore: ſimiliterque aſcenſionem rectam minorem ab aſcenſione recta majore.

Quo facto, ſi differentiæ mediorum motuum & aſcenſionum rectarum fuerint æquales, tempus quoq; eſt æquale.

Sin autem: exceſſus quidem differentiæ aſcenſionum rectarum eſt ad tempus datum addendus: exceſſus verò mediorum motuum eſt ab eodem tempore dato auferendus.

Cauſa eſt in promtu. Quia differentiæ illæ mediorum motuum & aſcenſionum rectarum nihil aliud ſunt, quàm oſtenſio, utrum medius, an verus motus Solis terminum dati temporis (ſi motus uterq; in æquatore, ab ♈, verſus ♋, cenſeatur.) prætercurrerit. Quod ſi ergò verus motus, ſive aſcenſio ejus recta prætercurrerit: tempori dato exceſſus neceſſariò eſt addendus: & contra.

Exemplum.

Tempore N. C. medius motus ☉, ab æq. m. fuit *278. 2*.
Verus locus ☉, ab æq. vero *279. 17*.
ejuſque aſcenſio R, *280. 6*.
Tempore ſupra dato medius motus ☉, ab æq. m. erit *107. 59*.
Verus locus ☉, ab æq. vero *107. 55*.
Ejuſq; aſcenſio recta — *109. 25*.

Calcu-

Calculus talis erit.

Medius motus N. C.	278. gr.	2'.	AR, veri motus.	280. gr.	6.
Medius motus noſter	107.	59.	AR, veri motus.	109.	25.
Differentia	170.	3.	Differentia	170.	41.
	—	—		170.	3.
Exceſſus differentiæ aſcenſionum R.				0.	38.

Hic exceſſus eſt addendus ad horas duas ſupra datas.

Conveniunt autem ſingulis gradibus Æquatoris 4. ſcrupula prima unius horæ. Nam

Ut 15. gr. ad 60. ſcr. hor. ita 1. gr.
Ad 4. ſcr. hor.

Ergo 38. primis conveniunt 2'. 32''. ſcrupula horaria. Nam

Ut 1. grad. ad 4. ita 0. gr. 38.

2'. 24''. 30'''.
8. 6.
ad 2'. 32''. 2.

Ergo tempus ſupra datum, & per hoc problema correctum, ſive æquatum, eſt

Annuus 1600. dies 30. Iunii. hora P.M. 2'. 32''.

Quantum igitur Sol proprio motu interim emenſus eſt, dum 2'. 32''. unius horæ aſcenderunt, tantum ipſius motui, per problema ſextum reperto, eſt addendum. Conficit autem Sol ſingulis horis duo ſcrupula prima, & 28. ferè tertia. Nam

Ut 24. horæ ad motum diurnum, 59'. 8''. 11'''. 22''''. ita 1.

6.		14. 47. 2. 50.
3.		7. 23. 31. 25.
1.	Ad —	2''. 27. 50. 28.

Ergo hora nulla, ſcrupulis 2'. 32''. conficit 6'''. 14''''.

 Nam

Nam

Ut 1. hor. ad 2″. 28‴. 0⁗. ita 0. hor. 2′. 32″.

4. 56.	30.
1. 14.	2.
4.	

ad 6‴. 14⁗.

Nihil autem in motu Solis habent momenti 6‴. 14⁗.
Ergo iſta additio hic tutò negligi poteſt.

PROBLEMA DECIMUM.

Data differentia meridianorum, differentiam horarum intelligere, & contra.

REGULA. Si locus ſit orientalior, adde differentiam longitudinis, in tempus converſam, ad horas datas: ſi ſit occidentalior, ſubtrahe.

Orientalior autem eſt locus, cujus longitudo eſt major: & contra.

EXEMPLUM Longitudo meridiani Cracovienſis, ad quē noſtrum quoq; exemplum ex ſententia Copernici hactenus ſupputavimus, eſt 45. gr. 30. minutorum.

At longitudo meridiani Heidelbergenſis eſt tantum 30. grad. 45′.

Ergo Heidelberga eſt occidentalior.

45. gr. 30′.
Differentia autem 30. 45.
Longitudinis eſt 14. gr. 45′.

Quibus gradibus & ſcrupulis reſpondent H. 0. ſcr. 59′.

Nam

Digitized by Google

Nam.

Ut 1. gr. ad 4′. ita 14. gr. 45′.

56.

3.

ad 59.

Ergo quæ Cracoviæ eſt hora uſualis 2. P. M. ea Heidelbergæ eſt hora 1. gr. 1′. P. M.

Nam ſi de 2. h. 0′.
Subtrahas 0. h. 59′.
Relinquuntur 1. h. 1′.

Sic ex diverſis meridianis, diverſas apparentiarum cœleſtium horas: & contra, ex diverſis apparentiarum cœleſtium horis diverſos diverſorum locorum meridianos indagare poteris. Atq; hoc fundamentum eſt obſervandarum longitudinum, præcipuorum in terra locorum. Si nempe obſervetur, quota hora eadem Eclipſis Lunaris, aut alius quiſpiam inſignis motus apparuerit in hoc, vel illo loco.

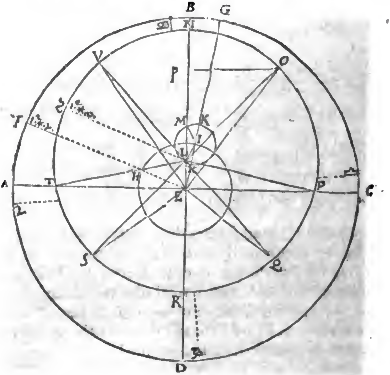
PROBLEMA UNDECIMUM.

Diſtantiam Solis à centro terræ ſupputare.

Diſtantia Solis à centro terræ maxima EN, per Eclipſes reperta eſt ſemidiametrorum terræ 1179.

Hinc reliquæ diſtantiæ Solis à centro terræ ita ſupputantur.

Si Sol ſit in perigeo, adeoque diſtantia ejus à centro terræ minima ER. Quia ER, eſt talium partium 9676750. qualium EN, eſt 10323250. per problema ſextum, Ideo dico:



Ut EN, 10323250. ad ſemidi. 1179, ita ER, 9676750. ad ſemid. 1105. 9′. 51″.

Si Sol neque in apogeo, neque in perigeo ſit: Verbi gratia, ſi ad O, conſiſtat:

Primum colligo, ut ſemper in promtu habeam ſemidiametros radii eccentrici LO, hoc modo:

Ut EN, 10323250. ad ſemid. 1179. ita LN, vel LO, 10000000. ad ſemid. 1142. 4′. 50″.

Deinde, pro invenienda diſtantia Solis à centro terræ EO, dico per axioma ſecundum.

Ut

Ut LEO, 8. 31½. ad LO, ſemid. ita E LO, 8. gr. 48′.
Sinus 1452409. 1142. Sin. 1529858.
ad 1178½. ſemid. terræ.

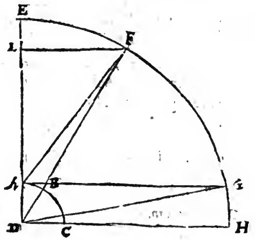
PROBLEMA DUODECIMUM.

Parallaxes Solis ſupputare.

Hîc duo requiruntur. 1. diſtantia Solis à vertice, in circulo, qui per polos horizontis. 2. diſtantia Solis à centro terræ, in linea recta à centro terræ ad Solem ducta. Diſtantia Solis à vertice, ſi non ſit in ipſo horizonte, reperitur per problema octavum libri primi. Et erit ad tempus ſupra datum 29. gr. 51′.

Diſtantia Solis à centro terræ reperitur per problema proximè præcedens. Et erit ad tempus modo dictum 1178½. ſemidiametrorum terræ.

His duobus datis, parallaxis Solis facilè ſupputatur maxima quidem, quæ circa horizontem contingit, per axioma 1. planorum, hoc modo:



Ut GD, 1178½. ſemid. terræ ad DA, 1. ſemid. terræ. ita GD. radius 10000000.

Ad DA, 8485. ſinum anguli DGA, 2′. 55½″.

Cæteræ verò, vel per axioma 3. hoc modo.

Latus DF, 1178½. ſemidiametri terræ.
Latus AD. — 1. ſemidiameter terræ.

Summa	1179½.	
Differentia	1177½.	
Angulus ADF,		29. gr. 51′.
Compl. ad 2. rectos		150. 9.
Dimidium	—	75. gr. 4′. 30″. Tangens 37516877.

Ergo:

Ut 1179½. ad 1177½. ita 37516877.

Ad 37453262. tangentem anguli 75. grad. 3′. 2″. qui ſublatus de angulo 75. grad. 4′. 30″. relinquit parallaxin Solis AFD. o. grad. 1′. 28″.

Vel per axioma primum, hoc modo.

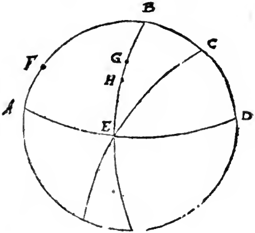
ADF, 29. gr. 51′. Sinus LF, 4977310.
Sinus complementi LD, 8673314.
Sinus maximæ parallaxeos AD, 8485. Subtr.
AL, 8664829.

Ut AL, 8664829, ad LF, 4977310. ita AL, 10000000. ad LF, 5744268. tangentem anguli LAF, 29. gr. 52′. 28″. A quo demtus angulus LDF, 29. grad. 51′. relinquit angulum AFD, o. gr. 1′. 28″. ut ante.

PROBLEMA DECIMUM TERTIUM.

Quomodo parallaxis Solis, longitudinem, vel latitudinem eius mutet, oſtendere. Cop. lib. 4. cap. 26.

Si ver-

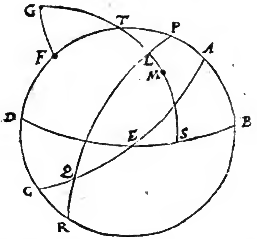


Si verticalis per Solem tranſiens ſit ipſe Signifer, tota parallaxis in longitudinem tranſit: eamq; minuit in quadrante Signiferi occidentali, auget in quadrante orientali. Sit enim Meridianus, idemq; colurus ſolſtitiorum ABCD. Horizontis ſemicirculus occidentalis AED. Æquator CE. Signifer, idemq; circulus verticalis BE, polus Æquatoris F, polus Signiferi A, Locus Solis ad G, parallaxis GH, longitudo Solis EG.

Manifeſtum eſt longitudinem Solis EG, per parallaxin GH, quoad viſum minui arcu GH Nunquam autem hoc cõtingere poteſt, niſi elevatio poli par ſit maximæ declinationi Solis, & ſolſtitium polo proximum in medio cœli exiſtat.

¶ Si verticalis per Solem tranſiens ſit Signifero rectus, tota parallaxis in latitudinem tranſit: atque adeò latitudinem aliquam auſtrinam Soli conciliat.

Sit enim Meridianus ABCD, Horizontis ſemicirculus occidentalis BED. Æquator AEC, Signifer PQR, polus Æquatoris F, polus Signiferi G. polus Horizontis T, Sol ad L parallaxis



parallaxis Solis LM, verticalis per Solem tranſiens TLS. Signifero rectus ad L. Quia igitur verticalis TLS, eſt Signifero rectus, ideo per polos ejus tranſit: per 57. p. 1. Trig. Quia autem verticalis TLS, per polos Signiferi tranſit, ideò eſt unus è circulis latitudinum: per principia ſphærica: ac proinde tota parallaxis LM, eſt quaſi latitudo Solis auſtrina.

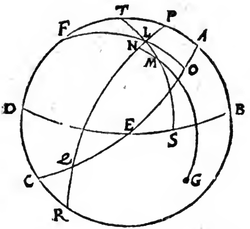
¶ Si verticalis per Solem tranſiens ſit Signifero obliquus, parallaxis Solis partim longitudinem ejus mutat, partim latitudinem aliquam auſtrinam ipſi conciliat.

Sint enim cætera, ut ante, ſed verticalis TLS, per Solem tranſiens jam ſit Signifero obliquus. Et ſit parallaxis LM, ac per locum Solis viſum M, tranſeat circulus latitudinis GMN, angulis ad N rectis, per principia ſphærica. Manifeſtum eſt, longitudinem Solis QL, hoc modo diminui arcu NL, & Solem videri in latitudine auſtrina NM.

¶ An autem angulus ſectionis verticalis & ſigniferi, nempe angulus TLP, ſit rectus an obliquus, id ita cognoſces.

NOTA

Digitized by Google



NOTA eſt aut eſſe poteſt per antecedentia problemata aſcenſio recta Solis QO, quæ compoſita cum arcu horario dato OA, conſtituit arcum QA, cujus complementum ad ſemicirculum eſt arcus QC. Quo noto, quia in Triangulo QCR, præterea etiam angulus maximæ declinationis CQR notus eſt, & angulus ad C, rectus: ideo dico:

I. Ut radius ad tangentem CQR, ita ſinus QC, ad tangentem arcus CR, cui ex oppoſito æquatur arcus PA, quo demto de arcu AT, (qui arcus par eſt elevationi poli DF.) relinquitur arcus TP, per ax. 2. ſphær.

II. Notis in Triangulo QCK, lateribus QC, & CR, includentibus rectum QCR, inquiro latus tertium QR, per axioma quartum. Idq́; compono cum longitudine Solis data QL. Unde innoteſcit complementum ad ſemicirculum LP.

III. In eodem Triangulo QCR, dico:

Ut QR, ſinus ad QCR, radium, ita QC, ſinus ad QRC, ſinum per ax. 3. cui angulo QRC, ex oppoſito æquatur angulus LPT, per 59. p. 1.

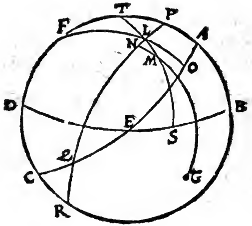
IV. Ut LT, ad LPT, ita TP, ad TLP; per ax. 3. ſphær.

EXEMPLUM. Ad tempus ſupra datum longitudo Solis QL, erit 107.56'.37''½. declinatio LO, 22. gr. 15'. 44''. aſcenſio recta QO, 109. gr. 26'. 40''. angulus horarius LFT, ſive arcus OA, reſpectu Meridiani Heidelbergenſis 15. gr. 15'. Quæ duo ſimul ſumta efficiunt arcum QA, 124. gr. 41'. 40''. cujus complementum ad ſemicirculum QC, eſt 55. gr. 18'. 20''. Angulus autem maximæ declinationis CQR, eſt 23. gr. 28'.

Dico igitur:

I. Ut radius ad tãg. CQR, 23. gr. 28'.	ita ſinus CQ, 55. gr. 18'. 20''.	
10000000.	4341208.	8221992.

Ad 3569337. tangentem arcus CR, 19. gr. 38'. 35''. per ax. 2. ſubtracto autem CR, hoc eſt, AP, de elevatione poli AT, 49. gr. 35'. relinquitur arcus TP, 29. gr. 56'. 25''.



II. CR,

II. CR, 19. gr.	38'. 35".	—	19. gr.	38'. 35".		
QC, 55.	18. 20.	—	34.	41. 40.		
74.	56. 55.		54.	20. 15.	8124653.	
15.	3. 5.	—	—		2596853.	
					10721506.	
					5360753.	

Sinus arcus 32. gr. 25'. cujus complementum 57. gr. 35'. eſt arcus QR. Qui arcus compoſitus cum longitudine Solis QL, efficit arcum RL, 165. gr. 31'. 37"½. cujus complem. ad ſemicirculum eſt arcus LP, 14. grad. 28'. 22"½. per axiom. 4. ſphæric.

III. Ut QR, 57. gr. 35'. ad CQR, rad. ita QC, 55. gr. 18'. 20".

8441720. 10000000. 8221992.

Ad QRC, ſive LPT, 97402. ſinum anguli 76. gr. 53'. 55". per axiom. 3.

IV. Ut LT, 29. gr. 51'. ad LPT, 76. gr. 54'. 40". ita PT, 29. gr. 56' 22".

4977310. 9740199. 4990844.

Ad 9766684. ſinum anguli TLP, 77. grad. 35'. 55". per axiom. 3.

Ergo angulus TLP, ſectionis verticalis cum Signifero in hoc exemplo non eſt rectus: ac proinde parallaxis LM, partim longitudinem, partim latitudinem Solis mutat. Longitudinem minuit arcu NL, latitudinem auſtrinam Soli conciliat, arcum NM, qui duo arcus porrò facilè reperiuntur, hoc modo.

In Triangulo NLM.

I. Ut LNM, rect⁹ ad LM, parallaxin 1'. 28". ita NLM, 77. gr. 35'. 55".

10000000. Sin. 4264. 9766684.

Ad 4164, ſinum arcus NM, 1'. 26". quæ erit viſa latitudo Solis auſtrina ad tempus ſupra datum.

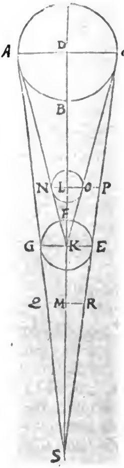
II. Ut Tăg. NLM, 77. gr. 35′. 55″. ad rad.

454826.	10000000.

Ita tangens MN, 1′. 26″.

4164.

Ad 916. ſinum arcus NL 18′. qui arcus ſubtractus à vera longitudine Solis 107. gr. 56′. 37½. relinquit viſam longitudinẽ Solis 107. gr. 56′. 19″½. per ax. 2.



PROBLEMA XIV.

Data vera diametro Solis, unà cum diſtā-tia Solis à centro terræ, apparentem diametrũ Solis per numeros invenire.

Vera ſemidiameter Solis ſecundum Copernicum eſt ſemidiametrorum terræ 5. gr. 27′. ferè.

Diſtantia autem Solis à centro terræ ad tempus nuper conſtitutum erit 1178½. ſemidiametrorum terrę per problem. 12. Dico igitur:

Ut KD, 1178½. ad DC, 5. gr. 27′.

70710. ſcr.	327. ſcr.

Ita KD, radius 10000000.

Ad DC, 46245. tangentem anguli DKC, 15′. 54″. Ergo apparens diameter Solis tum erit 31′. 48″.

F I N I S.

BAR-

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

PROBLEMATUM ASTRONOMICORVM

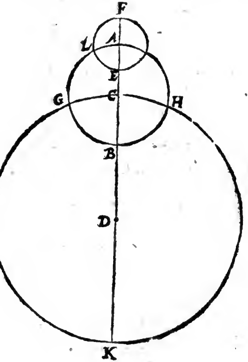
Liber Quintus.

De motu Lunæ proprio.

PROTHEORIA.

SOL unicum habet motum, nempe longitudinis. Semper enim verſatur ſub Ecliptica. Reliqui planetæ duplicem habent motum, unum longitudinis, alterum latitudinis. Nã ut via Solis ad Æquatorem eſt obliqua: ita viæ reliquorum planetarum ad viam Solis ſunt obliquæ. Igitur Lunæ & longitudinis & latitudinis motus ſeorſim eſt explicandus. Motus longitudinis Lunæ eſt ab occaſu in ortum, ut omnis omnium ſtellarum motus proprius. Etſi autem per ſe proculdubio eſt æqualis: nobis tamen apparet inæqualis. Cauſam inæqualitatis alii aliam excogitarunt. Copernicus affingit motui longitudinis Lunæ duos epicyclos. Iuxta cujus ſententiam, ſit circulus mundo concentricus, at Eclipticæ pro latitudine Lunæ obliquus GCHK, centrum ejus & ſimul centrum terræ D. Dimetiens FEDK, epicyclus primus AB, ſecundus EF. Et centrum quidem epicycli primi C, moveatur ſecundum or-

 dinem



dinem ſignorum à C, in H, ſic ut tempore menſtruo totum circulum CHKG, obeat. Centrum verò epicycli ſecundi A, in circumferentia epicycli primi moveatur motu contrario ab A, in G, paulò celerius, quam centrum epicycli primi. Luna denique ipſa, moveatur in circumferentia epicycli ſecundi ab E, in L, motu ad motum circuli CH, duplo: ſic, ut quando linea FED, eſt cum loco Solis medio (hoc eſt, in conjunctionibus & oppoſitionibus Solis & Lunæ.) Luna ſit centro C proxima, hoc eſt, in E, conſtituta: in quadraturis autem remotiſſima, hoc eſt, in F, conſtituta. His ita

poſi tis,

Digitized by Google

poſitis, motus longitudinis Lunæ declarari, & ratio apparentis circa motum illum inæqualitatis reddi poterit. Motus latitudinis Lunæ nihil aliud eſt, quàm motus nodorum Eclipticæ & circuli obliqui Lunæ: quos nodos vulgò vocant caput & caudam Draconis. Moventur autem illi nodi contra ſignorum ordinem, prorſus, ut nodi Eclipticæ & Æquatoris. Itaq; hic nulla nova theoria eſt opus.

PROBLEMA PRIMUM.

Medium ſive æqualem motum longitudinis Lunæ à Sole (hoc eſt, motum puncti C in H, &c.) ad quodvis datum tempus colligere. Cop. lib. 4. cap. 41.

Motus longitudinis Lunæ, ut & reliquorum 5. planetarum, primum deducitur à Sole. Deinde collatione facta cum motu Solis, facilè ejus locus, vel à prima ſtella Arietis, vel ab æquinoctio verno reperitur.

Eſt autem periodus curſus Lunæ à Sole dierum 29. ſcrupulorum 31'. 50''. 7'''. 52''''. 57'''''.

Unde conficitur

Motus ejus annuus 1'''. 14''. 9'. gr. 37'. 22''. 36'''. 25''''.
Motus diurnus — 12. 11. 26. 41. 31.
Motus horarius — 30. 28. 36. 44.

Et fuit tempore N. C. motus Lunæ à Sole 3'. 29. gr. 58'.

Ex quibus ita ſumtis, æqualem motum Lunæ ad tempus ſupra datum colligo hoc modo.

II. Sex. an.		Sex. anni.
1. —	1'''. 14''. 9'. 37. gr. 22'. 36''. 25'''.	— 26. 40.
	24. 43. 12. 27. 32. 8. 20.	20. 20.
	6. 10. 48. 6. 53. 2. 5.	5. 20.
	49. 26. 24. 55. 4. 16.	1.
	30. 42. 51. 6.	

II. Sex.

II. Sex. d. Sex. d. ſcr.

1. — 12ˢ. 11. gr. 26′. 41″. 31‴. — 3. 35. 35′. 6″. 20‴.

36. 34. 20. 4. 33. 30. 30.
6. 5. 43. 20. 45. 30. 5. 5.
1. 0. 57. 13. 27. 35. Nota 6″. 20‴. ſcrupula die-
6. 5. 43. 20. 45. erum ſunt 2′. 32″. ſcrupula
1. 0. 57. 13. 27. horaria per correctionẽ
1. 13. 8. 40. inæqualitatis dierum civi-
4. 3. 48. lium li. 4. probl. 9. reperta.

1. 48. 8. 36. 32. 45. Motus dierum.
0. 36. 42. 51. 6. 0. Motus annorum.
3. 29. 58. Radix.
5ˢ. 54. gr. 49′. 27″. 38‴. 45⁗. Summa. Motus æqualis Lunæ à Sole, ad tempus ſupra datum.

PROBLEMA SECUNDUM.

Æqualem motum anomaliæ lunaris, ſive æqualem motum epicycli primi, nempe puncti ☌ A, in G, &c. ad quodvis datum tempus invenire. Copern. lib. 4. cap. 4.

Æqualis motus anomaliæ Lunaris, ſive Epicycli primi annuus eſt — 1ˢ. 19ˢ. 28. gr. 43′. 9″. 7‴. 15⁗.
diurnus — 13. 3. 53. 57. 1.
horarius — — 32. 39. 44. 52.

Et fuit tempore N. C. 3ˢ. 27. gr. 7′.

Hinc pro tempore dato motus æqualis anomaliæ lunaris colligitur hoc modo:

I. Sex.

Digitized by Google

I. Sex. an.

1. — 1‴. 19″. 28′. 43. gr. 9′. 7″. 15‴.		—	26.40.
26. 29. 34. 23.	2.25. 0.		20.20.
6. 37. 23. 35.	45.36.15.		5.20.
26. 29. 34.	23.2.25.		1.
26. 29. 34.	23.2.25.		
1. 50.	43.13.20.		

II. Sex. d. — Sex. d.

1. — 13ˋ. 3. gr. 53′. 57″. 1‴.		— 3.35.35′.6″. 20‴.
39.11.	41.51. 3.	
6.31.	56.58.30.30.	
1. 5.	19 29.45. 5.	
6.	31.56.58 30.	
1.	5.19.29.45.	
	1.18.23.23.	
	6 31.56.	
4ˋ.56. gr. 37′. 0″. 42‴. 9⁗.		Motus dierum.
1.50.	43.13.20. 0.	Motus annorum.
3.27.	7.	Radix.
4ˋ.14. gr. 27′. 14″. 2‴. 9⁗.		Motus æqualis anomaliæ lunaris ad tempus ſupra datum.

PROBLEMA TERTIUM.

Æqualem motum epicycli ſecundi, nempe puncti E, *verſus* L. *reperire.*

Æqualis motus epicycli ſecundi, ut in Protheoria dixim⁹, eſt ad æqualem motum Lunæ duplus. Atqui æqualis motus Lunæ ad tempus ſupra datum erat,

5ˋ.54. gr. 49′. 27″. 38‴. 45⁗.

hh Ergo

Ergo æqualis motus epicycli ſecundi, ab E in L, ad tempus ſupra datum, abjectis integris circulis, eſt.

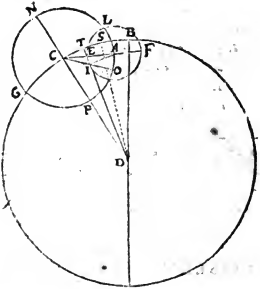
5ˢ.49.gr.38′.55″.17‴.30⁗.

Id eſt:

349.gr.38′.55″.

PROBLEMA QUARTUM.

Proſthaphæreſes epicycli ſecundi ſupputare. Copern. lib. 4. cap. 21.



Proſthaphæreſis epicycli ſecundi, exempli gratia, eſt angulus ACI vel ACO, ad quem inveniendum præter æqualem motum puncti E, unde innoteſcit angulus EAI, prorſus ut in Sole, hæc duo requiruntur.

1. Notitia mediæ eccentricitatis Lunæ, ſive notitia radii epicycli primi CA.

2. Noti-

2. Notitia differentiæ inter mediam & maximam eccentricitatem Lunæ, ſive notitia radii epicycli ſecundi AF, vel AE, vel AI.

Statuit autem Copernicus maximam eccentricitatem Lunæ, ſive rectam CF, eſſe partium 1334. qualium DC, ſit 10000. Minimam verò eccentricitatem, ſive rectam CE, eſſe partium earundem 860. Eſt ergo media eccentricitas CA, partium 1097. differentia inter maximam & mediam eccentricitatem AF, vel AE, vel AI, partium 237.

Quibus ita hoc loco ſumtis (demonſtrationes enim Copernici huc tranſcribere nimis prolixum foret) in Triangulo CAI, nota ſunt duo latera CA, & AI, includentia angulum notum CAI. Solvo igitur Triangulum CAI, per axioma 3. planorum hoc modo.

CA,	1097.	Motus ELFI, 349. gr. 39'. per probl. 3.
AI,	237.	Compl. IE, vel IAE, 10. 21.
Summa	1334.	Summa angulorum A, & C, 169. 39.
Differentia	860.	Dimidium ſummæ 84. 49. 30".

Ut ſumma laterum CA, & AI, ad differentiam eorundem.

1334. 860.

Ita tangens 84. gr. 49'. 30".

110415249.

Ad 71182244. tangentem anguli 82. gr. 0'. 11". quo ſublato de angulo 84. gr. 49'. 30". relinquitur angulus, quæſitus ALI, 2. gr. 49'. 19". qui angulus quia conſiſtit citra medium motum epicycli primi, ſive puncti A, idcirco eſt ab eodem medio motu auferendus: & hîc, & in toto ſemicirculo poſteriore FIE. At in ſemicirculo priore ELF, eſſet ad medium motum addendus.

Atqui medius motus epicycli primi ſupra inventus.

hh 2 NGA,

Digitized by Google

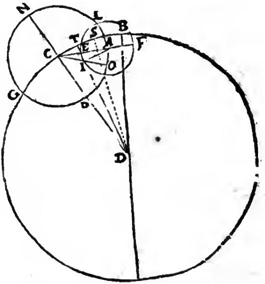
NGA, erat — 254. 27'.14".
Ergo ſi inde auferas F.CI, ſive OA, 2.gr.49.19.

Relinquitur verus motus
epicycli primi NGO. 25. 37.55".
Ejuſque complementum ad integrum circulum ON, 108. gr. 22'. 5".
Et hujus complementum ad ſemicirculum OP, 71.37.55".

PROBLEMA QUINTUM.

Eccentricitatem Lunæ, ſive quantitatem radii epicycli primi ad datum tempus invenire.

Eccentricitas Lunæ ad datum ſupra tempus erit recta CI.



Iam in Triangulo CAI, per problema præcedens noti ſunt omnes anguli, & præterea latera duo CA, & AI. Igitur inde

inde colligo latus tertium: per 2. axioma Triangulorum planorum hoc modo.

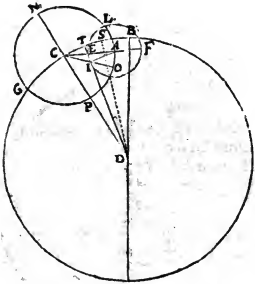
Ut ACI, 2. grad. 49'. 19". ad AI, ita CAI, 10. 21.

492323. 237. 1796607.

Ad CI, 865. ferè.

PROBLEMA SEXTUM.

Proſthaphæreſes epicycli primi ſupputare.



Proſthaphæreſis epicycli primi, verbi gratia, eſt angulus CDI, qui angulus & ipſe reperitur per axioma 3. hoc modo.

In Triangulo CDI, nota ſunt:

1. Latus CD, 10000.

2. Latus CI, 865. per problema 5.

eorumq; ſumma 10865.

Et differentia 9135.

3. Angulus DCI, 71. grad. 37′. 55″. ferè per problem. 4.

Et reliquorum duorum ſumma 108. 22. 5″.

ejuſque ſummæ dimidium 54. 11. 2½.

Dico igitur:

Ut ſumma CD, & CI, ad differentiam: ita tangens 45. gr. 11′. 2″½.

10865. 9135. 13857108.

Ad 11650759 tangentem anguli 49. gr. 21′. 36″. quo ſublato de angulo 54. gr. 11′. 2″½. relinquitur angulus CDI, 4. gr. 49′. 26″½. qui angulus, quoniam ultra lineam medii motus Lunæ CD conſiſtit, ideo eſt ad medium illum Lunæ motum addendus: ut ſemper in ſemicirculo poſteriore PLN. Auferendus autem eſſet, in ſemicirculo priore NGP, quia tunc citra lineam medii motus Lunæ CD, conſiſteret.

Medius motus Lunæ. 354. gr. 49′. 27″½. per probl. 1.

Proſthaphæreſis addenda. 4. 49. 26½.

Summa 359. 38. 54. Verus motus Lunæ à medio loco Solis, ad tempus ſupra datum.

Cui ſi adjeceris medium motum Solis ab æquinoctio verno 107. grad. 56′. 37″½. & de ſumma integrum circulum, nempe 360. gr. abjeceris, habebis verum locum Lunæ ab æquinoctio verno 107. gr. 35′. 31″½.

PRO.

Digitized by Google

PROBLEMA SEPTIMUM.

Motum latitudinis Lunæ ad quodcunq; datum tempus invenire. Copern. lib. 4. cap. 4.

Motus latitudinis Lunæ revera nihil aliud eſt, quàm motus nodorum Eclipticæ & circuli obliqui Lunæ, contra ordinem ſignorum: prorſus, ut motus præceſſionis Æquinoctiorum. Sed Copernicus pro motu nodorum contra ordinem Signorum, ad calculum aſſumit diſtantiam Lunæ à boreo limite maximæ latitudinis ſecundum ordinem ſignorum, & iſtam diſtantiam vocat motum latitudinis Lunæ. Quæ diſtantia, quia nihil aliud eſt, quam arcus ex motu nodorum & medio motu longitudinis Lunæ compoſitus, ideo illi perinde ut medio motui longitudinis Lunæ, proſthaphæreſis longitudinis Lunæ, ſive proſthaphæreſis epicycli primi Lunæ erit vel addenda, vel demenda.

Cæterùm, motus nodorum contra ordinem ſignorum annuus eſt, 19. gr. 5′. 22″. 41‴. Motus autem longitudinis Lunæ annuus eſt. 2ˋ. 9. gr. 37′. 22″. 36‴.

Hinc componitur motus latitudinis Lunæ annuus
2ˋ. 28. gr. 42′. 45″. 17‴. 2⁗. & inde
elicitur motus diurnus 0, 13. 13. 45. 39. 29.
& motus horarius 33. 4. 24. 8.

Radix autem illius motus tempore Nativitatis Chriſti fuit 2ˋ. 9. gr. 45′.

Ad tempus igitur ſupra datum motus medius latitudinis Lunæ colligitur hoc modo, & talis invenitur, ut ſequitur.

1. Sex. — 2".28'.42.gr.45'.17".21'''. — 26 Sex. 40. Anni.

49. 34. 15. 5.47. 0. 20. 20.

12. 23. 33. 46.36.45. 5. 20.

49.34. 15. 5.47.

49. 34. 15. 5.47.

Sex. 5.40. 7.42.40. Sex. D.

1. — 13'.13.gr.45'.30".29'''. — 3.35.35'.6".20'''.

39.41. 16 58. 27. 30.30.

6 36. 52.49 44 30. 5. 5.

1. 6. 8.48.17.25.

6. 36.52.49.44.

1. 6. 8.48.17.

1. 19.22.33.

4 24.34.

5'.32.gr.3'. 1".54.'''.3''''. Motus dierum.

5.40. 7.42.40. 0. Motus annorum.

2. 9. 45. Radix.

1.21. 55.44".34.3. Summa.

Æqualis motus latitudinis Lunæ, ſive, media diſtantia Lunæ, à limite boreo maximæ latitudinis, ſecundum ordinem ſignorum. Cui motui ſi addideris proſthaphæreſin longitudinis Lunæ 4.gr.49'.26"½. habebis veram diſtantiam Lunæ à boreo limite maximæ latitudinis, ad tempus ſupra datum 86 gr. 45'.11". Ex qua diſtantia liquet, Lunam adhuc eſſe in latitudine borea: & diſtare à cauda Draconis, gradib⁹ 3. ſcrupulis 14'.49".

PROBLEMA OCTAVUM.

Ipſam latitudinem Lunæ ſupputare.

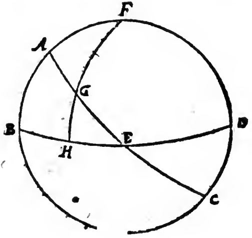
Fit hæc ſupputatio prorſus, ut ſupputatio declinationum Solis, compendioſiſſimè per axioma quartum, hoc modo:

Compl.

Compl.maximæ latitud.	85.gr. 0'. 0".85. 0. 0".				
Motus latitudinis	86.	45'.11". 3.14.49".			
	171.	45.11".88.14.49.	—	9995320.	
	Exc.81.	45.11'.	—	—	9896590.
					98730.
					49365.

Sinus arcus 0. gr. 16'. 58". qui arcus eſt ipſa latitudo Lunæ, ad tempus ſupradictum.

Quod ſi quis axiomate quarto uti nolit, utatur primo, vel tertio hoc modo.

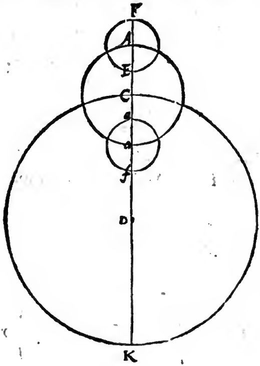


Ut EA, quadrans ad AB, maximam latitudinem Lunæ 5. gr. ita EG. diſtantia à cauda Draconis, ſive complementum motus latitudinis, ad GH. latitudinem, per ax.1. vel

Ut GHE, ad GE, ita GHE, ad GH, &c. per axiom. 3.

PROBLEMA NONUM.

Diſtantiam Lunæ à centro terræ ſupputare. Cop. lib. 4. cap. 17.



Diſtantia Lunæ à centro terræ media DC, ſecundum Copernicum eſt ſemidiametrorum terræ 60.ſcr.18. Hinc cæteræ diſtantiæ Lunæ à centro terræ, ita ſupputantur.

Si Luna ſit in linea medii motus Solis, ſive circa punctum C, ſive circa punctum K, & primùm, ſi conſiſtat ad F. Dico:

Ut DC, 10000. ad DC, 60. 18'. ſemid. ita CF, 1334. per probl. 4.

Ad CF, 8. 2'. ſemid. terræ: quibus additis ad DC, 60. 18. efficitur DF, 68. 20'.

Deinde, ſi conſiſtat ad E. Dico:

Ut DC,

Ut DG, 10000. ad DC, 60. 18'. ſemid. ita CE, 860. per probl. 4.

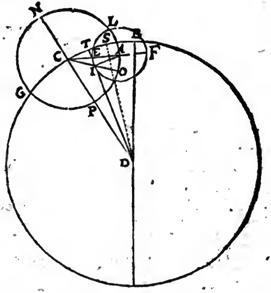
15.

3.

Ad CE, 5.11'. ſemid. terræ, quibus additis ad DC, 60. 18', efficitur DE, 65. gr. 29'. ſemid. terræ.

Porrò, ſi conſiſtat ad E.

Ablata recta EC, quæ eſt æqualis rectæ CE. 5. 11'. ſemid. de recta DC, 60. 18'. relinquit rectam DE, 55. gr. 7'. ſemid. Deniq; ſi conſiſtat ad F.



Ablata recta CF, quæ eſt æqualis rectæ CF, 8. gr. 2'. ſemid. de recta DC, 60. gr. 18'. relinquit rectam DF, 52. gr. 16'. ſemid. Si vero Luna non ſit in linea medii motus Solis, diſtantia ejus à centro terræ ita ſupputatur.

EXEMPLI gratia: ad tempus ſupra datum, in Triangulo CDI, angulus ICD, 71. gr. 37'. 55''. per probl. 4. CDI, 4. gr. 49'. 20''½. per probl. 6. Ll 2 Sum-

Summa utriuſq; anguli 76.gr.27'.21"½. Et illius ſummæ cōplementum ad duos rectos CID, 103. gr. 32'. 38"½. Sed cujus idem eſt ſinus, qui complementi ſui 76.gr.27'.21"½. per 7.p.2.

Dico igitur:

Ut CID, 76.gr.27'.21"½. ad CD, ſemi.terræ, ita ICD, 71.gr.37'.55".

Sin. 9721896.	60.18.	Sin. 9490519.
	15.	
	3.	

Ad ID, 58.gr.52'. ſemid. terræ: quæ tum erit diſtantia Lunæ à centro terræ.

PROBLEMA DECIMUM.

Parallaxes Lunæ ſupputare.

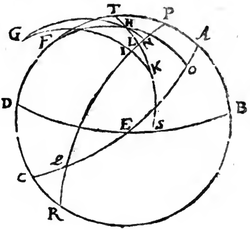
Hîc prorſus, ut in parallaxibus Solis ſupputandis, duo præcognoſcenda ſunt:

1. Diſtantia Lunæ à vertice.
2. Diſtantia Lunæ à centro terræ.

Diſtantia Lunæ à vertice, ſi non ſit in ipſo horizonte, ſic reperitur.

Primum recolligo longitudinem Lunæ: quæ tempore ſupra dato erit 107. gr. 35'. 31"½. Et latitudinem: quæ tum erit o. gr 16'.58".

Deinde ex his inquiro declinationem & aſcenſionem rectam Lunæ, per probl.15.lib.1. & invenio declinationem Lunæ 22.gr.35'.20". & aſcenſionem rectam 109.grad.9'.55". Poſtea aſcenſionem rectam, 109. gr. 6'.32". nempe in adjuncto Schemate arcum QO, compono cum arcu CQ. noto ex problemate 13. libri præcedentis 55.gr.18'.20". Et fit arcus CO, 164.gr. 24'.52". cujus complementum ad ſemicirculum eſt arcus OA, 15.gr.35'. 8". Qui arcus eſt menſura anguli TFH. Quo noto, quia etiam latera ipſum includentia FT, (complementum eleva-



levationis poli) & FH, (complementum declinationis Lunæ) nota ſunt, inquiro complementum altitudinis Lunæ, ſive diſtantiam Lunæ à vertice TH, per ax. 4. hoc modo.

FT, 40.25.	— 40.25.		
FH. 67.24′.40″.	— 22.35.20″.		
107.49.40.	63. 0.20.	—	8910505.
Exc. 17.49.40.	— — —	—	3061569.
			11972074.
TFH, 15.gr.35′. 8″.	10000000.		5986037.
74. 24.52.	9632303.		
	367697.		

Ut 10000000. ad 5986037. ita 367697. ad 220104. quo detracto de 8910505. relinquitur 8690401. ſinus altitudinis Lunæ HS, 60.gr.20′.50″. cujus compl. TH, 29. gr. 39′. 10″. eſt diſtantia Lunæ à vertice.

Diſtantia Lunæ à centro terræ ad tempus ſupra datum erit 55.gr.52′. ſemidiametrorum terræ: per problema præcedens.

His duobus ita præcognitis parallaxes Lunæ non aliter

 quàm

Ergo æqualis motus epicycli ſecundi, ab E in L, ad tempus ſupra datum, abjectis integris circulis, eſt.

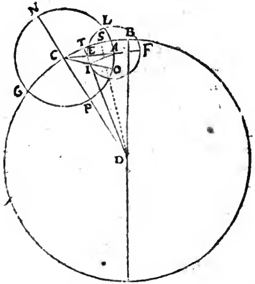
5ˢ.49.gr.38′.55″.17‴.30⁗.

Id eſt:

349. gr. 38′. 55″.

PROBLEMA QUARTUM.

Proſthaphæreſes epicycli ſecundi ſupputare. Copern. lib. 4. cap. 21.



Proſthaphæreſis epicycli ſecundi, exempli gratia, eſt angulus ACI vel ACO, ad quem inveniendum præter æqualem motum puncti E, unde innoteſcit angulus EAI, prorſus ut in Sole, hæc duo requiruntur.

1. Notitia mediæ eccentricitatis Lunæ, ſive notitia radii epicycli primi CA.

2. Noti-

2. Notitia differentiæ inter mediam & maximam eccentricitatem Lunæ, ſive notitia radii epicycli ſecundi AF, vel AE, vel AI.

Statuit autem Copernicus maximam eccentricitatem Lunæ, ſive rectam CF, eſſe partium 1334. qualium DC, ſit 10000. Minimam verò eccentricitatem, ſive rectam CE, eſſe partium earundem 860. Eſt ergo media eccentricitas CA, partium 1097. differentia inter maximam & mediam eccentricitatem AF, vel AE, vel AI, partium 237.

Quibus ita hoc loco ſumtis (demonſtrationes enim Copernici huc tranſcribere nimis prolixum foret) in Triangulo CAI, nota ſunt duo latera CA, & AI, includentia angulum notum CAI. Solvo igitur Triangulum CAI, per axioma 3. planorum hoc modo.

CA,	1097.	Motus ELFI, 349. gr. 39'. per probl. 3.
AI,	237.	Compl. IE, vel IAE, 10. 21.
Summa	1334.	Summa angulorum A, & C, 169. 39.
Differentia	860.	Dimidium ſummæ 84. 49. 30".

Ut ſumma laterum CA, & AI, ad differentiam eorundem.

1334. 860.

Ita tangens 84. gr. 49'. 30".

110415249.

Ad 71182244. tangentem anguli 82. gr. 0'. 11". quo ſublato de angulo 84. gr. 49'. 30". relinquitur angulus, quæſitus ALI, 2. gr. 49'. 19". qui angulus quia conſiſtit citra medium motum epicycli primi, ſive puncti A, idcirco eſt ab eodem medio motu auferendus: & hîc, & in toto ſemicirculo poſteriore FIE. At in ſemicirculo priore ELF, eſſet ad medium motum addendus.

Atqui medius motus epicycli primi ſupra inventus.

NGA, erat	— 254.	27'.14".
Ergo ſi inde auferas F.CI, ſive OA,	2.gr.49.19.	
Relinquitur verus motus epicycli primi NGO.	25.	37.55".

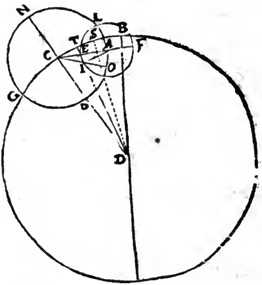
Ejuſque complementum ad integrum circulum ON, 108. gr. 22'. 5".

Et hujus complementum ad ſemicirculum OP, 71.37.55".

PROBLEMA QUINTUM.

Eccentricitatem Lunæ, ſive quantitatem radii epicycli primi ad datum tempus invenire.

Eccentricitas Lunæ ad datum ſupra tempus erit recta CI.



Iam in Triangulo CAI, per problema præcedens noti ſunt omnes anguli, & præterea latera duo CA, & AI. Igitur

inde

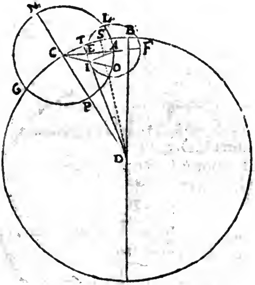
inde colligo latus tertium: per 2. axioma Triangulorum planorum hoc modo.

Ut ACI, 2. grad. 49'. 19". ad AI, ita CAI, 10. 21.		
492323.	237.	1796607.

Ad CI, 865. ferè.

PROBLEMA SEXTUM.

Proſthaphæreſes epicycli primi ſupputare.



Proſthaphæreſis epicycli primi, verbi gratia, eſt angulus CDI, qui angulus & ipſe reperitur per axioma 3. hoc modo.

In Triangulo CDI, nota ſunt:

1. Latus CD, 10000.

2. Latus CI, 865. per problema 5.

eorumq; ſumma 10865.

Et differentia 9135.

3. Angulus DCI, 71. grad. 37′. 55″. ferè per problem. 4.

Et reliquorum duorum ſumma 108. 22. 5″.

ejuſque ſummæ dimidium 54. 11. 2½.

Dico igitur:

Ut ſumma CD, & CI,	ad differentiam:	ita tangens 45.gr.11′.2″½.
10865.	9135.	13857108.

Ad 11650759 tangentem anguli 49. gr. 21′. 36″. quo ſublato de angulo 54.gr.11′.2″½.relinquitur angulus CDI, 4.gr.49′.26″½. qui angulus, quoniam ultra lineam medii motus Lunæ CD conſiſtit, ideo eſt ad medium illum Lunæ motum addendus: ut ſemper in ſemicirculo poſteriore PLN. Auferendus autem eſſet, in ſemicirculo priore NGP, quia tunc citra lineam medii motus Lunæ CD, conſiſteret.

Medius motus Lunæ. 354.gr.49′.27″½. per probl.1.

Proſthaphæreſis addenda. 4. 49. 26½.

Summa 359. 38. 54. Verus motus Lunæ à medio loco Solis, ad tempus ſupra datum.

Cui ſi adjeceris medium motum Solis ab æquinoctio verno 107. grad. 56′. 37″½. & de ſumma integrum circulum, nempe 360. gr. abjeceris, habebis verum locum Lunæ ab æquinoctio verno 107. gr. 35′. 31″½.

PRO-

PROBLEMA SEPTIMUM.

Motum latitudinis Lunæ ad quodcunq; datum tempus invenire. Copern. lib. 4. cap. 4.

Motus latitudinis Lunæ revera nihil aliud eſt, quàm motus nodorum Eclipticæ & circuli obliqui Lunæ, contra ordinem ſignorum: prorſus, ut motus præceſſionis Æquinoctiorum. Sed Copernicus pro motu nodorum contra ordinem Signorum, ad calculum aſſumit diſtantiam Lunæ à boreo limite maximæ latitudinis ſecundum ordinem ſignorum, & iſtam diſtantiam vocat motum latitudinis Lunæ. Quæ diſtantia, quia nihil aliud eſt, quam arcus ex motu nodorum & medio motu longitudinis Lunæ compoſitus, ideo illi perinde ut medio motui longitudinis Lunæ, proſthaphæreſis longitudinis Lunæ, ſive proſthaphæreſis epicycli primi Lunæ eſt vel addenda, vel demenda.

Cæterùm, motus nodorum contra ordinem ſignorum annuus eſt, 19. gr. 5′. 22″. 41‴. Motus autem longitudinis Lunæ annuus eſt. 2ˋ. 9. gr. 37′. 22″. 36‴.

Hinc componitur motus latitudinis Lunæ annuus
2ˋ. 28. gr. 42′. 45″. 17‴. 2⁗. & inde

elicitur motus diurnus	0, 13.	13.	45.	39.	29.
& motus horarius		33.	4.	24.	8.

Radix autem illius motus tempore Nativitatis Chriſti fuit 2ˋ. 9. gr. 45′.

Ad tempus igitur ſupra datum motus medius latitudinis Lunæ colligitur hoc modo, & talis invenitur, ut ſequitur.

1. Sex.

1. Sex.	— 2‵.28‵.42.gr.45′.17″.21‴. —		26 Sex.	40. Anni.
	49. 34. 15.	5.47. 0.	20.	20.
	12. 23. 33.	46.26.45.	5.	20.
	49.34.	15. 5.47.		
	49. 34.	15. 5.47.		
Sex.	5.40.	7.42. 40.	Sex. D.	
1.	— 13‵.13.gr.45′.30″.29‴.	—	3.35.35′.6″.20‴.	
	39.41.	16 58. 27.	30.30.	
	6 36.	52.49 44. 30.	5. 5.	
	1. 6.	8.48.17.25.		
	6.	36. 52.49.44.		
	1.	6. 8.48.17.		
		1. 19.22.33.		
		4 24.34.		
	5‵.32.gr.3′. 1″.54‴.3⁗.		Motus dierum.	
	5.40.	7.42.40. 0.	Motus annorum.	
	2. 9.	45.	Radix.	
	1.21.	55.44″.34.3.	Summa.	

Æqualis motus latitudinis Lunæ, ſive, media diſtantia Lunæ, à limite boreo maximæ latitudinis, ſecundum ordinem ſignorum. Cui motui ſi addideris proſthaphæreſin longitudinis Lunæ 4.gr.49′.26″½. habebis veram diſtantiam Lunæ à boreo limite maximæ latitudinis, ad tempus ſupra datum 86 gr. 45′.11″. Ex qua diſtantia liquet, Lunam adhuc eſſe in latitudine borea: & diſtare à cauda Draconis, gradib⁹ 3. ſcrupulis 14′.49″.

PROBLEMA OCTAVUM.

Ipſam latitudinem Lunæ ſupputare.

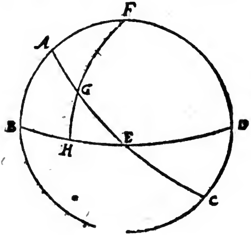
Fit hæc ſupputatio prorſus, ut ſupputatio declinationum Solis, compendioſiſſimè per axioma quartum, hoc modo:

Compl.

Compl.maximæ latitud.	85.gr.	0′. 0″.	85. 0. 0″.	
Motus latitudinis	86.	45′.11″.	3.14.49″.	
	171.	45.11″.	88.14.49. —	9995320.
	Exc.81.	45.11′.	— —	9896590.
				98730.
				49365.

Sinus arcus o. gr. 16′.58″. qui arcus eſt ipſa latitudo Lunæ, ad tempus ſupradictum.

Quod ſi quis axiomate quarto uti nolit, utatur primo, vel tertio hoc modo.



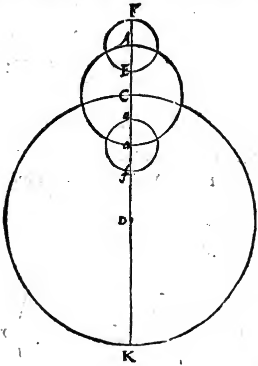
Ut EA, quadrans ad AB, maximam latitudinem Lunæ 5. gr. ita EG. diſtantia à cauda Draconis, ſive complementum motus latitudinis, ad GH. latitudinem, per ax. 1. vel

Ut GHE, ad GE, ita GHE, ad GH, &c. per axiom. 3.

PROBLEMA NONUM.

Diſtantiam Lunæ à centro terræ ſupputare. Cop. lib. 4. cap. 17.

ii Diſtan-



Diſtantia Lunæ à centro terræ media DC, ſecundum Copernicum eſt ſemidiametrorum terræ 60.ſcr.18. Hinc cæteræ diſtantiæ Lunæ à centro terræ, ita ſupputantur.

Si Luna ſit in linea medii motus Solis, ſive circa punctum C, ſive circa punctum K, & primùm, ſi conſiſtat ad F. Dico:

Ut DC, 10000. ad DC, 60. 18'. ſemid. ita CF, 1334. per probl. 4.

Ad CF, 8. 2'. ſemid. terræ: quibus additis ad DC, 60. 18. efficitur DF, 68. 20'.

Deinde, ſi conſiſtat ad E. Dico:

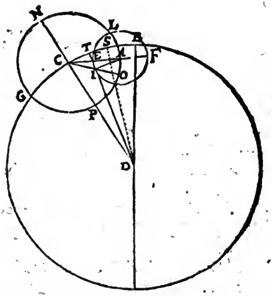
Ut DC,

Ut DC, 10000. ad DC, 60. 18'. ſemid. ita CE, 860. per probl. 4.
15.
3.

Ad CE, 5.11'. ſemid. terræ, quibus additis ad DC, 60, 18', efficitur DE, 65. gr. 29'. ſemid. terræ.

Porrò, ſi conſiſtat ad E.

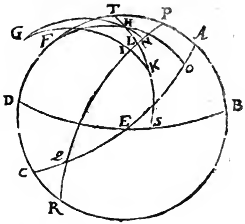
Ablata recta EC, quæ eſt æqualis rectæ CE. 5. 11'. ſemid. de recta DC, 60. 18'. relinquit rectam DE, 55. gr. 7'. ſemid. Deniq; ſi conſiſtat ad F.



Ablata recta CF, quæ eſt æqualis rectæ CF, 8. gr. 2'. ſemid. de recta DC, 60. gr. 18'. relinquit rectam DF, 52. gr. 16'. ſemid. Si vero Luna non ſit in linea medii motus Solis, diſtantia ejus à centro terræ ita ſupputatur.

EXEMPLI gratia: ad tempus ſupra datum, in Triangulo CDI, angulus ICD, 71. gr. 37'. 55". per probl. 4. CDI, 4. gr. 49'. 20"½. per probl. 6.

Digitized by Google



ſevationis poli) & FH,(complementum declinationis Lunæ) nota ſunt, inquiro complementum altitudinis Lunæ, ſive diſtantiam Lunæ à vertice TH, per ax. 4. hoc modo.

FT, 40.25.	— 40.25.		
FH. 67.24′.40″.	— 22.35.20″.		
107.49.40.	63. 0.20.	—	8910505.
Exc. 17.49.40.	— — — —		3061569.
			11972074.
TFH, 15. gr. 35′. 8″.	10000000.		5986037.
74. 24.52.	9632303.		
	367697.		

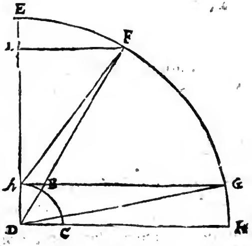
Ut 10000000. ad 5986037. ita 367697. ad 220104. quo detracto de 8910505. relinquitur 8690401. ſinus altitudinis Lunæ HS, 60. gr. 20′. 50″. cujus compl. TH, 29. gr. 39′. 10″. eſt diſtantia Lunæ à vertice.

Diſtantia Lunæ à centro terræ ad tempus ſupra datum erit 55. gr. 52′. ſemidiametrorum terræ per problema præcedens.

His duobus ita præcognitis parallaxes Lunæ non aliter

ii 3 quàm

quàm parallaxes Solis ſupputantur, nempe maxima quidem parallaxis per axioma 1. hoc modo.



Ut GD, 58. 52. ſem. terræ, ad DA, 1. ſem. ita GD, rad. 10000000.

3532. ſcr. 60. ſcr.

Ad DA, 169875. ſinum anguli AGD, 58′. 24″.

Cæteræ verò, vel per axioma 3. hoc modo.

AD, 1. ſemid.	EDF, 29. gr. 39′. 10″.
DF, 58. gr. 52′ ſemid.	A & E, 150. 20. 50″.
Summa 59. 52. ſemid.	Dimid. 75. 10. 25″.
Diffe. 57. 52. ſemid.	Tangens — 377861.

Ergo:

Ut 59. gr. 52′. ſemid. ad 57. gr. 52′. ſemid. ita tang. 37778020.

3592. ſcr. 3472.

Ad 36515948. tangentem anguli 74. gr. 41′. 5″½. quo detracto de angulo 75. gr. 10′. 25″. relinquitur angulus AFD, 0. gr, 29′. 19″½. parallaxis Lunæ ad tempus ſupra datum.

Vel

Vel per axioma primum: hoc modo:
EDF, 29. gr. 39'. 10". Sinus LF, 4947426.
Sinus complementi LD, 8690396.
Sinus maximæ parallaxeos AD, 169875. Subtrahe.
AL, 8520521.

Ut AL, 8520521. ad LF, 4947426. ita AL, 10000000. ad LF, 5806483. Tangentem anguli LAF, 30. gr. 8'. 29"½. De quo detractus angulus EDF, 29. gr. 39'. 10". relinquit angulum parallacticum AFD. 0. gr. 29'. 19"½.

PROBLEMA UNDECIMUM.

Quomodo parallaxis Lunæ longitudinem, vel latitudinem ejus mutet, oſtendere. Cop. lib. 4. cap. 26.

¶ Si verticalis per Lunam tranſiens ſit ipſe Signifer, tota parallaxis ut Solis, ita etiam Lunæ, in longitudinem tranſit: eamq; minuit in quadrante occidentali, auget in quadrante orientali.

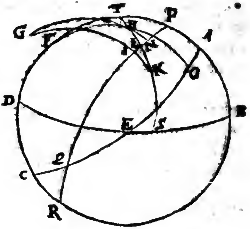
¶ Si verticalis per Lunam tranſiens ſit Signifero rectus, tota parallaxis in latitudinem tranſit, & latitudinem quidem auſtrinam facit majorem, boream vero minorem.

¶ Si verticalis per Lunam tranſiens ſit Signifero obliquus, parallaxis Lunæ partim longitudinem, partim latitudinem ejus mutat. Cauſa patet ex ijs, quæ de parallaxibus Solis diximus.

¶ An autem verticalis per Lunam tranſiens ſit Signifero rectus, vel obliquus, facilè ſciri poteſt. Nam per 13. probl. præcedentis, & per 10 problema hujus jam nota ſunt.

1. Omnia latera Trianguli TFH, & præterea angulus TFH.
2. Totum Triangulum QCR.
3. In Triangulo TLP, latus TP, & angulus LPT.

Dico



Dico igitur in Triangulo TFH.

I. Ut TH. *29*. gr. *39*'. *10*". ad TFH, 15. gr. 35'. 8". ita FH, *67*. gr. *24*'. *46*".

4947426. *2686769.* *9232847.*

Ad *5014027*. ſinum anguli FTH, qui idem eſt ſinus anguli LTP, *30*. gr. *5*'. *34*".

II. In Triangulo LTP, inquiro angulum TLP, per axioma quartum, hoc modo:

LTP, 30. gr. 5'. 34". — 30. 5'. 34".
TPL, *76*. 53'. 55". — *13*. *6*. 5".

106. 50'. 29". — 43. 11. 39. — 6844729.
Exc. *16*. 50. 29. — — 2922280.

9767009.
4883504.

TP, 29. 56'. 22".
Compl. 150. 3. 38. | 10000000.
Exc. 60. 3. 38. | 8665533.

Sinus verſus. 18665533. Vel enim angulus LPT, vel angulus TLP, eſt maximus. Alioqui Triangulum LTP, haberet tres duobus

duobus rectis minores, quod eſt impoſſibile, per 47. p. 1. Si angulus TLP, eſt maximus pro latere TP, maximo eſt aſſumendum ipſius complementum ad ſemicirculum, per 61. p. 1. Si angulus LPT, eſt maximus pro angulo LPT, eſt aſſumendum ejus compl. ad ſemicirculum, per eandem. Quo facto, habetur Triangulum unius lateris quadrante majoris. Pro quo ſi ſolvas Triangulum illi adjacens, quod habeat utrumq; latus quadrante minus, pro latere TP, quadrante minore, dabitur tibi angulus quadrante maior. Qua de re vide Trig. pag. 143.

Ergo:

Ut *10000000.* ad *4883504.* ita *18665533.*

Ad *9115320.* unde ſubtractus ſinus *6844729.* relinquit *2260591.* ſinum arcus 13 gr. 3'. 54''. qui eſt exceſſus tertii lateris ſupra quadrantem: cujus exceſſus complementum ad quadrantem *76.* grad. *56'. 6''.* eſt menſura anguli TLP, quæſiti. Unde liquet, verticalem TL, in hoc exemplo Signifero PL, non eſſe rectũ.

Quia igitur verticalis TL, Signifero PL, nõ eſt rectus, ideo parallaxis Lunæ partim longitudinem, partim latitudinem ejus mutat. Longitudinem Lunæ minuit arcu IN, latitudinem ex borea HN, facit auſtrinam IK. Qui duo arcus IN, & IK, porro reperiuntur hoc modo.

I. Ut HLN, *76* gr. *56'. 6''.* ad HN, latitud. *16'. 58''.* ita HNL.

9741142. *49353.* *10000000.*

Ad *50664.* ſinum arcus HL, *17'. 25''.* qui arcus demtus de parallaxi HK, *28'. 53''.* relinquit arcum KL *11'. 54''* $\frac{1}{2}$. per ax. *3.*

II. Ut LIK rad. ad LK, *11'. 54''* $\frac{1}{2}$. ita ILK, *76.* gr. *56'. 6''.*

10000000. *34640.* *9741142.*

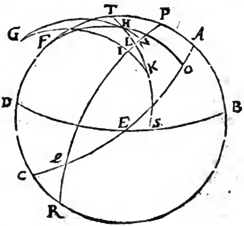
Ad *33743.* ſinum arcus IK, *11'. 32''* $\frac{1}{2}$. quæ erit latitudo Lunæ viſa auſtrina, tempore ſupra dato per ax. *3.*

III. Ut KLI, *76.* gr. *56'. 6''.* ad rad. ita KI, *11'. 6''.*

Tang. *43090672.* *10000000.* tang. *33743.*

Ad *7830.* ſinum arcus IL, *2'. 41''* $\frac{1}{2}$. per ax. *2.*

kk IV. Ut



IV. Ut HLN, 76. gr. 56′. 6″. ad radium.

Tang. 430091672. 10000000.

Ita HN, 16′. 58″.

Tang 49354.

Ad 11453. ſinum arcus LN, 3′. 56″. per ax. 2: Qui arcus LN, 3′. 56″. compoſitus cum arcu IL, 2′. 41″. ½. efficit arcum IN, 6′. 37″ ½. qui arcus detractus ab arcu QN, hoc eſt, à vera longitudine Lunæ 107. gr. 35′. 31″. ½. relinquit longitudinem Lunæ viſam 107. gr. 28′. 54″. quæ ablata à longitudine Solis viſa 107. gr. 56′. 19″. ½. relinquit viſam diſtantiam Lunæ à Sole ad tempus ſupra datum 27′. 25″ ½.

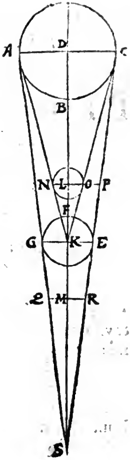
PROBLEMA DUODECIMUM.

Data vera diametro Lunæ, unà cum diſtantia à centro terræ, apparentem ejus diametrum invenire.

Vera ſemidiameter Lunæ ſecundum Copernicum eſt ſemidiametrorum terræ 0. ſcr. 17′. 9″. Diſtantia Lunæ à centro terræ ad tempus ſupra datum, erit 58. ſemid. terræ & 52. ſcrupulorum per probl. 9. Hinc apparens ſemidiameter Lunæ ita ſupputatur. Ut

Digitized by Google

Ut KL, 58. gr. 52'. ſem. ad LO, 17'. 9''. ſ.
211920, 1029. ſcr. 2.
Ita KL, 10000000.
Ad LO, 48550. tangentē anguli LKO vel DKC, 16'. 41'½. qui eſt apparens ſemidiameter Lunæ. Cujus duplum 33'. 23'. eſt apparens diameter Lunæ ad tempus ſupra datum.



PROBLEMA XIII.

Apparentem diametrum umbræ, quam Sol ſpargit à terra, in Lunæ tranſitu, reperire.

Eclipſes noſtri ſeculi oſtendunt ſemidiametrum Lunæ LO, eſſe ad ſemidiametrum umbræ MR, ut 150. ad 403. ut refert Copernicus lib. 4. c. 19. Hinc ſemidiameter umbræ, quâ Luna tranſit, nempe recta MR, ita reperitur.

Ut 150. ad 403. ita LO, 16'. 41'½.
per probl. 12. Sin. 48556.
Ad MR, 1303. ſinum arcus, vel anguli 44'. 51'.

F I N I S.

BARTHOLOMÆI PITISCI
Grunbergenſis

PROBLEMATUM
ASTRONOMICORVM

LIBER SEXTUS.

De calculo Eclipſium.

PROTHEORIA.

ECliplis dicitur obſcuratio Solis vel Lunæ. Obſcuratio Solis eſt interceptio luminis Solis, facta à Luna inter Solem & viſum noſtrum diametraliter interpoſita. Obſcuratio Lunæ eſt defectus luminis Lunæ, quem defectum Luna patitur, quando terra inter ipſam & Solem diametraliter interponitur, & ſic Luna in umbram terræ incurrit. Omnis igitur Eclipſis Solis, fit in conjunctione: Lunæ, in oppoſitione Solis & Lunæ. Sed non in omni conjunctione, vel oppoſitione Solis & Lunæ fit Eclipſis: quia Sol & Luna non ſemper diametraliter opponuntur, aut conjunguntur, propter latitudinem Lunæ: ſive propter evagationem Lunæ ab Ecliptica. Ad Eclipſes itaq; ſupputandas, & conjunctiones, vel oppoſitiones luminarium indagare, & latitudinem Lunæ circa id tempus inveſtigare oportet. Atq; hæc omnia ſecundum veritatem in Eclipſibus Lunaribus: ſecundum viſum in ſolaribus: quia Sol per ſe

per ſe non obſcuratur, ſed viſus tantùm noſter impeditur, quò minus lumen Solis videat. Luna autẽ per ſe obſcuratur. Hæc cauſa eſt, cur in Eclipſibus Solis parallaxeon tàm Solis, quàm Lunæ, tàm accurata ratio habenda ſit: in Eclipſibus Lunæ nulla. De his igitur, & quæ prætereà ad calculum Eclipſium pertinent, paucula quædam problemata quaſi coronidis vice cæteris adjungemus.

PROBLEMA PRIMUM.

Tempus mediæ conjunctionis, vel oppoſitionis Solis & Lunæ reperire. Copern. lib. 4. c. 28.

Ad tempus propinquum, quòd ex jam factis conjunctionibus & oppoſitionibus Solis & Lunæ facile conjicies, inveſtiga motum Lunæ à Sole æqualem. Qui ſi integrum circulum cõplevit, erit conjunctio media: ſi ſemicirculum tantum, erit oppoſitio media. Si neq; circulum neq; ſemicirculum exactè complevit: ſed vel major eſt, vel minor: tantum temporis tempori ſumto addes, vel ſubtrahes, quantum diſtantiæ Lunæ à Sole competit. Exempli gratia. Anno *1600.* menſe Iunio continuata novilunia & plenilunia oſtendunt fore novilunium, hoc eſt, conjunctionem Solis & Lunæ triceſima die Iunii poſt meridiem. Ergo ad tempus propinquum, verbi gratia, ad horam ſecundam P. M. inquiro motum Lunæ à Sole æqualem & invenio

5ˢ. 54. gr. *49*′. *27*″.

Huic motui æquali deſunt ad integrum circulum

5. gr. 10′. *33*″.

Conficiet autem Luna hunc curſus ſui defectum horis *10*. ſcr. 1′. 8″.

Nam motus Lunæ horarius eſt

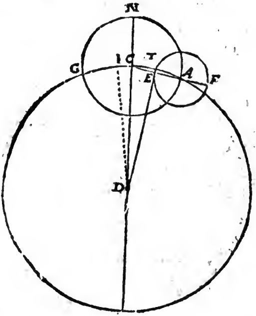
30′. *28*″.

Ut autem 30′.28″. ad unam horam: ita 5. gr. 10′.33″. ad 10. horas, ſcr. 11′.32″.

Ergo tempori ſupra dato, ſi addidero 10. horas ſcr. 11′. 32″. Conjunctio Solis & Lunæ media erit, Anno 1600. triceſima Iunii, hora uſuali 12. ſcr. 11′. 32″. P. M. ſub Meridiano Cracovienſi.

PROBLEMA SECUNDUM.

Tempus veræ conjunctionis, vel oppoſitionis Solis & Lunæ reperire. Copern. lib. 4. cap. 29.



Primùm, ad tempus mediæ conjunctionis, vel oppoſitionis Solis & Lunæ, quære eorum proſthaphæreſes: & erunt in exemplo noſtro.

Proſthaphæreſis Solis ablativa quaſi angul' IDC, 0. gr. 17′.1″.

Proſthaphæreſis Lunæ additiva quaſi angulus CDE, 4. gr. 54′.51″.

Deinde

Deinde proſthaphæreſes, ſi ſint diverſi generis, mutuò junge: ſi ſint ejuſdem generis, minorem à majore ſubtrahe, ut appareat vera diſtantia Lunæ à Sole. Ut, in noſtro exemplo, proſthaphæreſes ſunt diverſi generis: nempe altera ablativa, altera additiva. Iungo igitur.

ICD, o. gr. *17'. 1"*.
CDE. 4. gr. *54*. *51*.

5. gr. *11'*. *52"*.

Et evadit angulus IDE, ſive arcus 5. gr. *11'*. *52"*. quo angulo, vel arcu in media conjunctione Luna diſtabit à Sole, & prætergreſſa erit Solem.

Tertiò, ex diſtantia Lunæ à Sole, probabiliter collige, quot horis vera conjunctio mediam antecedat, vel ſequatur: hoc modo.

1. Gradus curſus ☾, à ☉, dat horas fermè duas: quot horas dabunt 5. gr. 11'. 5*2"*. ℞. 10. hor. ſcr. *23'*. *44"*.

Quartò, has horas 10. ſcr. 23' *44"*. (quia vera conjunctio mediam præceſſit: quod ex proſthaphæreſibus apparet,) ſubtrahe à tempore mediæ conjunctionis, hoc modo.

12. h. 11'. *32"*.
10. h, 23. *44*.

1. h. *47'*. *48"*.

Et evadet tempus æſtimatum veræ conjunctionis Solis & Lunæ, 1. h. *47'*, *48"*. P.M.

Quintò, ad tempus æſtimatum veræ conjunctionis Solis & Lunæ quære vera loca Solis & Lunæ: ut appareat, an illa loca coincidant, an verò adhuc luminare alterum ab altero diſtet. Ut in noſtro exemplo, ad tempus æſtimatum veræ cōjunctionis verus loc⁹ Solis ab æquinoctio verno erit *107*. gr. 30'. *4"*. Verus locus Lunæ ab eodem æquinoctio verno erit *107*. gr. *29'*. *19"*. Iam locus Lunæ ſubtractus à loco Solis relinquit differentiã *26'*. *45"*. Diſtabit igitur tum adhuc Luna à Sole ſcrupulis *26'*. *45"*.

Sextò,

Sextò, verum locum Lunæ collige etiam ad tempus problemate primo aſſumtum: & differentiam temporis atq; motuum nota hoc modo.

Verus motus ☾.		
Hora 2. ſcr. 0'. 0".	—	107. gr. 35'. 31".
Hora 1. ſcr. 47. 48.	—	107. 29. 10.
Differentia temporum 12'. 12".	Diff. motuum 0. 6. 12".	

Septimo, ex hac utraq; differentia, quanto tempore Luna, reſidua iſta ſcrupula 26'. 45". conficere, & ad Solem pervenire poſſit, collige hoc modo.

Ut 6'. 12". ſcr. graduũ ad 12', 12". ſcr. hor, ita 26'. 45". ſcr. gr..		
372".	732".	1605".

Ad 52'. 38". ſcrupula horaria.

Octavò, hæc ſcrupula horaria 52'. 38". adde ad tempus æſtimatum veræ conjunctionis, & habebis abſolutum tempus veræ conjunctionis: hoc modo.

Tempus æſtimatum veræ ☌	—	hor. 1. ſcr. 47'. 48".
Defectus —	—	hor. 0 ſcr. 52. 38.
Tempus veræ ☌ Cracoviæ	—	hor. 2. ſcr. 40. 26. P. M.
		59. 0.
Idem tempus, Heidelbergæ	—	hor. 1. ſcr. 41. 26. P. M.

PROBLEMA TERTIUM.

Tempus viſæ conjunctionis Solis & Lunæ reperire. Cop. lib. 4. c. 31.

Primùm, inquire viſam Lunæ à Sole diſtantiam, tùm ad tempus veræ conjunctionis, tùm ad horam præcedentem in quadrante Signiferi orientali, vel ad horam ſequentem, in quadrante Signiferi occidentali, per problema 11. libri 5.

Deinde diſtantiam minorem ſubduc à majore, vel ſi altera diſtantia citra, altera ultra Solem conſiſtat, mutuò junge, & habebis

habebis viſibilem Lunæ motum à Sole, competentem illi horæ, in qua tum ſit motus.

Tertiò ſic ratiocinare.

Ut viſibilis Lunæ motus horarius ad 1. horam:

Ita viſibilis Lunæ diſtantia à Sole, tempore veræ conjunctionis, ad hor. — ſcr. —

Quartò has horas, vel hæc ſcrupula horaria adde ad tempus veræ conjunctionis, in quadrante Signiferi occidentali: vel ab eodem tempore aufer, in quadrante Signiferi orientali, & habebis tempus viſæ conjunctionis.

EXEMPLUM. Tempore veræ conjunctionis Solis & Lunæ, Anno 1600. die 30. Iunii, hora 1. ſcr. 41'. 26". P.M. reſpectu Meridiani Heidelbergenſis viſa Lunæ à Sole diſtantia erit circiter 5'. 20". citra Solem hor. 2. ſcr. 41'. 26". P.M. viſa Lunæ à Sole diſtantia erit circiter 24'. 18". ultra Solem. Summa utriuſq; diſtantiæ eſt 29'. 38".

Iam

Ut 29'. 38". ſcr. graduum ad 1. horam,	ita 5'. 20". ſcr. gr.	
1778".	3600".	320".

Ad 10'. 48". ſcrupula horaria: quæ addita ad tempus veræ conjunctionis, Heidelbergæ efficiunt tempus viſibilis conjunctionis 1. horam 52'. 14". P.M.

PROBLEMA QUARTUM.

Viſam latitudinem Lunæ à Sole ad tempus viſæ conjunctionis invenire.

Primùm, quære verum motum latitudinis Lunæ ad tempus viſæ conjunctionis per problema 7. lib. 3.

Et erit in noſtro exemplo circiter 87. gr. 56'. 24".

Deinde, ex vero motu latitudinis inquire veram latitudinem Lunæ per probl. 8. lib. 5. & erit in noſtro exemplo circiter 12'. 15".

Tertiò, ad idem tempus inquire parallaxes Solis & Lunæ per probl. 12. lib. 4. & 10. lib. 5. Et erit in noſtro exemplo parallaxis Solis circiter 1'. 32"..Lunæ, circiter 35'. 27".

Quartò, per problema 13. lib. 4. & per 11. lib. 5. inquire, quid de parallaxi Solis, vel Lunæ, in latitudinem tranſeat. Et invenies in noſtro exemplo de parallaxi Solis tranſire in latitudinem circiter ſcrupula 1'. 25". De parallaxi Lunæ, circiter ſcrupula 34'. 20".

Quintò de parallaxi latitudinis Lunæ ſubtrahe inventam antea latitudinem Lunæ boream 12'. 15". & reſtabit viſa latitudo Lunæ auſtrina, ab Ecliptica 22'. 5".

Sextò, à viſa latitudine Lunæ auſtrina, ab Ecliptica, ſubtrahe viſam latitudinem Solis, quæ itidem eſt auſtrina 1'. 25". & reſtabit viſa latitudo Lunæ à Sole 20'. 40".

PROBLEMA QUINTUM.

Conjunctiones Solis & Lunæ eclipticas ab aliis diſcernere. Copern. lib. 4. cap. 30.

In Conjunctione.

Si viſa latitudo Lunæ à Sole minor fuerit dimidio apparentium diametrorum Solis & Lunæ, Sol ſubibit Eclipſin: ſi major, non ſubibit. Ut Anno N. C. 1600. triceſima die Iunii, hor. 11. ſcr. 52'. 14". P. M. (reſpectu Meridiani Heidelbergenſis) ipſo momento viſæ conjunctionis Solis & Lunæ

apparens ſemidiameter Solis erit 15'. 55".
apparens ſemidiameter Lunæ erit 16'. 42".

Summa harum duarum ſemidiametrorum erit 32'. 37". At viſa latitudo Lunæ à Sole erit non niſi 20'. 40". Ergo Sol tum ſubibit Eclipſin.

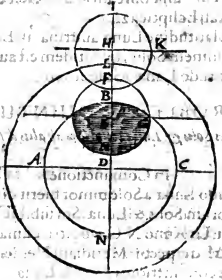
In Oppoſitione.

Si vera latitudo Lunæ minor fuerit dimidio apparentium diametrorũ Lunæ & umbræ, Luna ſubibit Eclipſin. Si major, non

Digitized by Google

non ſubibit. Ut: Anno 1601. die 29. Novembris, hora 7. ſcr. 35'. 46". ſecundum Meridianum Regii-montis in Boruſſia, ad quẽ Meridianum ſupputatæ ſunt tabulæ Prutenicæ: ſub tempus apparens veræ oppoſitionis Solis & Lunæ, apparens ſemidiameter Lunæ erit 17'. 49". apparens ſemidiameter umbræ 48'. 48". Summa 1. gr. 6'. 37". At latitudo Lunæ vera verſus Septentrionem erit non niſi 32'. 12". Ergo Luna tum ſubibit eclipſin.

Majoris perſpicuitatis cauſa res etiam oculis ſubjiciatur.



Sit ergo circulus Solis vel umbræ ABC. Summa ſemidiametrorum Solis & Lunæ, vel umbræ & Lunæ DL, & ſit latitudo Lunæ, primum DH, deinde DE, manifeſtum eſt, ſi latitudo Lunæ ſit DH, nullam fore Eclipſin. Circuli enim IK & BC, nuſquam concurrunt. At ſi latitudo Lunæ ſit DE, fiet Eclipſis. Circuli enim FG, & BC, concurrunt.

PROBLEMA SEXTUM.

Quanta futura ſit Eclipſis, prædicere. Cop. lib. 4. cap. 31.

Latitudinem Lunæ ſubtrahe à ſumma ſemidiametrorum Solis & Lunæ, ſi ſit Eclipſis Solaris, vel umbræ & Lunæ, ſi ſit Eclipſis Lunaris: quod reſtat, converte in digitos eclipticos (ſic vocantur duodecimæ partes diametri Solis, vel Lunæ) hoc modo.

In Eclipſi Solari præcedente:

Summa ſemidiametrorum ☉, & ☾, DL,	32′. 37″.
Latitudo Lunæ DE.	20. 40.
Differentia BM.	11. 57.
Diameter Solis BN.	31. 50.

Ut 31′. 50″. ad 12. dig. ita 11′. 57″. ad digitos 4. ſcr. 30′. 10′.

In Eclipſi Lunari præcedente:

Summa ſemidiametrorum Lunæ & umbræ DL,	66′. 37″.
Latitudo Lunæ DE — —	32. 12.
Differentia.	34. 25.
Diameter Lunæ MF — —	35. 38.

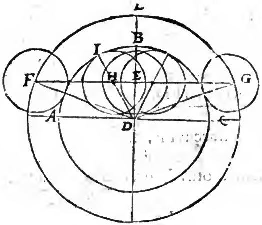
Ut 35′. 38″. ad 12. digitos: ita 34′. 25″. ad digitos 11. ſcr. 35′. 27″.

PROBLEMA SEPTIMUM.

Quandiu duratura ſit eclipſis, oſtendere. Copern. lib. 4. cap. 32.

Sit Ecliptica ADC, ſemidiameter umbræ DB, ſemidiameter Lunæ BL, aggregatum DL, via Lunæ FEG, latitudo Lunæ DE, angulus ad E, quaſi rectus, propter obliquitatem viarum Solis & Lunæ in tam brevi ſpacio inſenſibilem. Dimidium

tempus



tempus Eclipſeos FE. Iam in Triangulo DEF, duo latera nota ſunt, DE, latitudo Lunæ & DF. Summa ſemidiametrorum umbræ & Lunæ. Dabitur igitur latus tertium FE, per axiom. 2. planorum, hoc modo.

I. Ut FD, ad FED, ita DE, ad DFE, quo noto notus etiam eſt FDE.

II. Ut FED, ad FD, ita FDE, ad FE, quod diviſum per horariũ motum Lunæ verum, in eclipſi lunari, vel per horarium motum Lunæ viſum, in eclipſi Solari exhibet dimidium tempus eclipſeos, &c.

Eodem modo mora Lunæ in umbra terræ, ſi forte contigerit, ex Triangulo DEH, ſupputabitur, in quo Triangulo latus DE, eſt latitudo Lunæ: latus DH, eſt differentia inter ſemidiametrum Lunæ & umbræ.

Exemplum reale.

In Eclipſi Solari, cujus mentio nuper facta eſt, latitudo Lunæ viſa DE, erit 20'. 40''. Summa ſemidiametrorum Solis & Lunæ FD, 32', 37''.

 Dico

Dico igitur.

I. Ut FD, 32′. 37″. ad FED, rad. ita DE, 20′. 40″.

94875. 10000000. 60116.

Ad 63396. ſinum anguli DFE, 39. gr. 19′. 7″. cujus compl. eſt angulus FDE, 50. gr. 40′. 53″.

II. Ut FED, rad. ad FD, 32′. 37″. ita FDE, 50. gr. 40′. 53″.

100000. 94875. 7736343.

Ad 73398. ſinum arcus FE, (nam revera FEG, eſt arcus, etſi hîc curvitas ejus ſit inſenſibilis, propter exiguitatem) 25′. 14″.

III. Ut viſibilis motus ☾, horarius 29′. 38″. ad 1. horam.

1778″.

Ita 25′. 14″.

1514″.

Ad hor. 0. ſcr. 51′. 5″. Cujus temporis duplum eſt 1. h. ſcr. 42. 10″. Tanto igitur tempore durabit ſæpe dicta eclipſis Solaris.

Quod ſi etiam initium & finem eclipſeos ſcire cupis: dimidia duratio 51′. 5″. ſubtracta à tempore maximæ obſcurationis, initium; addita verò ad id tempus, finem eclipſeos oſtendet: hoc modo.

Tempus maximæ obſcurationis Heidel. Hor. 1. ſcr.	52′. 14″. P. M.
Dimidia duratio	51. 5.
Initium Eclipſeos	hor. 1. ſcr. 1′. 9″.
Finis Eclipſeos	hor. 2. 43′ 19″.

FINIS PROBLEMATUM ASTRONOMICORUM.

BIBLIOTECA NAZ. VITTORIO EMANUELE ROMA

Digitized by Google

Digitized by Google

PANDIMIGLIO
21 DIC. 1970
LEGATORI - ROMA

Digitized by Google